

パワーエレクトロニクス
第十四回 DC-ACインバータ

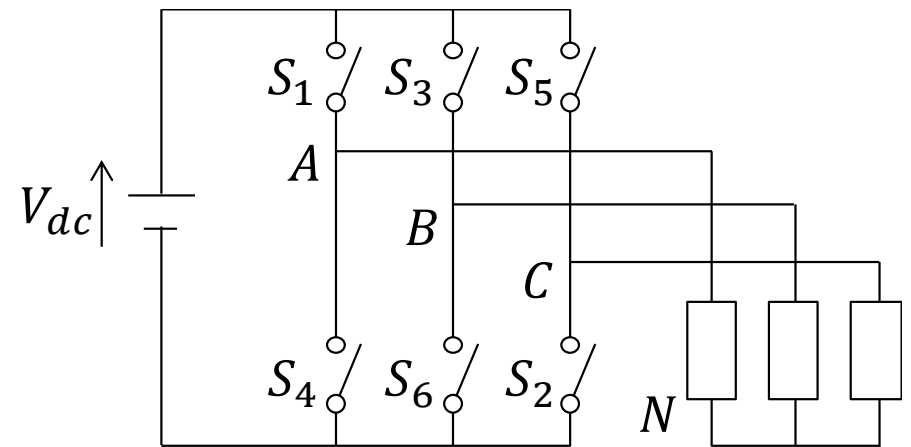
2020年7月22日

授業の予定

- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

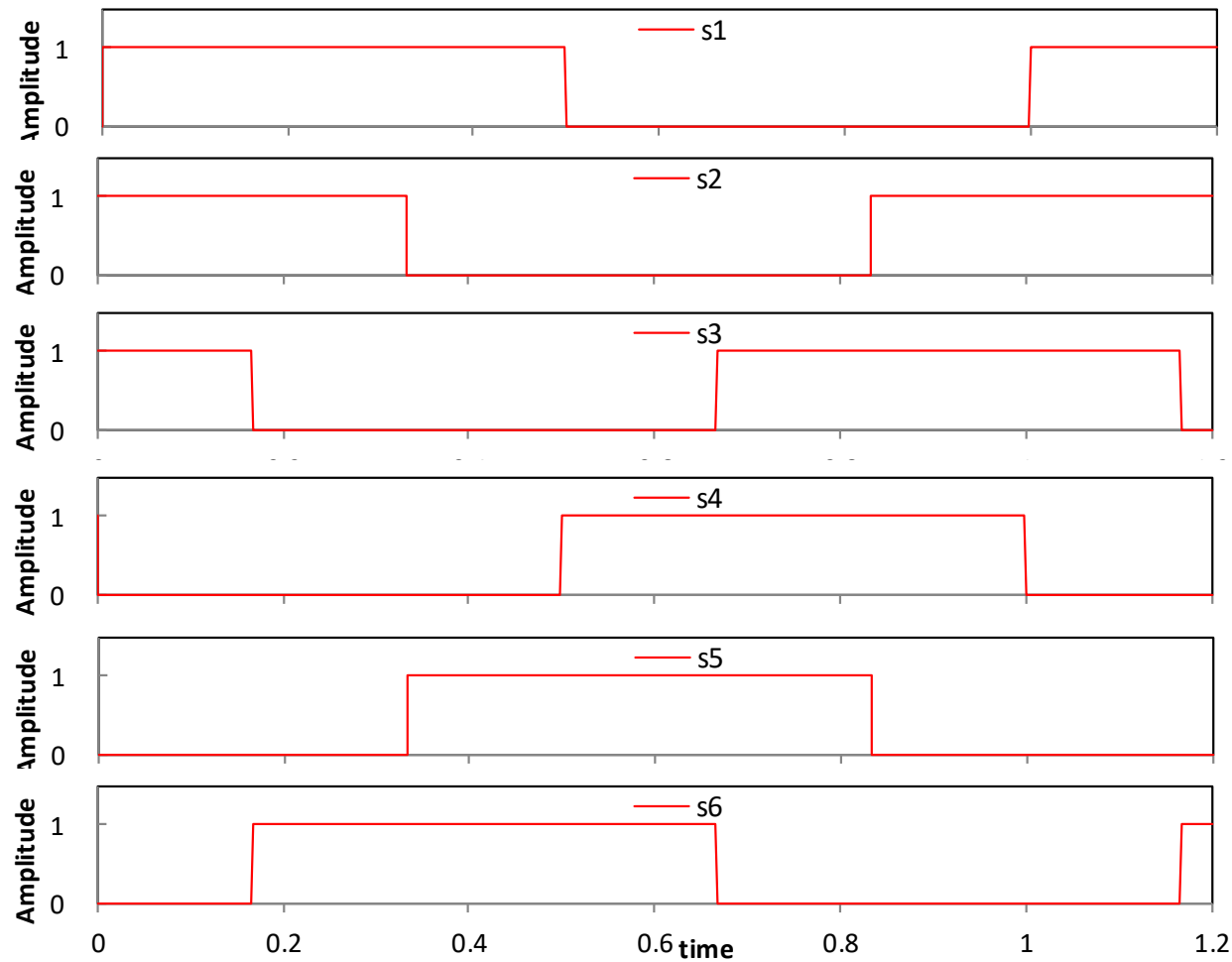
三相インバータ

- モータ駆動・大容量PV用パワコン等
- 1パルス駆動
 - 各スイッチの通流率0.5
 - 導通角 180°
 - $\frac{T}{6}$, 60° 毎にスイッチング
 - 上下短絡防止
 - (S_1, S_4) (S_2, S_5) (S_3, S_6)



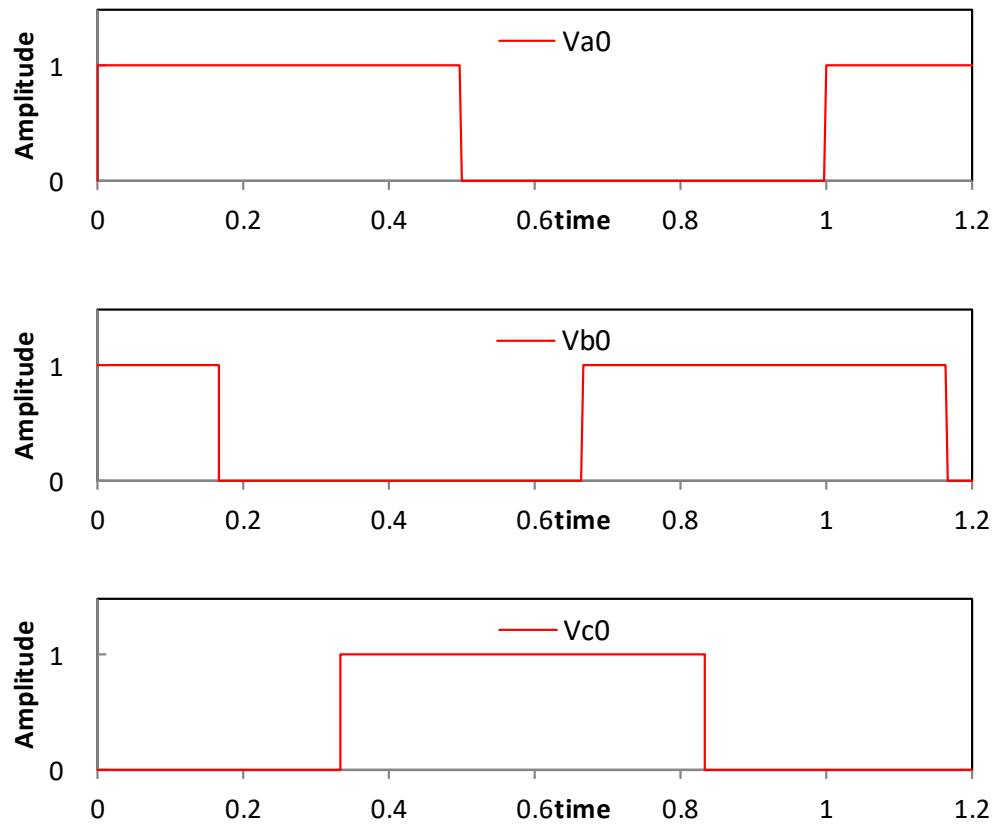
三相インバータ

- スイッチ動作パターン

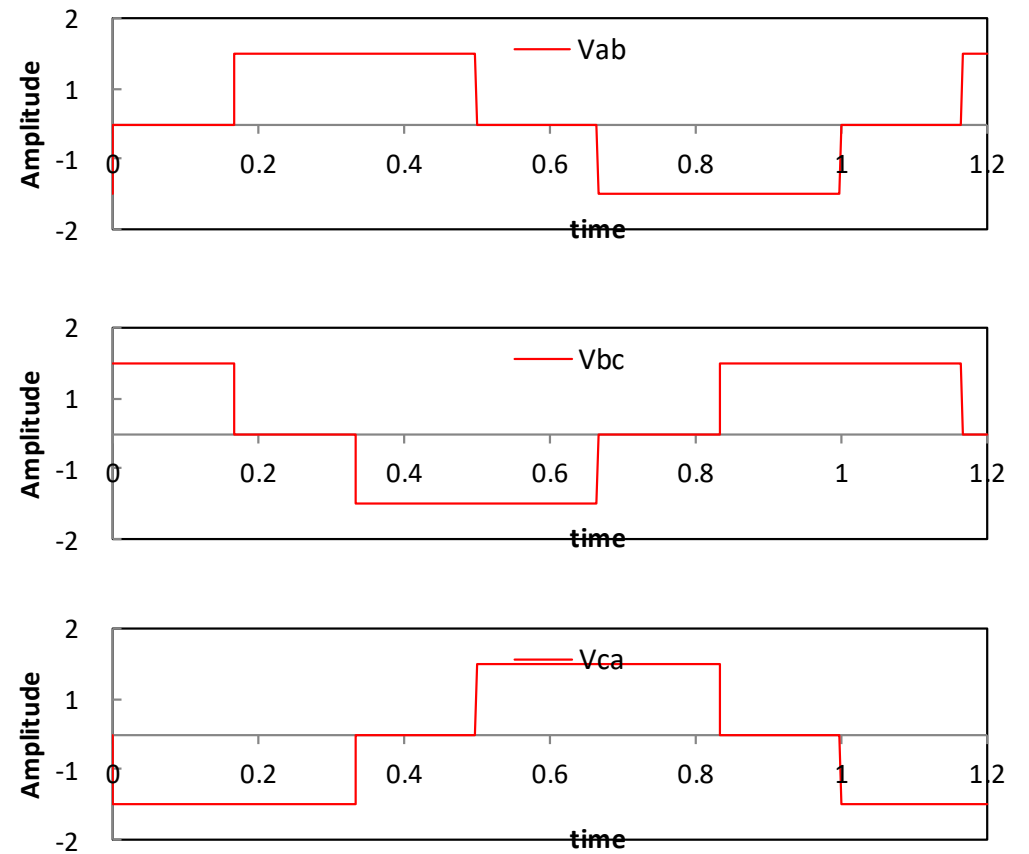


三相インバータ

- 相出力電圧

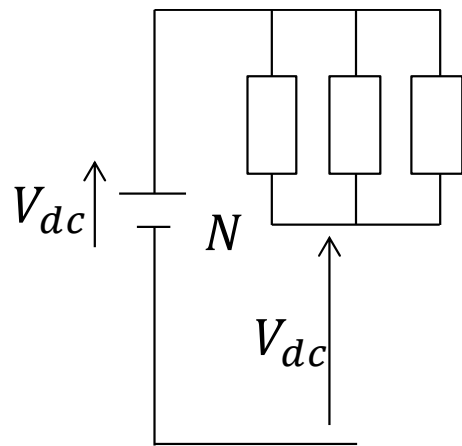


- 線間電圧

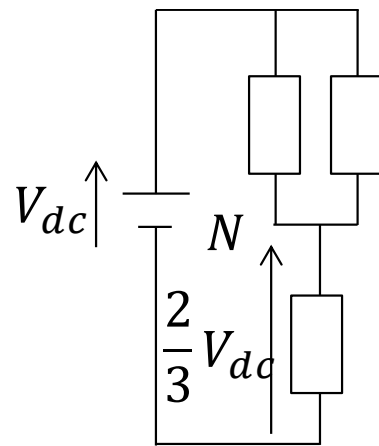


三相インバータ

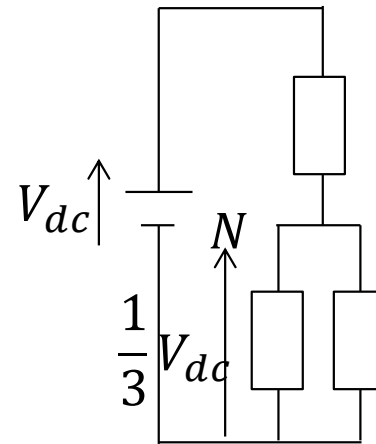
- Y結線中性点 N 電位 V_{N0}



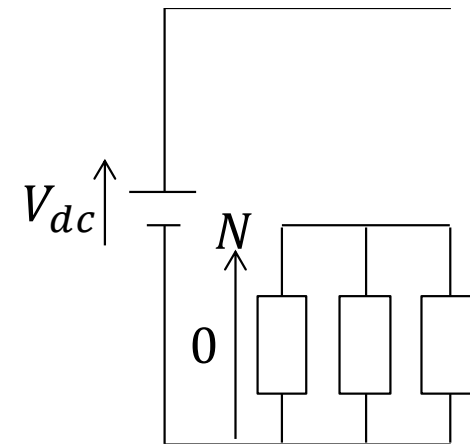
上オン3個
下オン0個
 $V_{N0} = V_{dc}$



上オン2個
下オン1個
 $V_{N0} = \frac{2}{3}V_{dc}$



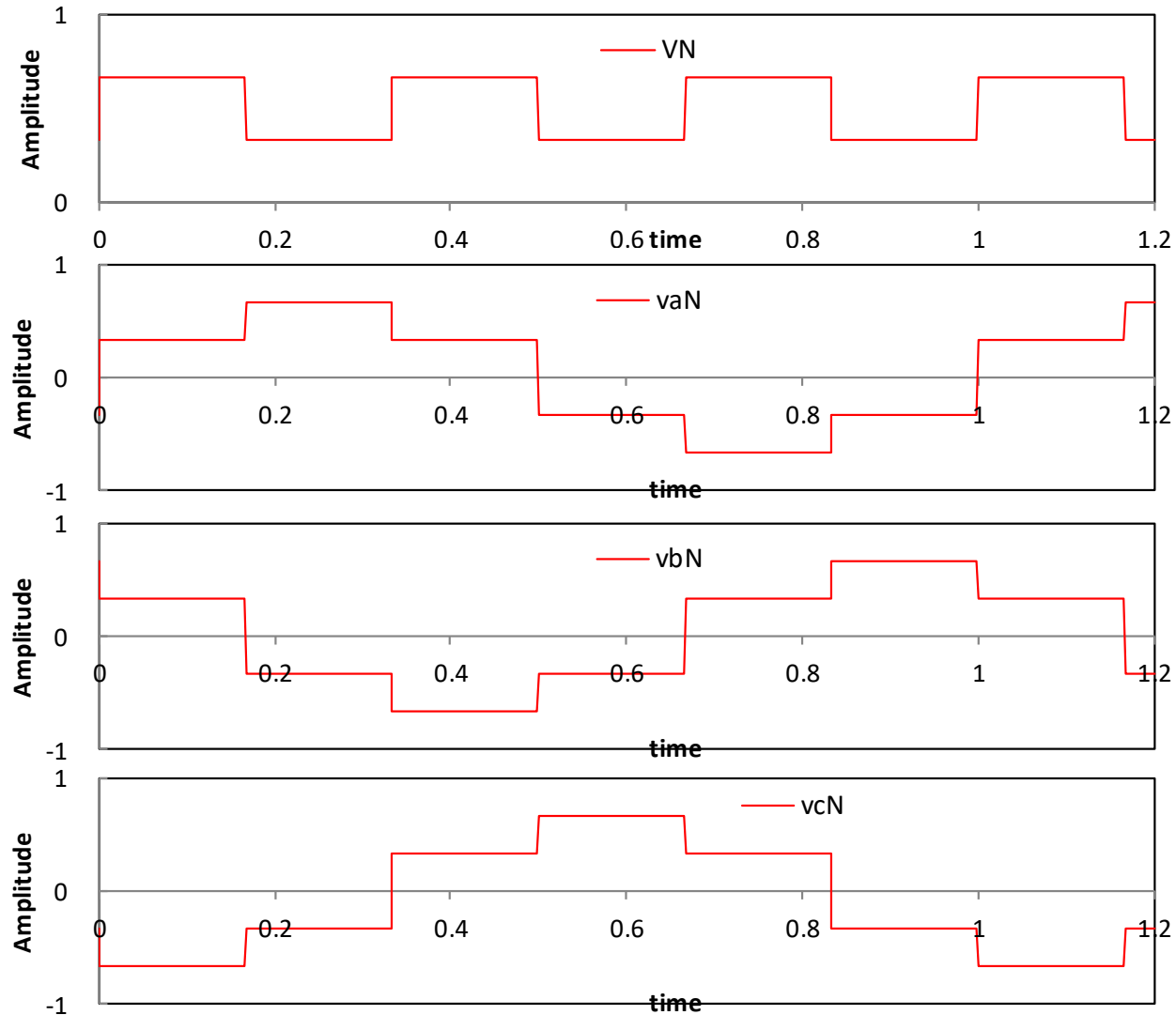
上オン1個
下オン2個
 $V_{N0} = \frac{1}{3}V_{dc}$



上オン0個
下オン3個
 $V_{N0} = 0$

三相インバータ

- 中性点電位と相電圧



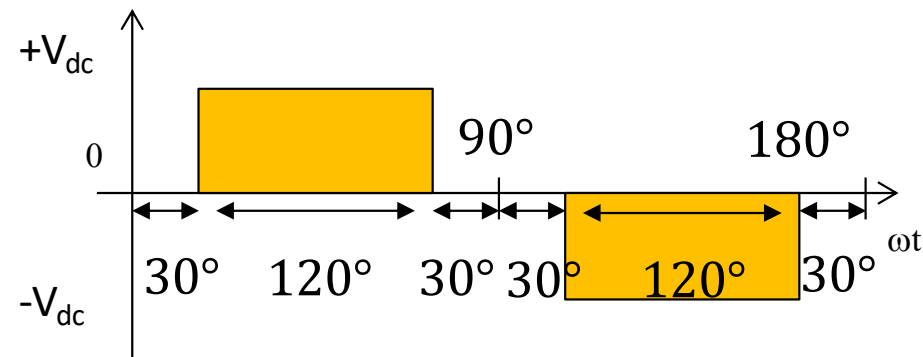
三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

- $$v_{LL}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

- $$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_{LL}(t) \cos n\omega t d\omega t$$

- $$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_{LL}(t) \sin n\omega t d\omega t$$



三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned} \bullet a_n &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} V_{dc} \cos n\omega t d\omega t + \right. \\ &\quad \left. \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -V_{dc} \cos n\omega t d\omega t \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \cos n\omega t d\omega t - \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \cos n\omega t d\omega t \right\} \end{aligned}$$

三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad a_n &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left[\sin n\omega t \right]_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} - \left[\sin n\omega t \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \sin \frac{5n\pi}{6} - \sin \frac{n\pi}{6} + \sin \frac{7n\pi}{6} - \sin \frac{11n\pi}{6} \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \sin \frac{5n\pi}{6} - \sin \frac{n\pi}{6} - \sin \frac{5n\pi}{6} + \sin \frac{n\pi}{6} \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned} \bullet \quad b_n &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} V_{dc} \sin n\omega t \, d\omega t + \right. \\ &\quad \left. \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -V_{dc} \sin n\omega t \, d\omega t \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin n\omega t \, d\omega t - \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \sin n\omega t \, d\omega t \right\} \end{aligned}$$

三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad b_n &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left[-\cos n\omega t \right]_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{\pi}{6} \frac{11\pi}{6} \\
 &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ -\cos \frac{5n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6} - \cos \frac{7n\pi}{6} + \cos \frac{11n\pi}{6} \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ -\cos \frac{5n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6} - \cos \frac{5n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6} \right\} \\
 &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ \cos \frac{n\pi}{6} - \cos \frac{5n\pi}{6} \right\}
 \end{aligned}$$

三相インバータ

- 線間電圧 V_{LL} の周波数スペクトル

- $b_n = \frac{2V_{dc}}{n\pi} \{1 - (-1)^n\} \cos \frac{n\pi}{6}$

- $n = 2k$ (偶数次)

- $b_n = 0$

- $n = 2k + 1$ (奇数次)

- $b_n = \frac{4V_{dc}}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{6}$

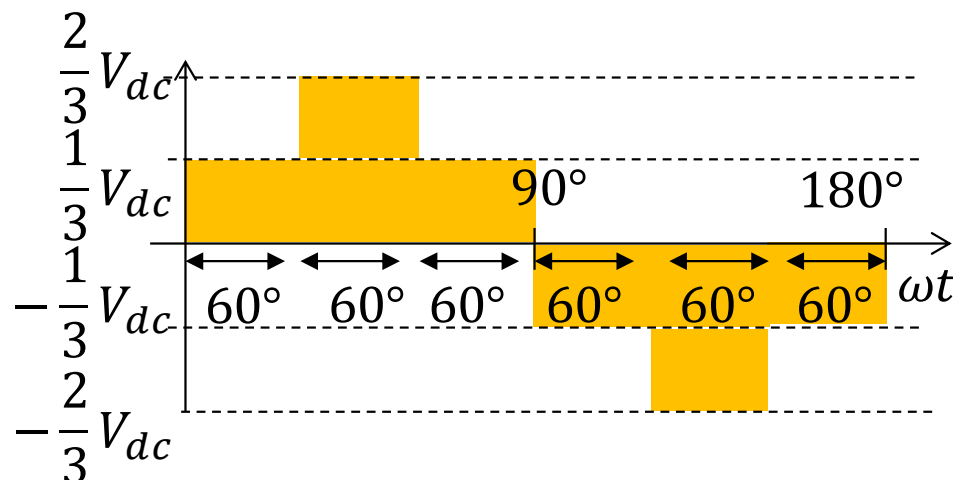
三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

- $$v_{LL}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

- $$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_{LL}(t) \cos n\omega t d\omega t$$

- $$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_{LL}(t) \sin n\omega t d\omega t$$



三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{V_{dc}}{3\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos n\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} 2 \cos n\omega t \, d\omega t + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \cos n\omega t \, d\omega t + \int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3}} -\cos n\omega t \, d\omega t + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\frac{4\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} -2 \cos n\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{5\pi}{3}}^{2\pi} -\cos n\omega t \, d\omega t \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{3\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos n\omega t \, d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} \cos n\omega t \, d\omega t \right\}
 \end{aligned}$$

三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

$$\bullet a_n = \frac{V_{dc}}{3n\pi} \left\{ [\sin n\omega t]_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\pi}{3} \frac{\pi}{3} \frac{5\pi}{3} + 2[\sin n\omega t]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{4\pi}{3} \frac{2\pi}{3} \frac{4\pi}{3} \right\}$$

$$\bullet \sin \frac{2n\pi}{3} = -(-1)^n \sin \frac{n\pi}{3}$$

$$\bullet \sin \frac{4n\pi}{3} = (-1)^n \sin \frac{n\pi}{3}$$

$$\bullet \sin \frac{5n\pi}{3} = -\sin \frac{n\pi}{3}$$

三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

- $$a_n = \frac{V_{dc}}{3n\pi} \left\{ \sin \frac{n\pi}{3} + (-1)^n \sin \frac{n\pi}{3} - (-1)^n \sin \frac{n\pi}{3} - \sin \frac{n\pi}{3} - 2(-1)^n \sin \frac{n\pi}{3} - 2 \sin \frac{n\pi}{3} + 2(-1)^n \sin \frac{n\pi}{3} + 2 \sin \frac{n\pi}{3} \right\} = 0$$

三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad b_n &= \frac{V_{dc}}{3\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} 2 \sin n\omega t \, d\omega t + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3}} -\sin n\omega t \, d\omega t + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\frac{4\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} -2 \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{5\pi}{3}}^{2\pi} -\sin n\omega t \, d\omega t \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{3\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin n\omega t \, d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} \sin n\omega t \, d\omega t \right\}
 \end{aligned}$$

三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

$$\bullet b_n = \frac{-V_{dc}}{3n\pi} \left\{ [\cos n\omega t]_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\pi}{3} \frac{\pi}{3} \frac{5\pi}{3} + 2[\cos n\omega t]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{4\pi}{3} \frac{2\pi}{3} \frac{4\pi}{3} \right\}$$

$$\bullet \cos \frac{2n\pi}{3} = (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3}$$

$$\bullet \cos \frac{4n\pi}{3} = (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3}$$

$$\bullet \cos \frac{5n\pi}{3} = \cos \frac{n\pi}{3}$$

三相インバータ

- 相電圧 V_{aN} の周波数スペクトル

- $$b_n = \frac{-V_{dc}}{3n\pi} \left\{ \cos \frac{n\pi}{3} - 1 + (-1)^n - (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} + \right.$$
$$\left. (-1)^n - (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} + \cos \frac{n\pi}{3} - 1 + 2(-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} - \right.$$
$$\left. 2 \cos \frac{n\pi}{3} + 2(-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} - 2 \cos \frac{n\pi}{3} \right\}$$
$$= \frac{2V_{dc}}{3n\pi} \{1 - (-1)^n\} \left\{1 + \cos \frac{n\pi}{3}\right\}$$

- $n = 2k$ (偶数次) $n = 3k$ (3の倍数)

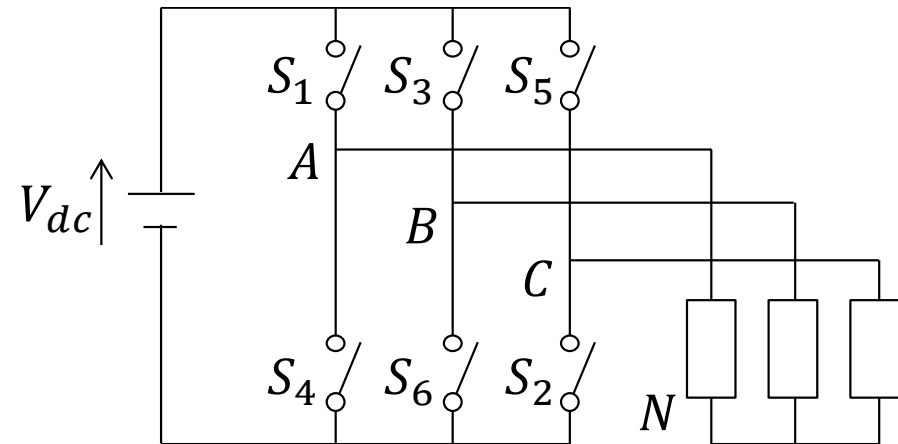
- $b_n = 0$

- $n = 6k \pm 1$

- $b_n \neq 0$

三相PWMインバータ

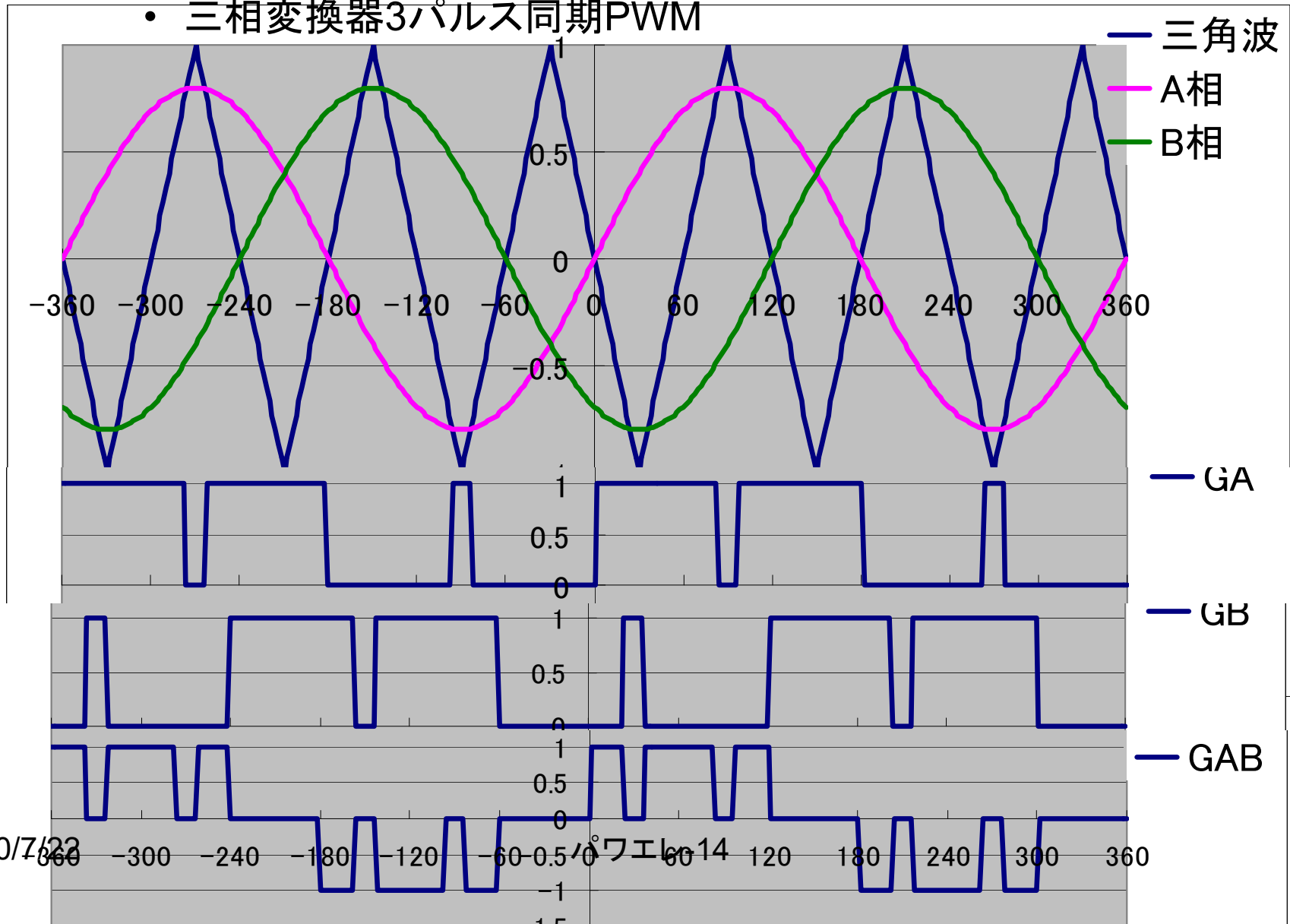
- 単相と同様にPWMによって高調波低減可能
- スイッチ動作
 - S_1 オン $v_a > v_{tri}$
 - S_2 オン $v_c > v_{tri}$
 - S_3 オン $v_b > v_{tri}$
 - S_4 オン $v_a < v_{tri}$
 - S_5 オン $v_c < v_{tri}$
 - S_6 オン $v_b < v_{tri}$
- 同期PWMでは3の奇数倍の搬送波を利用



PWMによる出力電圧制御

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 三相変換器3パルス同期PWM



PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - A相分

$$\begin{aligned} a_{An} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ [\sin nx]_{x_4}^{x_3} + [\sin nx]_0^{x_1} + [\sin nx]_{x_2}^{\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \sin nx_3 - \sin nx_4 + \sin nx_1 - \sin 0 + \sin n\pi - \sin nx_2 \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - 0 + 0 - \sin nx_2 \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{An} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad \text{ただし } a_{A0} = 1 \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ [-\cos nx]_{x_4}^{x_3} + [-\cos nx]_0^{x_1} + [-\cos nx]_{x_2}^{\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos nx_3 + \cos nx_4 - \cos nx_1 + \cos 0 - \cos n\pi + \cos nx_2 \right\} \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - A相分

$$\begin{aligned} b_{An} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2\cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2\cos n(\pi - x_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ 2[(-1)^n - 1] \cos nx_1 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} [(-1)^n - 1] (2\cos nx_1 - 1) \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} f(x) \cos nx dx && \text{ただし } a_{B0} = 1 \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \left[\sin nx \right]_{x_4+\frac{2}{3}\pi}^{x_3+\frac{2}{3}\pi} + \left[\sin nx \right]_{\frac{2}{3}\pi}^{x_1+\frac{2}{3}\pi} + \left[\sin nx \right]_{x_2+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\sin n\left(x_3 + \frac{2}{3}\pi\right) - \sin n\left(x_4 + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \\ & - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{5}{3}\pi - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\sin n\left(-x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) - \sin n\left(-x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \\ & - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{5}{3}\pi - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\sin(-nx_1)\cos n\frac{2}{3}\pi + \cos(-nx_1)\sin n\frac{2}{3}\pi - \sin(-nx_2)\cos n\frac{2}{3}\pi - \cos(-nx_2)\sin n\frac{2}{3}\pi \\ &+ \sin nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi + \cos nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{2}{3}\pi \cos n\pi + \cos n\frac{2}{3}\pi \sin n\pi \\ &- \sin nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\sin nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi + \cos nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \\ &+ \sin nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi + \cos nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{2}{3}\pi(-1)^n + \cos n\frac{2}{3}\pi 0 \\ &- \sin nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\cos n\frac{2}{3}\pi [-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2] \\ &+ \sin n\frac{2}{3}\pi [\cos nx_1 - \cos nx_2 + \cos nx_1 - 1 + (-1)^n - \cos nx_2] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n\frac{2}{3}\pi [2\cos nx_1 - 2\cos nx_2 - 1 + (-1)^n] \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2 \cos n(\pi - x_1) - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left\{ 2 \cos nx_1 - 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] - 1 + (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2(-1)^n \cos nx_1 - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) \left[1 - (-1)^n \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} f(x) \sin nx dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \left[-\cos nx \right]_{x_4+\frac{2}{3}\pi}^{x_3+\frac{2}{3}\pi} + \left[-\cos nx \right]_{\frac{2}{3}\pi}^{x_1+\frac{2}{3}\pi} + \left[-\cos nx \right]_{x_2+\frac{2}{3}\pi}^{\frac{5}{3}\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\cos n\left(x_3 + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos n\left(x_4 + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \\ &+ \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{5}{3}\pi + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\cos n\left(-x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos n\left(-x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \\ &+ \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{5}{3}\pi + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\cos(-nx_1)\cos n\frac{2}{3}\pi + \sin(-nx_1)\sin n\frac{2}{3}\pi + \cos(-nx_2)\cos n\frac{2}{3}\pi - \sin(-nx_2)\sin n\frac{2}{3}\pi \\ &-\cos nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{2}{3}\pi \cos n\pi + \sin n\frac{2}{3}\pi \sin n\pi \\ &+ \cos nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\cos nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi + \cos nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \\ &-\cos nx_1 \cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_1 \sin n\frac{2}{3}\pi + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{2}{3}\pi(-1)^n + \sin n\frac{2}{3}\pi \cdot 0 \\ &+ \cos nx_2 \cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_2 \sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\cos n\frac{2}{3}\pi \left[-\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right] \\ &+ \sin n\frac{2}{3}\pi \left[-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2 \right] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n\frac{2}{3}\pi \left[-2\cos nx_1 + 2\cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left[-2 \cos nx_1 + 2 \cos n(\pi - x_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left[-2 \cos nx_1 + 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left\{ -2 \cos nx_1 + 2[+0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) \left[1 - (-1)^n \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM

- フーリエ級数展開 $f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$

- A相分

$$a_{An} = 0$$

$$a_{A0} = 1$$

$$b_{An} = \frac{1}{n\pi} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

- B相分

$$a_{Bn} = \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \quad a_{B0} = 1$$

$$b_{Bn} = \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - AB相間

$$a_{AB0} = a_{A0} - a_{B0} = 1 - 1 = 0$$

$$a_{ABn} = a_{An} - a_{Bn} = -\frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n]$$

$$\begin{aligned} b_{ABn} &= b_{An} - b_{Bn} \\ &= \frac{1}{n\pi} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &\quad - \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &= \frac{1}{n\pi} (1 - \cos n \frac{2}{3} \pi) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

PWMによる出力電圧制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - AB相間

$$a_{AB0} = 0$$

$$\begin{cases} a_{ABn} = -\frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \\ b_{ABn} = \frac{1}{n\pi} (1 - \cos n \frac{2}{3} \pi) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{cases}$$

$$n=2k \text{ に対して } 1 - (-1)^{2k} = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} a_{AB2k} = 0 \\ b_{AB2k} = 0 \end{cases}$$

$$n=6k+3 \text{ に対して } \sin(6k+3) \frac{2}{3} \pi = \sin(4k+2)\pi = 0$$

$$1 - \cos(6k+3) \frac{2}{3} \pi = 1 - \cos(4k+2)\pi = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} a_{AB6k+3} = 0 \\ b_{AB6k+3} = 0 \end{cases}$$

2020/7/22

パワエレ-14

3の倍数が消える

PWMによる出力制御

- 三相インバータの3パルス同期PWM

- フーリエ級数展開

- AB相間

- A相 $\gamma=0$, B相 $\gamma=-2/3\pi$

$$a_{AB00} = a_{A00} - a_{B00} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$a_{AB01} = a_{A01} - a_{B01} = \frac{M}{2} \sin 0 - \frac{M}{2} \sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{M\sqrt{3}}{4}$$

$$b_{AB01} = b_{A01} - b_{B01} = \frac{M}{2} \cos 0 - \frac{M}{2} \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3M}{4}$$

- 振幅 $\sqrt{a_{AB01}^2 + b_{AB01}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} M$

PWMによる出力制御

- 三相インバータの3パルス非同期PWM
 - 多重フーリエ級数展開
 - AB相間
 - A相 $\gamma=0$, B相 $\gamma=-2/3\pi$
 - 高調波

$$\begin{aligned}ja_{ABmn} + b_{ABmn} &= ja_{Amn} + b_{Amn} - ja_{Bmn} - b_{Bmn} \\ &= -\frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta + n0 + m\frac{\pi}{2})} \\ &\quad + \frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta - n\frac{2}{3}\pi + m\frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta + m\frac{\pi}{2})} \left(-1 + e^{-jn\frac{2}{3}\pi} \right)\end{aligned}$$

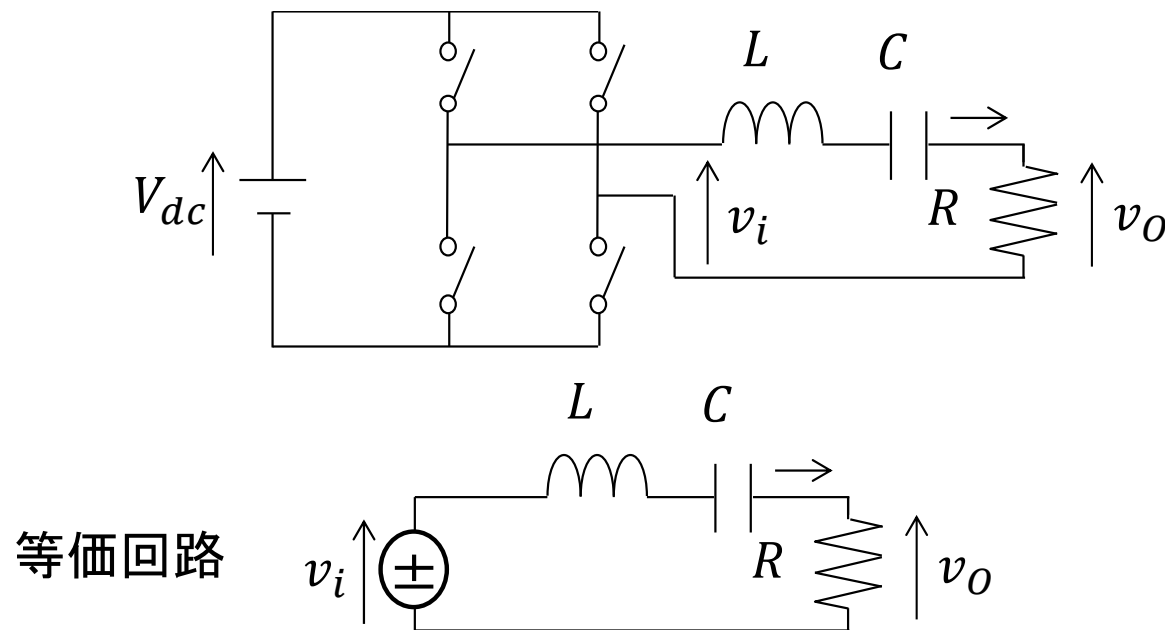
PWMによる出力制御

- 三相インバータの3パルス非同期PWM
 - 多重フーリエ級数展開
 - AB相間
 - A相 $\gamma=0$, B相 $\gamma=-2/3\pi$
 - 高調波

$$\begin{aligned} ja_{ABm-n} + b_{ABm-n} &= ja_{Am-n} + b_{Am-n} - ja_{Bm-n} - b_{Bm-n} \\ &= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta - 0\gamma + m\frac{\pi}{2})} \\ &\quad - \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m + n\frac{2}{3}\pi + m\frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta + m\frac{\pi}{2})} \left(1 - e^{jn\frac{2}{3}\pi} \right) \end{aligned}$$

直列共振インバータ

- フルブリッジ回路が矩形波交流電圧を出力
 - ブリッジ回路の出力電圧 $\pm V_{dc}$
- 負荷抵抗に直列にLとCを接続



直列共振インバータ

- 入力電圧と出力電圧の関係

- $v_i = \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R \right) i$

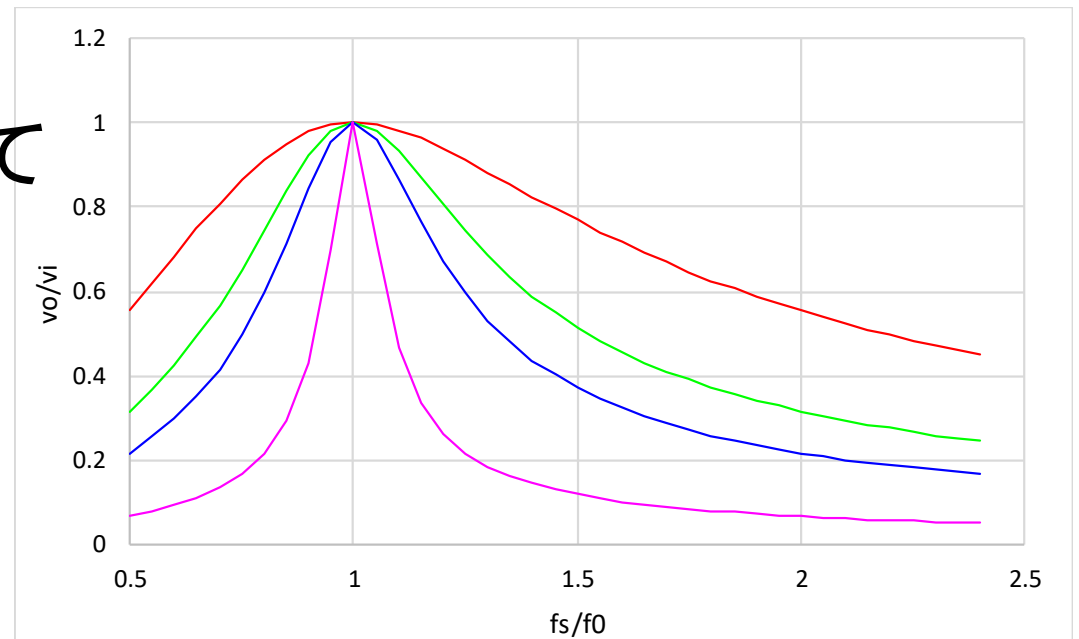
- $i = \frac{v_i}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R}$

- $v_o = Ri = \frac{Rv_i}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{Rv_i}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$

- ゲイン $\left| \frac{v_o}{v_i} \right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR}\right)^2}}$

直列共振インバータ

- 共振周波数 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- スイッチング周波数=共振周波数
 - $\frac{v_o}{v_i} = 1$
 - 高調波成分に対してフィルタとなる
 - フィルタのQ
 - $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$



直列共振インバータ

- 基本波成分

- $v_o(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$

- $a_1 = 0$

- $b_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \sin \omega t dt$

- $= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V_{dc} \sin \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V_{dc} \sin \omega t dt \right\}$

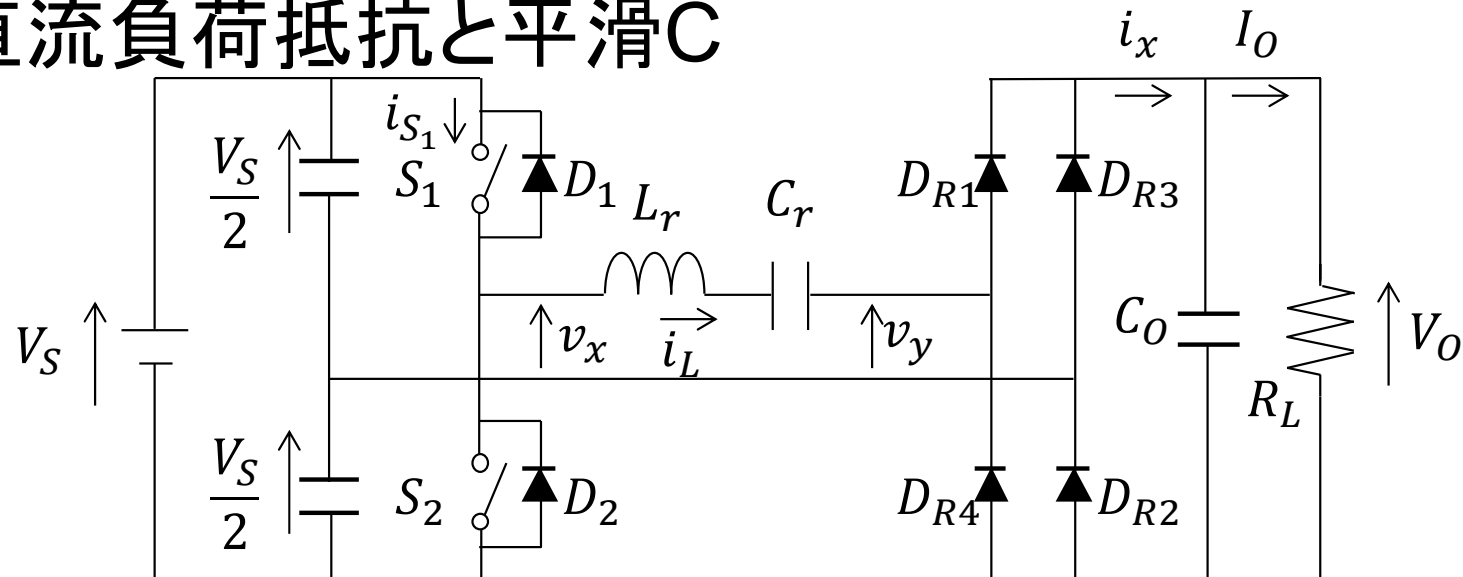
- $= \frac{2V_{dc}}{T} \int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin \omega t dt = \frac{2V_{dc}}{\omega T} [-\cos \omega t]_{0T}^{\frac{TT}{22}} = \frac{4V_{dc}}{\pi}$

直列共振インバータ

- 共振周波数での動作
 - $i = \frac{v_i}{R} \rightarrow$ 入力電圧と同相
 - スイッチング時の電流0→スイッチング損失0
- 出力制御
 - 共振周波数からスイッチング周波数をずらすとゲインが変化する
 - 高周波側にずらすと, 高調波成分の減衰が大きくなる
 - 低周波側にずらすと, 大きくなる高調波が現れる

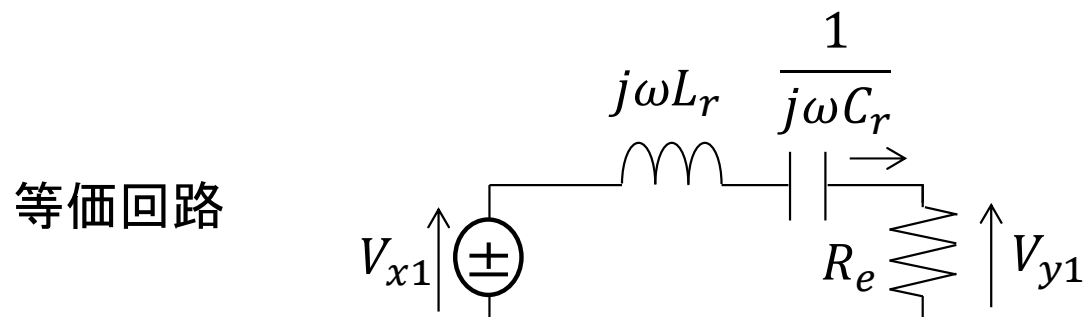
直列共振DC-DCコンバータ

- ハーフブリッジインバータ
 - コンデンサで電源電圧を分圧
 - 共振に影響を与えないよう十分大
 - 矩形波電圧 $\pm \frac{V_S}{2}$ を出力
- フルブリッジダイオード整流回路
 - 直流負荷抵抗と平滑C



直列共振DC-DCコンバータ

- 直列接続した L_r , C_r がフィルタを構成
 - 共振周波数 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}}$
- フィルタされた電流が整流されて負荷に流れる



直列共振DC-DCコンバータ

- $f_s > f_o$ での動作
 - 電流が遅れる
 - スイッチのターンオフ
 - 電流 $\neq 0$ →スイッチング損失 $\neq 0$
 - スイッチにCを並列接続
 - 電圧上昇が抑えられスイッチング損失低減
 - 反対アームのダイオードへの転流
 - スイッチのターンオン
 - 電圧 $= 0$ →スイッチング損失 $= 0$

直列共振DC-DCコンバータ

- 基本波成分について解析
- ハーフブリッジの出力電圧 $\pm \frac{V_S}{2}$
 - 基本波成分

$$\bullet v_{x1} = \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_S}{2} \sin \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -\frac{V_S}{2} \sin \omega t dt \right\} = \frac{V_S}{\omega T} [-\cos \omega t]_{0T}^{\frac{TT}{22}} = \frac{2V_S}{\pi}$$

- 整流回路の入力電圧 $\begin{cases} V_O & i_L > 0 \\ -V_O & i_L < 0 \end{cases}$

- 基本波成分

$$\bullet v_{y1} = \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} V_O \sin \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -V_O \sin \omega t dt \right\} = \frac{4V_O}{\pi}$$

直列共振DC-DCコンバータ

- 整流器入力電流の平均値
 - フィルタにより振幅 I_{L1} の正弦波として考える

- $I_y = I_O = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_{L1} \sin \omega t dt = \frac{2I_{L1}}{\pi}$

- 基本波の交流回路として考える
 - 等価回路の負荷抵抗値 R_e

- $R_e = \frac{V_{y1}}{I_{L1}} = \frac{\frac{4V_O}{\pi}}{\frac{\pi I_O}{2}} = \frac{8R_L}{\pi^2}$

直列共振DC-DCコンバータ

- 共振部の入出力電圧比

- $$\frac{V_{y1}}{V_{x1}} = \frac{\frac{4V_O}{\pi}}{\frac{2V_S}{\pi}} = \frac{R_e}{j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + R_e}$$

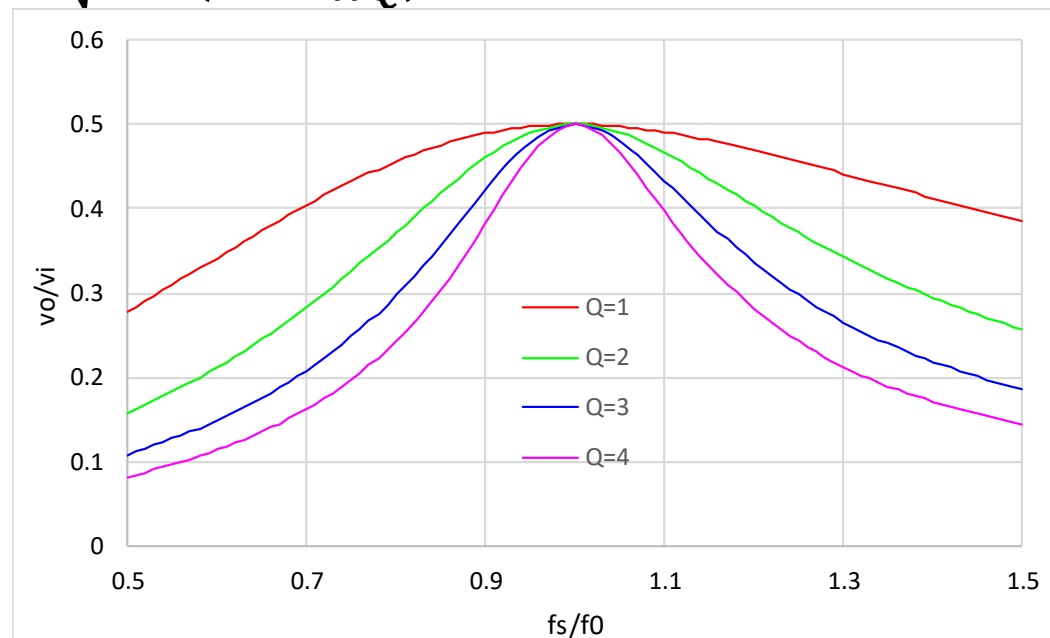
- 電源負荷の電圧比

- $$\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{R_e}{j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + R_e} \right| = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_r}{R_e} - \frac{1}{\omega C_r R_e} \right)^2}}$$

直列共振DC-DCコンバータ

- 共振回路のQと電圧比 $Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_e}$, $x = \frac{f_s}{f_0}$

- $$\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(xQ - \frac{1}{xQ} \right)^2}}$$



直列共振DC-DCコンバータ

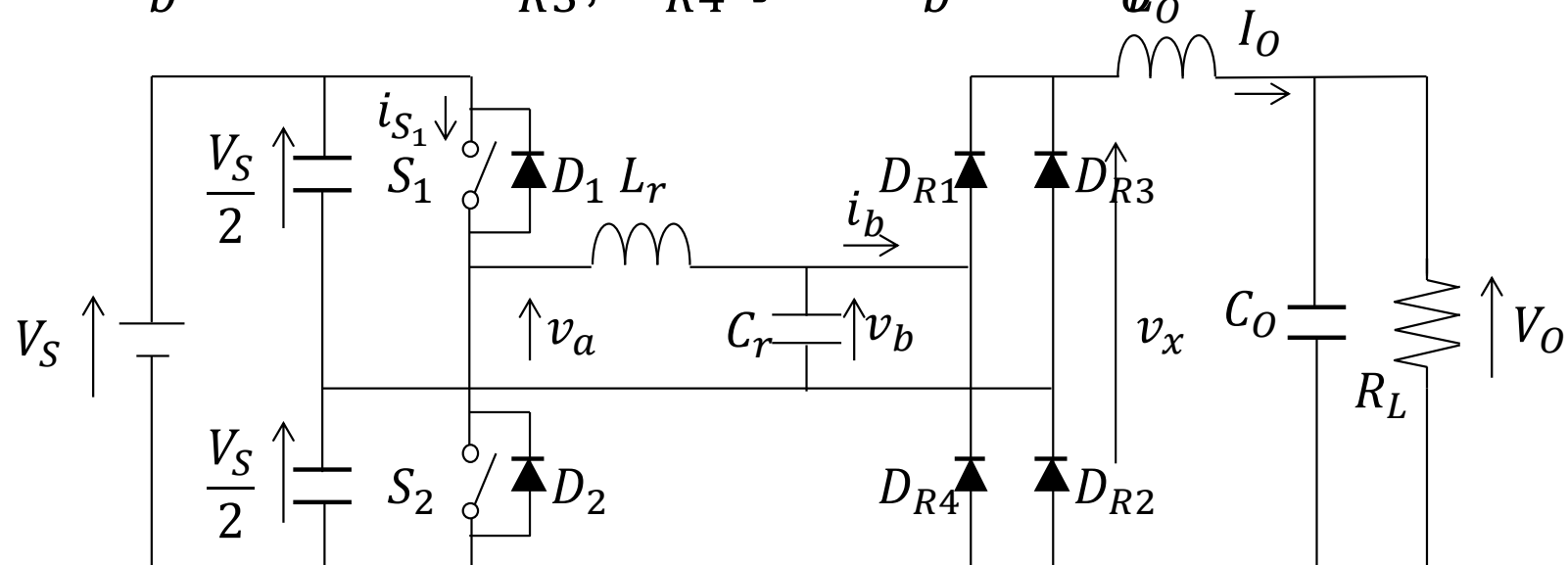
- $f_0/2 < f_s < f_0$ での動作
 - 電流が進む
 - スイッチのターンオフ
 - 自アームダイオードへの転流
 - スイッチング損失=0
 - スイッチのターンオン
 - 反対アームのダイオードから転流
 - 電圧 $\neq 0$ 電流 $\neq 0$ →スイッチング損失 $\neq 0$

直列共振DC-DCコンバータ

- $0 < f_s < f_o/2$ での動作
 - スイッチのオン期間中に共振1サイクル終了
 - サイリスタを使えば自然消弧可能
 - ソフトスイッチング条件成立
 - ただし波形はひずむ

並列共振DC-DCコンバータ

- 共振コンデンサ C_r
 - 回路に並列に接続
- フルブリッジダイオード整流回路
 - 平滑リアクトル L_o により出力電流一定 I_o
 - $v_b > 0$ D_{R1}, D_{R2} オン $i_b = I_o$
 - $v_b < 0$ D_{R3}, D_{R4} オン $i_b = -I_o$



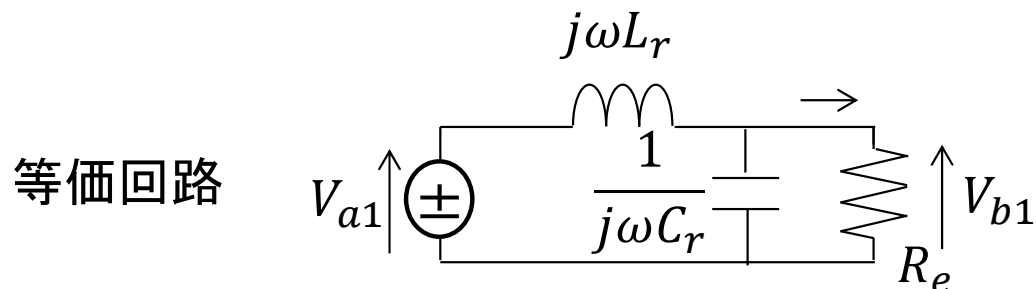
並列共振DC-DCコンバータ

- L_r, C_r がフィルタを構成

- 共振周波数 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}}$

- C_r の電圧 v_b をスイッチング周波数の振幅 V_{b1} の正弦波と仮定

- 平均値は負荷電圧に一致 $V_O = V_x = \frac{2V_{b1}}{\pi} = \frac{2V_{x1}}{\pi}$



並列共振DC-DCコンバータ

- 等価負荷抵抗

- $$R_e = \frac{V_{b1}}{I_{b1}} = \frac{\frac{\pi V_O}{2}}{\frac{4I_O}{\pi}} = \frac{\pi^2 V_O}{8 I_O} = \frac{\pi^2 R_L}{8}$$

- 共振部の電圧伝達関数

- $$I_L = \left(\frac{1}{R_e} + j\omega C_r \right) V_{b1}$$

- $$V_{a1} - V_{b1} = j\omega L_r I_L = j\omega L_r \left(\frac{1}{R_e} + j\omega C_r \right) V_{b1}$$

- $$V_{a1} = \left(1 - \omega^2 L_r C_r + \frac{j\omega L_r}{R_e} \right) V_{b1}$$

並列共振DC-DCコンバータ

- 電源電圧と出力電圧の伝達関数

- $$\frac{V_{b1}}{V_{a1}} = \frac{1}{1 - \omega^2 L_r C_r + j \frac{\omega L_r}{R_e}}$$

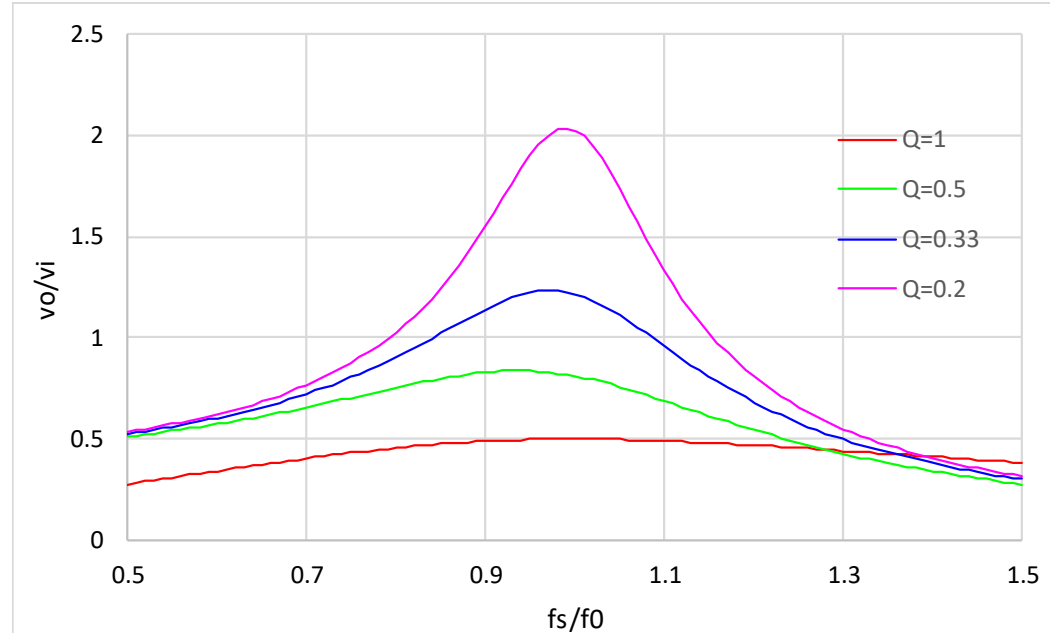
- $$\frac{V_O}{V_S} = \frac{\frac{2V_{b1}}{\pi}}{\frac{\pi V_{a1}}{2}} = \frac{4}{\pi^2} \frac{V_{b1}}{V_{a1}} = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{1 - \omega^2 L_r C_r + j \frac{\omega L_r}{R_e}}$$

- ゲイン

- $$\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 L_r C_r)^2 + \left(\frac{\omega L_r}{R_e} \right)^2}}$$

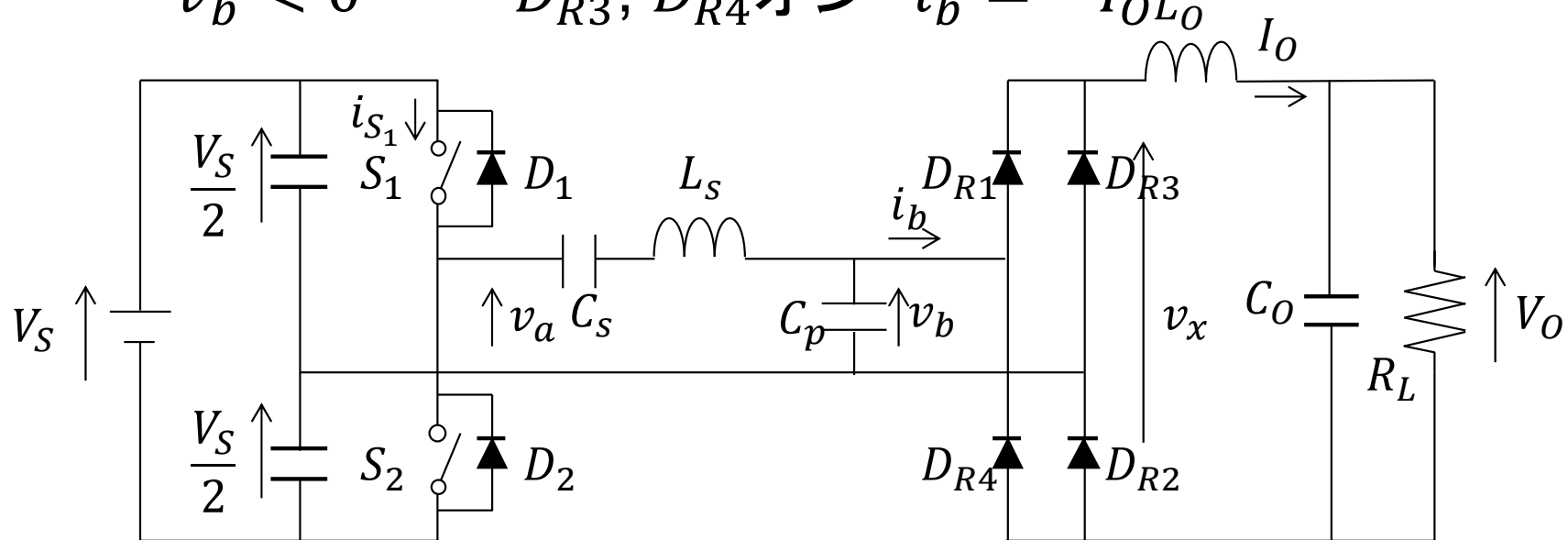
並列共振DC-DCコンバータ

- 共振回路のQと電圧比 $Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_e}$, $x = \frac{f_s}{f_0}$
- $\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + (xQ)^2}}$



直並列共振DC-DCコンバータ

- 共振コンデンサ C_s, C_p
- フルブリッジダイオード整流回路
 - 平滑リアクトル L_o により出力電流一定 I_o
 - 並列共振DC-DCコンバータと同様
 - $v_b > 0$ D_{R1}, D_{R2} オン $i_b = I_o$
 - $v_b < 0$ D_{R3}, D_{R4} オン $i_b = -I_o L_o$



直並列共振DC-DCコンバータ

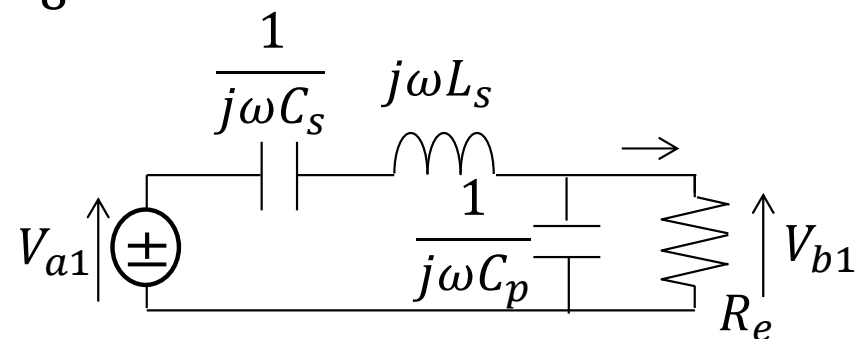
- C_p の電圧 v_b をスイッチング周波数の振幅 V_{b1} の正弦波と仮定

- 平均値は負荷電圧に一致 $V_O = V_x = \frac{2V_{b1}}{\pi} = \frac{2V_{x1}}{\pi}$

- 等価負荷抵抗

- $$R_e = \frac{V_{b1}}{I_{b1}} = \frac{\frac{\pi V_O}{2}}{\frac{4I_O}{\pi}} = \frac{\pi^2 V_O}{8 I_O} = \frac{\pi^2 R_L}{8}$$

等価回路



直並列共振DC-DCコンバータ

- 共振部の電圧伝達関数

- $I_L = \left(\frac{1}{R_e} + j\omega C_p \right) V_{b1}$

- $$\begin{aligned} V_{a1} - V_{b1} &= \left(j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} \right) I_L \\ &= \left(j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} \right) \left(\frac{1}{R_e} + j\omega C_p \right) V_{b1} \\ &= \left[-\omega^2 L_s C_p + \frac{C_p}{C_s} + j \left(\frac{\omega L_s}{R_e} - \frac{1}{\omega C_s R_e} \right) \right] V_{b1} \end{aligned}$$

直並列共振DC-DCコンバータ

- 電源電圧と出力電圧の伝達関数

- $$\frac{V_{b1}}{V_{a1}} = \frac{1}{1 - \omega^2 L_S C_p + \frac{C_p}{C_S} + j \left(\frac{\omega L_S}{R_e} - \frac{1}{\omega C_S R_e} \right)}$$

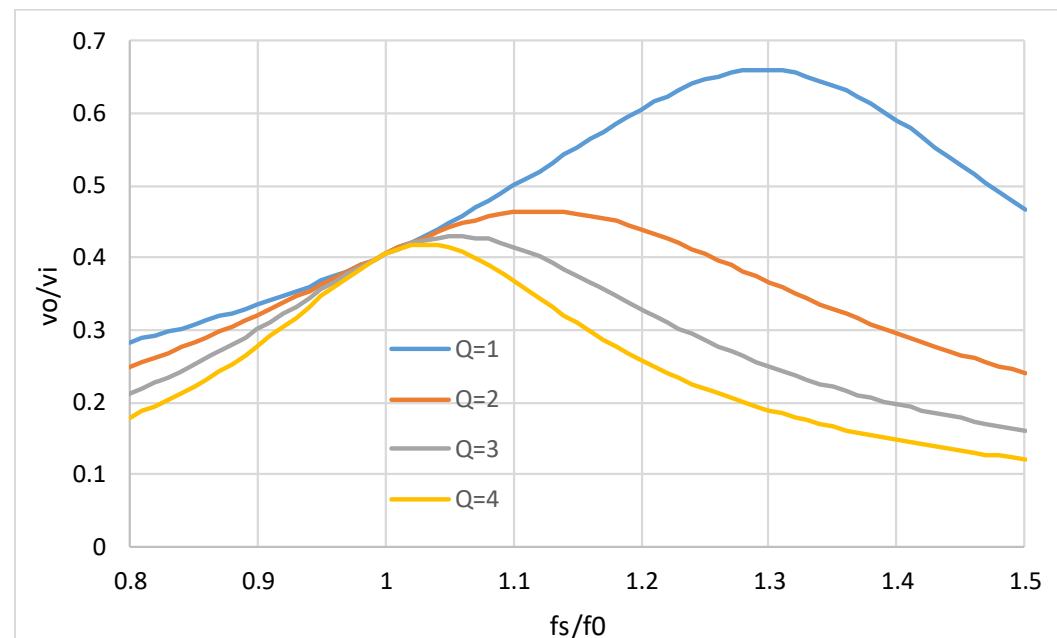
- $$\frac{V_O}{V_S} = \frac{\frac{2V_{b1}}{\pi}}{\frac{\pi V_{a1}}{2}} = \frac{4}{\pi^2} \frac{V_{b1}}{V_{a1}} = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{1 - \omega^2 L_S C_p + \frac{C_p}{C_S} + j \left(\frac{\omega L_S}{R_e} - \frac{1}{\omega C_S R_e} \right)}$$

- ゲイン

- $$\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 L_S C_p + \frac{C_p}{C_S} \right)^2 + \left(\frac{\omega L_S}{R_e} - \frac{1}{\omega C_S R_e} \right)^2}}$$

直並列共振DC-DCコンバータ

- 共振回路のQと電圧比 $Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_e}$, $x = \frac{f_s}{f_0}$
- $\left| \frac{V_O}{V_S} \right| = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{(2-x^2)^2 + \left(xQ - \frac{Q}{x}\right)^2}}$
- $C_s = C_p$ 共振周波数 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_p}}$



共振DC-DCコンバータ

- 利点
 - スイッチング損失を低減可能
- 欠点
 - 出力電圧制御可能な負荷範囲が狭い