

パワーエレクトロニクス  
第三回 パワー半導体デバイス  
半波整流回路

2020年4月30日

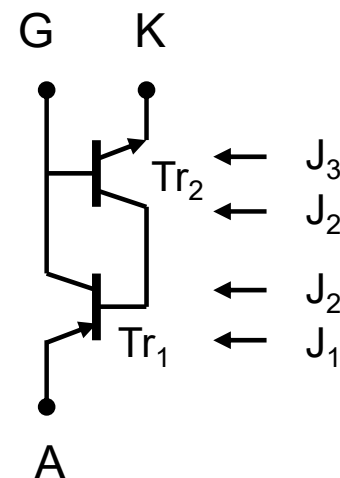
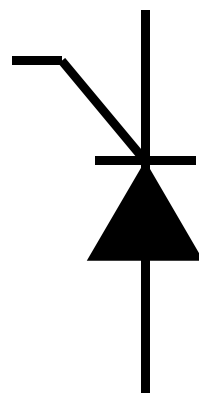
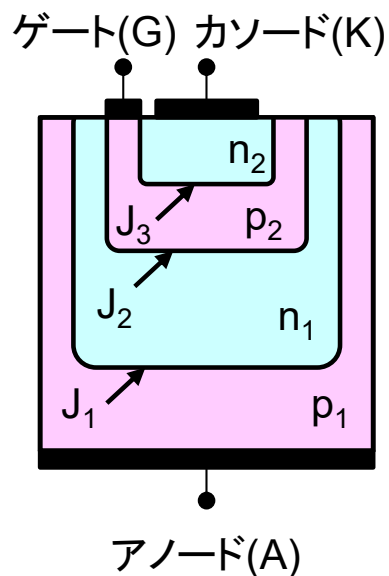
# 授業の予定

- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

# パワーデバイスの種類と構造

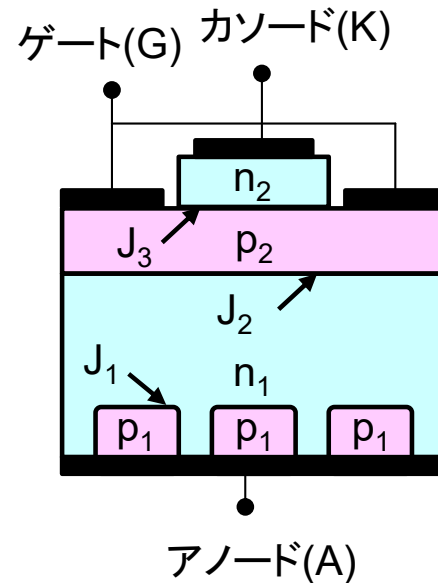
- サイリスタ
- GTO
- バイポーラトランジスタ
- パワーMOSFET
- IGBT

# サイリスタ



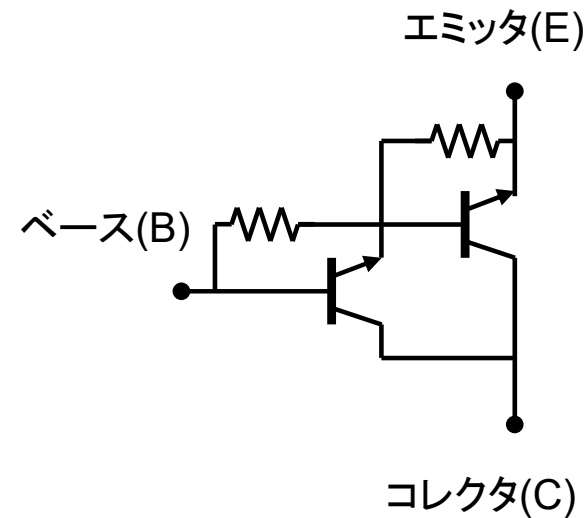
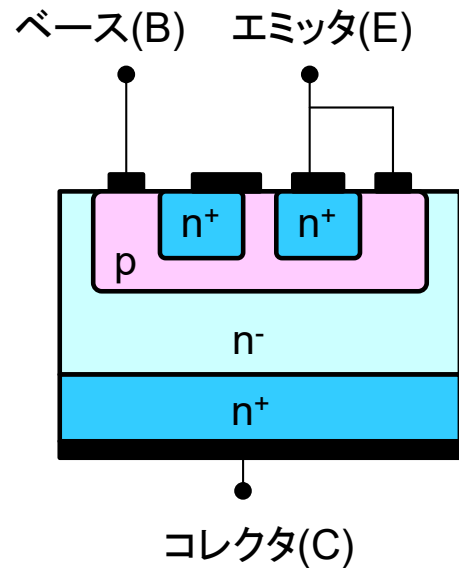
- ターンオン
  - 接合 $J_3$ を順バイアス
    - 注入された電子が, 高電界のかかっている $J_2$ で加速, なだれ破壊
  - 光直接点弧有
- ターンオフ
  - AK間電圧を小さくする, 電圧の極性を反転
  - $J_1, J_3$ 逆バイアス

# GTO



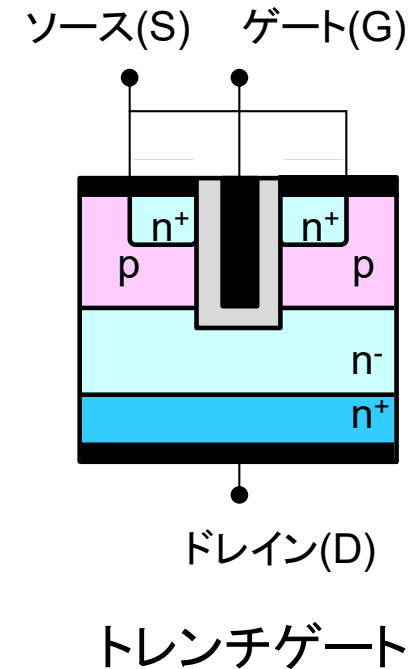
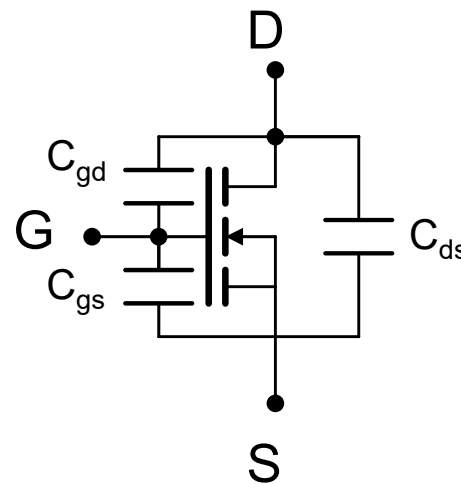
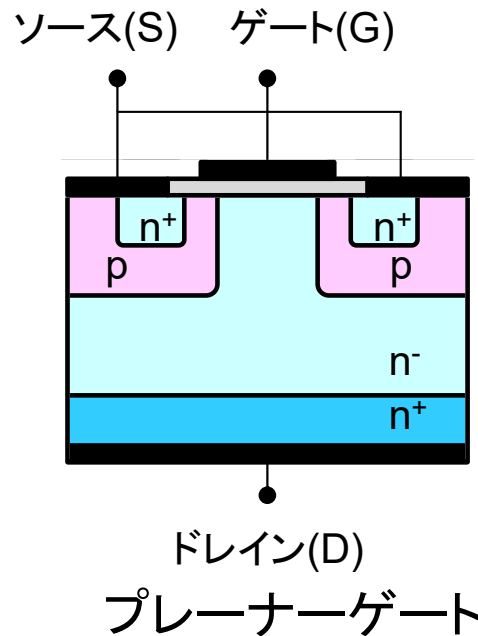
- GTOサイリスタ
  - アノードは短絡エミッタ構造
    - 阻止状態で、急峻な電圧変化によるターンオンを防ぐ
  - オン時はJ<sub>2</sub>近傍にキャリアが蓄積
  - ターンオフ時にJ<sub>2</sub>のキャリアを引き抜く
    - 微細GTOの集合

# パワーバイポーラトランジスタ



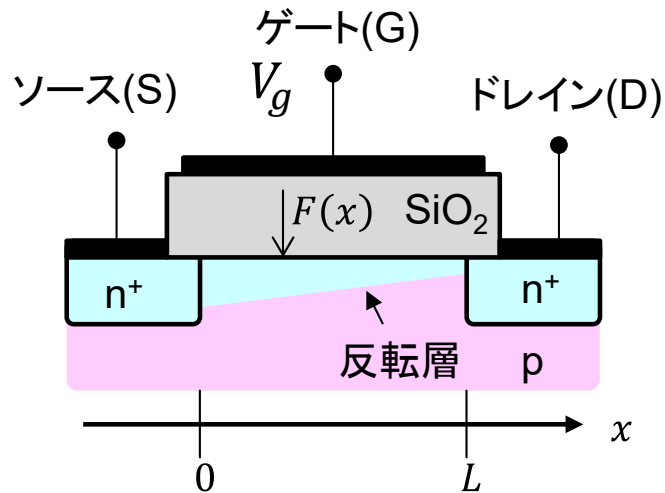
- パワー用として耐圧, 電流容量, 放熱を向上
  - コレクタ領域不純物濃度を下げ耐圧向上
    - N<sup>+</sup>層を作りできるだけ低抵抗化
- ダーリントン接続構造

# パワーMOSFET



- 熱暴走しない(バイポーラトランジスタとの比較)
- 短チャネル化で抵抗抑制
  - V-shaped grooved MOSFET
  - 二重拡散(double diffused) MOSFET 電流横向き
  - 縦型(vertical DMOSFET) 電流縦向き, 基板全体使用, 大電流化
- 寄生(ボディ)ダイオード有

# パワーMOSFETの動作



$L$ :チャンネル長,  $W$ :チャンネル幅,  $d$ :酸化膜厚,  $\epsilon$ :誘電率,  $\mu$ :移動度  
 $F(x)$ :酸化膜内電界,  $V(x)$ :界面電位,  $Q(x)$ :誘起電荷(単位面積当たり)

ガウスの法則 
$$F(x) = \frac{Q(x)}{\epsilon} = \frac{V_g - V(x)}{d}$$

チャンネル電流 (ドリフト) 
$$I_d = Q(x)\mu \frac{dV(x)}{dx} W = \frac{\mu W \epsilon}{d} \{V_g - V(x)\} \frac{dV(x)}{dx}$$



# パワーMOSFETの動作

- 電流連続の条件( $I_d$ は任意の $x$ で一定)

- $\int_0^L I_d dx = I_d L$

- $$\int_0^L I_d dx = \int_0^L \frac{\mu W \varepsilon}{d} \{V_g - V(x)\} \frac{dV(x)}{dx} dx$$
$$= \frac{\mu W \varepsilon}{d} \int_0^{V_d} \{V_g - V(x)\} dV(x)$$

- $V(0) = 0, V(L) = V_d$

- $$I_d = \frac{\mu W \varepsilon}{L d} V_d \left( V_g - \frac{V_d}{2} \right) = \frac{\mu W C_g}{L} V_d \left( V_g - \frac{V_d}{2} \right)$$

- $C_g$ : 単位面積当たり絶縁層静電容量

# パワーMOSFETの動作

- $V_{th}$ :ゲート閾値電圧を考慮

- $I_d = \frac{\mu W C_g}{L} V_d \left( V_g - V_{th} - \frac{V_d}{2} \right)$

- ピンチオフ条件(線形→飽和)

- $\frac{dI_d}{dV_d} = 0$

- $\frac{dI_d}{dV_d} = \frac{\mu W C_g}{L} \left\{ \left( V_g - V_{th} - \frac{V_d}{2} \right) - \frac{V_d}{2} \right\} = 0$

- $V_d = V_g - V_{th}$

- $I_d^{sat}$ :飽和電流

- $I_d^{sat} = \frac{\mu W C_g}{2L} (V_g - V_{th})^2$

# パワーMOSFETの動作

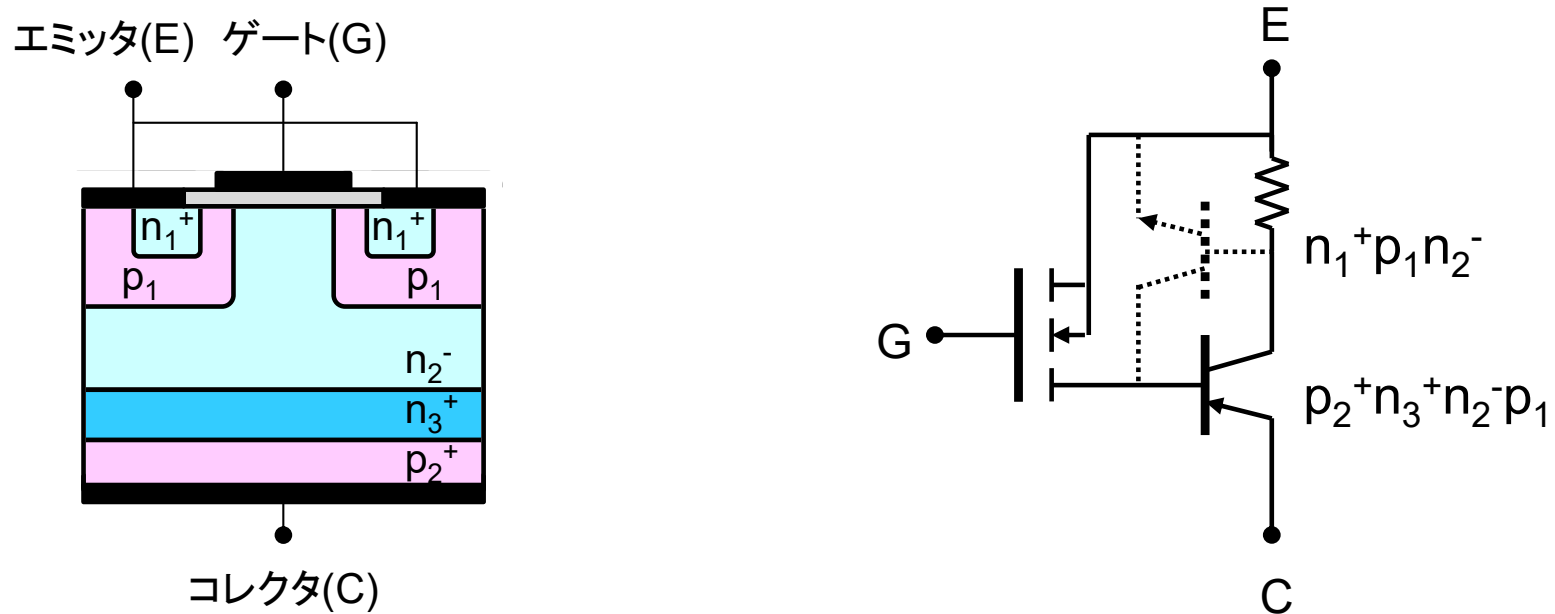
- $g_m$ : 相互コンダクタンス

- $g_m = \frac{dI_d}{dV_g}$

- 線形領域  $g_m = \frac{\mu W C_g}{L} V_d$

- 飽和領域  $g_m = \frac{\mu W C_g}{L} (V_g - V_{th})$

# IGBT



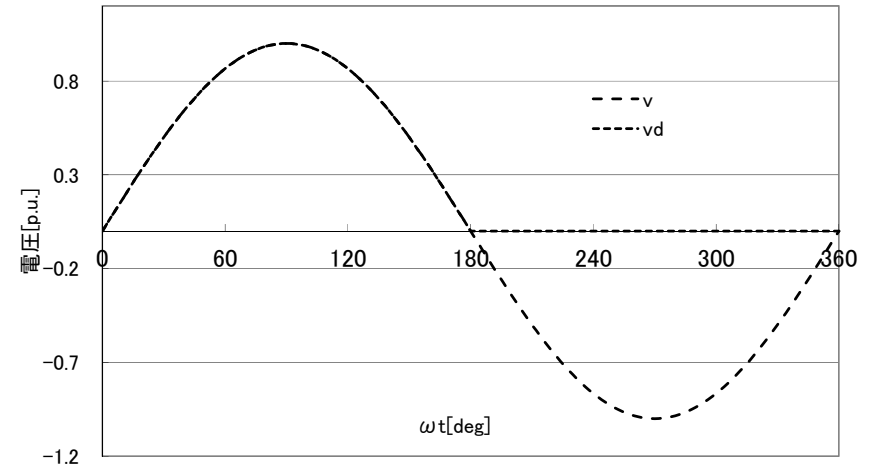
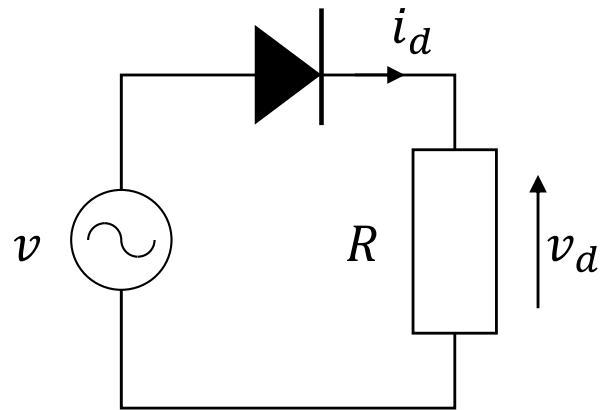
- VDMOSFETのドレイン $n^+$ と、ドレインの金属電極間に $p^+$ 領域を形成
- NチャネルMOSFETがバイポーラトランジスタ $p_2^+(n_3^+n_2^-)p_1$ をオン
  - 少数キャリア注入による抵抗低減
- $p_2^+(n_3^+n_2^-)p_1n_1^+$ に寄生サイリスタ構造を持つ
  - ラッチアップ動作 危険
- 寄生(ボディ)ダイオード無

# 半波整流回路

- 負荷条件
  - 抵抗負荷
  - 誘導負荷
  - 容量負荷
- 導通状態
  - 点弧角
  - 消弧角
- 出力
  - 電圧
  - 高調波
  - 歪率
  - 力率

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路



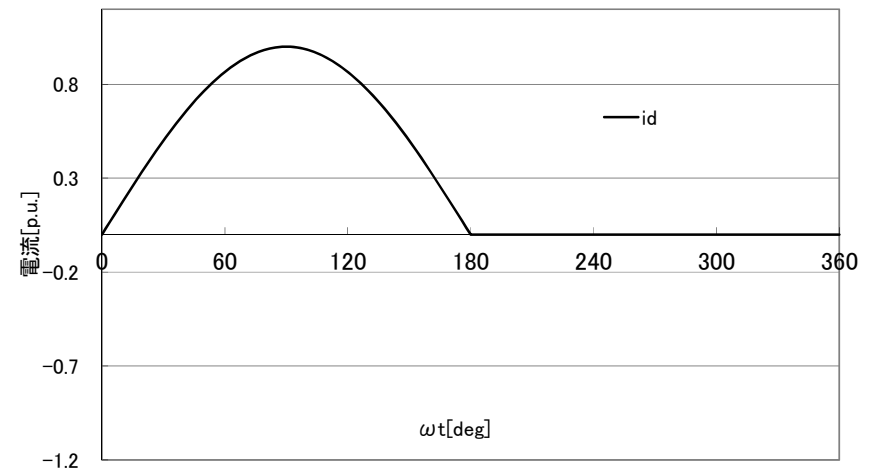
- 抵抗負荷

- 電源交流電圧

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

- 導通:  $v(t) > 0$   $\left(0 < t < \frac{\pi}{\omega}\right)$

- 遮断:  $v(t) < 0$   $\left(\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}\right)$



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

- 負荷直流電圧平均値

- $$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} v(t) dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 dt \right\} \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin \omega t dt = \frac{\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \{-\cos \pi + \cos 0\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \{1 + 1\} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \end{aligned}$$

- 直流電流の平均値

- $$I_d = \frac{V_d}{R} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi R}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

- 出力電圧に含まれる高調波

- $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$

- $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt = V_d = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}$

- $b_0 = 0$

- $a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t dt$

$$= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 \cos \omega t dt \right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cos \omega t dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\sin 2\omega t}{2} dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{-\cos 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{2\omega T} \{-\cos 2\pi + 1\} = \frac{\sqrt{2}V}{4\pi} \{-1 + 1\} = 0$$



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

$$\begin{aligned} \bullet b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 \cos \omega t dt \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \sin \omega t dt + \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2} dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \frac{T}{2} - 0 - \frac{\sin 2\pi - 0}{2\omega} \right\} = \frac{V}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad a_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t \, dt \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos i\omega t \, dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 \cos i\omega t \, dt \right\} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cos i\omega t \, dt \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2} \, dt \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \frac{-\cos(1+i)\pi + 1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)\pi + 1}{1-i} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{1 - (-1)^{1+i}}{1+i} + \frac{1 - (-1)^{1-i}}{1-i} \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

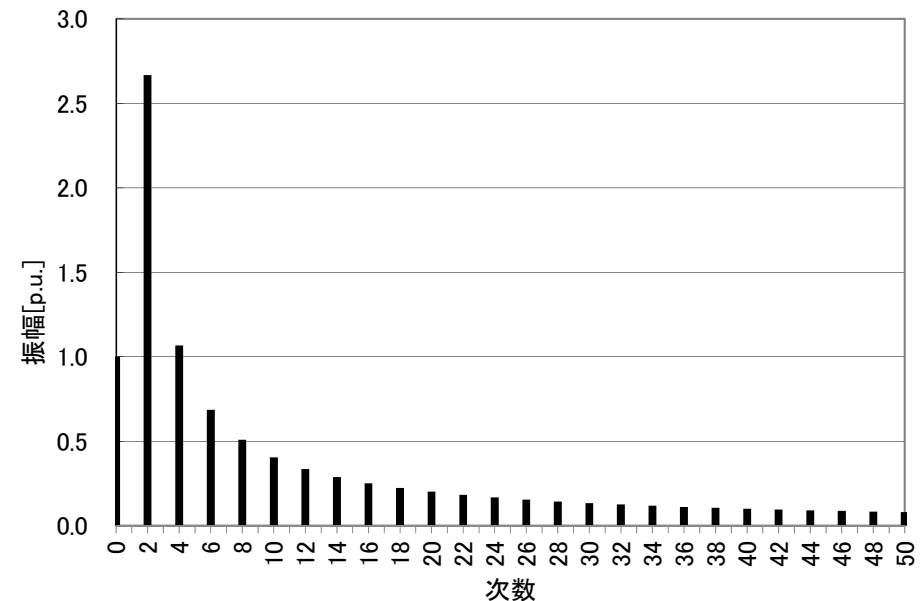
$$\begin{aligned} \bullet \quad b_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t \, dt \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos i\omega t \, dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0 \cos i\omega t \, dt \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \sin i\omega t \, dt - \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2} \, dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \frac{\sin(1-i)\pi - 0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)\pi - 0}{1+i} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \frac{0-0}{1-i} - \frac{0-0}{1+i} \right\} = 0 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 抵抗負荷

- 直流電圧脈動率
  - (最大電圧-最小電圧)/  
平均電圧
  - $\frac{\sqrt{2}V-0}{V_d} = \frac{\sqrt{2}V}{\frac{\sqrt{2}V}{\pi}} = \pi$

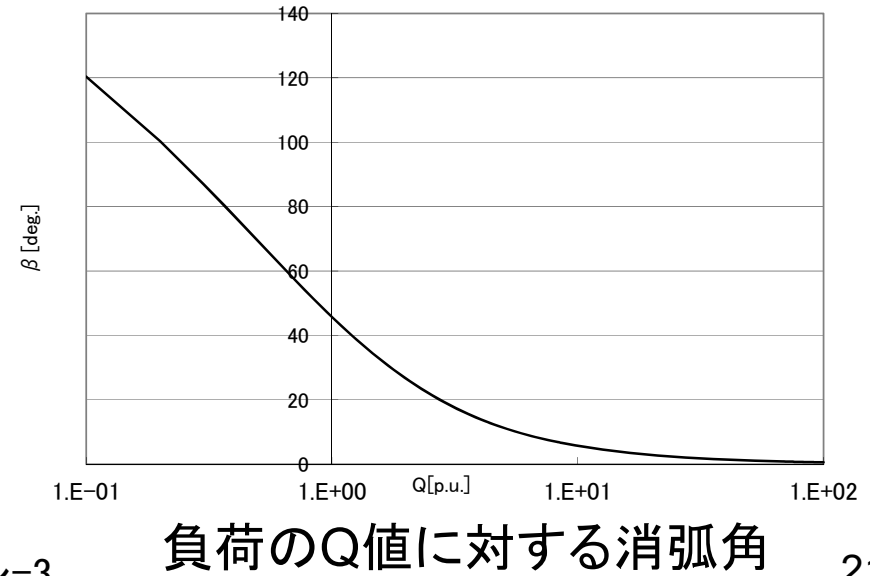
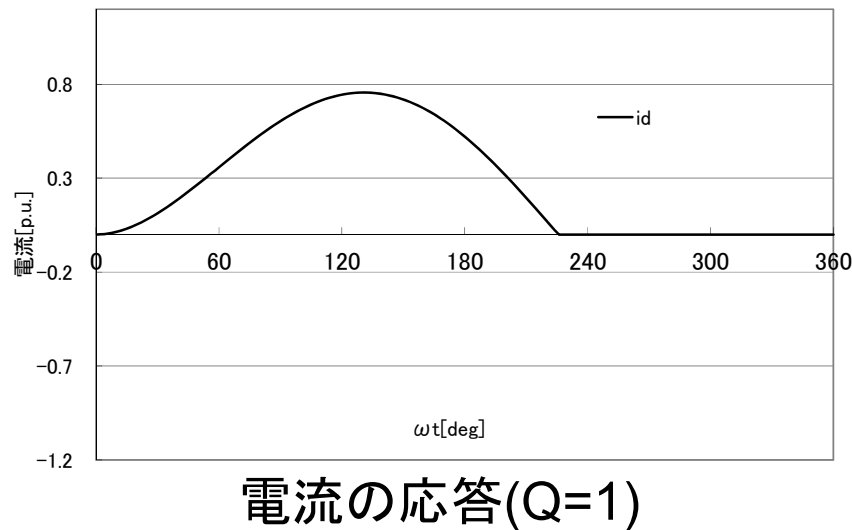
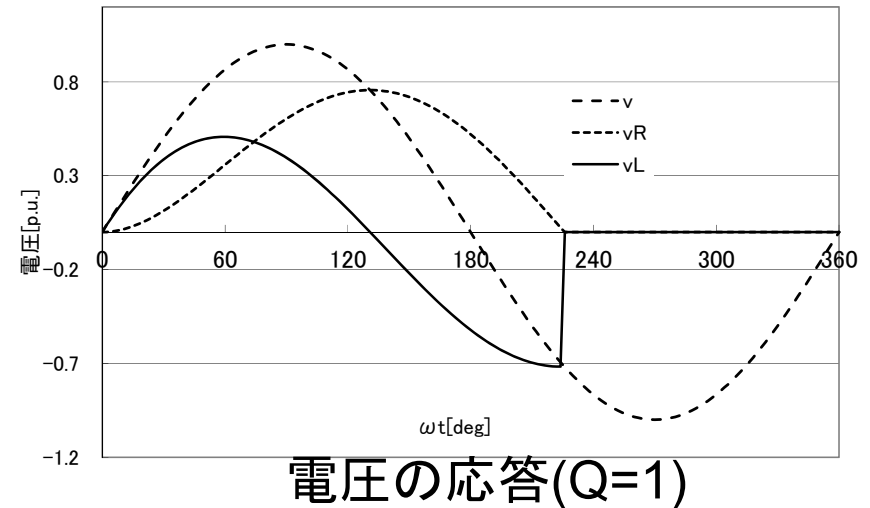
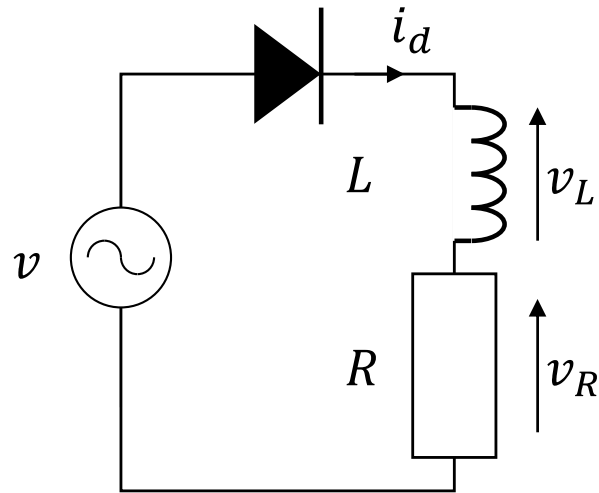
基本波周波数成分( $i = 1$ )は $b_1$ にのみ現れる  
高調波に対応する $b_i(i > 1)$ の成分は無い  
基本波成分は $a_1$ 存在しない  
高調波成分 $a_i$ は 奇数は $a_i = 0$ ,偶数は存在  
出力波形が上下非対称振幅は高調波の  
次数 $i$ に反比例



負荷電圧の周波数スペクトル

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- 電源電圧 $v$ はRとLで分担

- $v_R = Ri_d$

- $v_L = L \frac{di_d}{dt}$

- 導通状態のKVL

- $v = v_R + v_L = Ri_d + L \frac{di_d}{dt}$

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

- 電流初期値:0

- $\sqrt{2}V \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} = RI_d + LsI_d$

- $I_d = \sqrt{2}V \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{LS + R}$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

$$\bullet I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( \frac{\omega L}{s + \frac{R}{L}} - \omega L \frac{s}{s^2 + \omega^2} + R \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right)$$

$$\bullet i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left( \omega L e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L \cos \omega t + R \sin \omega t \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left( e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t \right) + R \sin \omega t \right]$$

•  $i_d(t_{off}) = 0$ となる時点で遮断状態に遷移

• 消弧角:  $\omega t_{off} = \pi + \beta$

$$\bullet i_d(t_{off}) = i_d \left( \frac{\pi + \beta}{\omega} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left\{ e^{-\frac{R\pi + \beta}{L\omega}} - \cos(\pi + \beta) \right\} + R \sin(\pi + \beta) \right]$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- $\omega L \left\{ e^{-\frac{R\pi+\beta}{L\omega}} - \cos(\pi + \beta) \right\} + R \sin(\pi + \beta) = 0$
- $e^{-\frac{R(\pi+\beta)}{\omega L}} + \cos \beta - \frac{R}{\omega L} \sin \beta = 0$ 
  - 超越方程式→収束計算で解を求める
- $i_d \left( \frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left( e^{-\frac{2\pi R}{\omega L}} - \cos 2\pi \right) + R \sin 2\pi \right] < 0$
- $e^{-\frac{2\pi R}{\omega L}} - 1 < 0$
- 電流 $i_d$ は $t < \frac{2\pi}{\omega}$ で0まで低下, ダイオードは遮断状態に遷移



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- インダクタに印加されている電圧

- $$v_L = L \frac{di_d}{dt}$$
$$= \frac{\sqrt{2}VL}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L \left( -\frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} + \omega \sin \omega t \right) + R\omega \cos \omega t \right]$$
$$= \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ -R e^{-\frac{R}{L}t} + \omega L \sin \omega t + R \cos \omega t \right]$$
$$= \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ R \left( -e^{-\frac{R}{L}t} + \cos \omega t \right) + \omega L \sin \omega t \right]$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- ダイオードの導通期間中にインダクタの電圧  $v_L$  が正から負に反転
- インダクタが充電から放電に切り替わる時点

$$t_m = \frac{\theta_m}{\omega}$$

$$\bullet v_L \left( \frac{\theta_m}{\omega} \right) = \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[ R \left( -e^{-\frac{R\theta_m}{L\omega}} + \cos \theta_m \right) + \omega L \sin \theta_m \right] = 0$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- R,L負荷全体に印加される平均電圧

$$\begin{aligned} \bullet V_d &= \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{t_{off}} v(t) dt + \int_{t_{off}}^T 0 dt \right\} \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin \omega t dt = \frac{\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \sin \omega t dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{t_{off}} = \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \{ -\cos(\pi + \beta) + \cos 0 \} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \{ \cos \beta + 1 \} \end{aligned}$$

- 抵抗負荷より小さい
  - 負の電圧が印加される期間があるため

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- 出力電圧に含まれる高調波

- $a_0 = V_d = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \{\cos \beta + 1\}$

- $b_0 = 0$

- $$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t dt = \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_{t_{off}}^T 0 \cos \omega t dt \right\}$$
$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \sin \omega t \cos \omega t dt$$
$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \frac{\sin 2\omega t}{2} dt = \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{-\cos 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{t_{off}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\omega T} \{-\cos 2(\pi + \beta) + 1\} = \frac{\sqrt{2}V}{4\pi} \{-\cos 2\beta + 1\}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- $$\begin{aligned} b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos \omega t dt + \int_{t_{off}}^T 0 \cos \omega t dt \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \sin \omega t \sin \omega t dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2} dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{t_{off}} = \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \frac{\pi + \beta}{\omega} - 0 - \frac{\sin 2(\pi + \beta) - 0}{2\omega} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \pi + \beta - \frac{\sin 2\beta}{2} \right\} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \pi + \beta - \frac{\sin 2\beta}{2} \right\} \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

$$\begin{aligned}
 \bullet a_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t dt \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos i\omega t dt + \int_{t_{off}}^T 0 \cos i\omega t dt \right\} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \sin \omega t \cos i\omega t dt \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2} dt \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} \right]_0^{t_{off}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \frac{-\cos(1+i)(\pi + \beta) + 1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)(\pi + \beta) + 1}{1-i} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{1 - (-1)^{1+i} \cos(1+i)\beta}{1+i} + \frac{1 - (-1)^{1-i} \cos(1-i)\beta}{1-i} \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- $$\begin{aligned}
 b_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t dt \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos i\omega t dt + \int_{t_{off}}^T 0 \cos i\omega t dt \right\} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \sin \omega t \sin i\omega t dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T} \int_0^{t_{off}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2} dt \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left[ \frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} \right]_0^{t_{off}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T} \left\{ \frac{\sin(1-i)(\pi + \beta) - 0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)(\pi + \beta) - 0}{1+i} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{\cos(1-i)\pi \sin(1-i)\beta}{1-i} - \frac{\cos(1+i)\pi \sin(1+i)\beta}{1+i} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{(-1)^{1-i} \sin(1-i)\beta}{1-i} - \frac{(-1)^{1+i} \sin(1+i)\beta}{1+i} \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 誘導性負荷

- 直流電圧脈動率

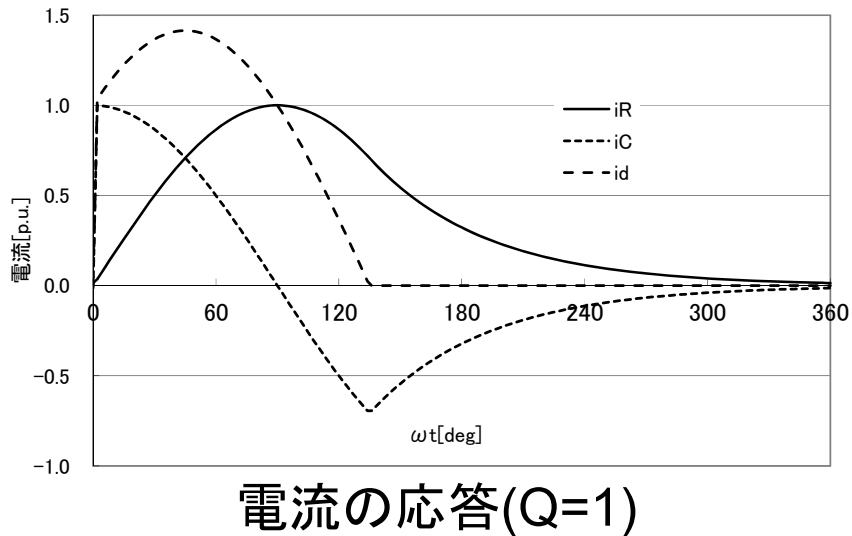
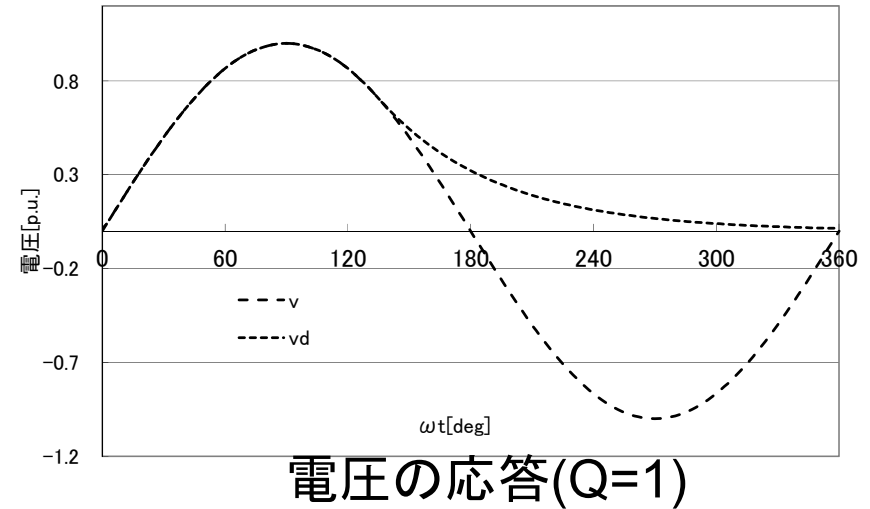
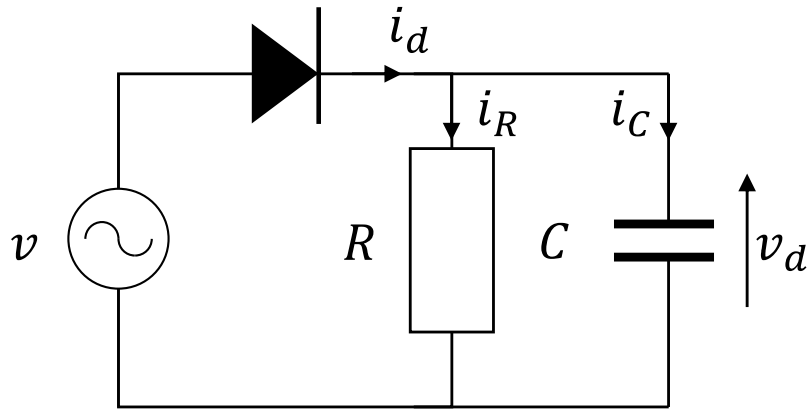
- $$\bullet \frac{\sqrt{2}V - 0}{V_d} = \frac{\sqrt{2}V}{\frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \{\cos \beta + 1\}} = \frac{2\pi}{\cos \beta + 1}$$

- 平均直流電圧が小さくなった分，抵抗負荷に比べて大きくなる



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷



負荷のQ値に対する点弧角・消弧角

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- ダイオードの導通状態は電源電圧 $v$ とコンデンサの充電電圧 $v_d$ によって決まる
  - 交流電圧 $v(t)$ 
    - $v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$
    - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin \theta_{con}$ 
      - ダイオードの導通開始時点 $t = t_{con} = \frac{\theta_{con}}{\omega}$
      - コンデンサの電圧初期値 $v_{dcon}$
- 電源電流 $i_d$ 
  - $i_d = i_C + i_R = C \frac{dv_d}{dt} + \frac{v_d}{R} = \sqrt{2}V \left\{ C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right\}$
  - コンデンサ充電電流 $i_C$ , 負荷電流 $i_R$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流最大値  $i_{dmax}$ 
  - 電源電流  $i_d$  が極値をとる条件
    - $\frac{di_d}{dt} = \sqrt{2}V \left\{ -C\omega^2 \sin \omega t + \frac{\omega \cos \omega t}{R} \right\}$   
 $= \sqrt{2}V\omega \left\{ -C\omega \sin \omega t + \frac{\cos \omega t}{R} \right\} = 0$
    - $C\omega \sin \omega t_{max} = \frac{\cos \omega t_{max}}{R}$
    - $\tan \omega t_{max} = \frac{1}{\omega CR}$ 
      - $\cos \omega t_{max} = \omega CR \sin \omega t_{max}$
      - $\sin \omega t_{max} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R^2}}$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流最大値  $i_{dmax}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad i_{dmax} &= \sqrt{2}V \left\{ \omega^2 C^2 R \sin \omega t_{max} + \frac{\sin \omega t_{max}}{R} \right\} \\ &= \sqrt{2}V \sin \omega t_{max} \frac{1 + \omega^2 C^2 R^2}{R} \\ &= \sqrt{2}V \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}{R} \\ &= \sqrt{2}V \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

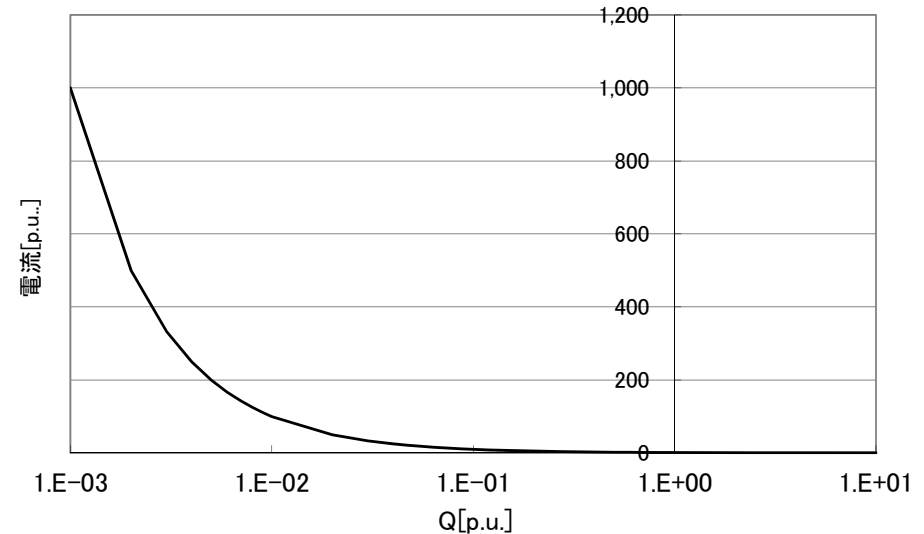
## 半波整流回路 容量性負荷

- 負荷のQ値に対する電源電流の最大値

- $Q = \frac{1}{\omega CR}$

- 負荷のQ値が小さい(負荷が大きく抵抗Rが小さい), 平滑コンデンサの容量Cが大きいほど, 電源電流 $i_d$ の最大値 $i_{dmax}$ が大きくなる

- より歪んだ電流波形
- 歪波力率が低い



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- ダイオードの導通期間

- 導通終了時点  $t = t_{coff} = \frac{\theta_{coff}}{\omega}$  (消弧角  $\theta_{coff}$ )

- $i_d(t_{coff}) = \sqrt{2}V \left\{ C\omega \cos \theta_{coff} + \frac{\sin \theta_{coff}}{R} \right\} = 0$

- $C\omega \cos \theta_{coff} + \frac{\sin \theta_{coff}}{R} = 0$

- $\tan \theta_{coff} = -\omega CR$

- 電源電圧  $v$  が最大値をとった後  $\frac{\pi}{2} \leq \theta_{coff} \leq \pi$

- $\theta_{coff} = \pi - \tan^{-1} \omega CR$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- ダイオードの導通期間
  - 導通開始時点 $t_{con}$ (点弧角 $\theta_{con}$ )
    - コンデンサ電流 $i_C$ が負荷電流 $i_R$ と等しい大きさ
      - $i_R = \frac{v_d}{R} = -i_C = -C \frac{dv_d}{dt}$
      - $\frac{V_d}{R} = -C(sV_d - v_{dcoff})$ 
        - $v_{dcoff} = \sqrt{2}V \sin \theta_{coff}$
        - $v_d(t) = v_{dcoff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})}$
    - 次のサイクルで非導通状態から導通状態に遷移
      - $t = t_{con} = \frac{\theta_{con} + 2\pi}{\omega}$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- ダイオードの導通期間

- 導通開始時点  $t_{con}$  (点弧角  $\theta_{con}$ )

- $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin \theta_{con} = v_d \left( \frac{\theta_{con} + 2\pi}{\omega} \right)$

- $= v_{dcoff} e^{-\frac{1}{\omega CR} \left( \omega \frac{\theta_{con} + 2\pi}{\omega} - \theta_{coff} \right)}$

- $= \sqrt{2}V \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR} (2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff})}$

- $\sin \theta_{con} = \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR} (2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff})}$

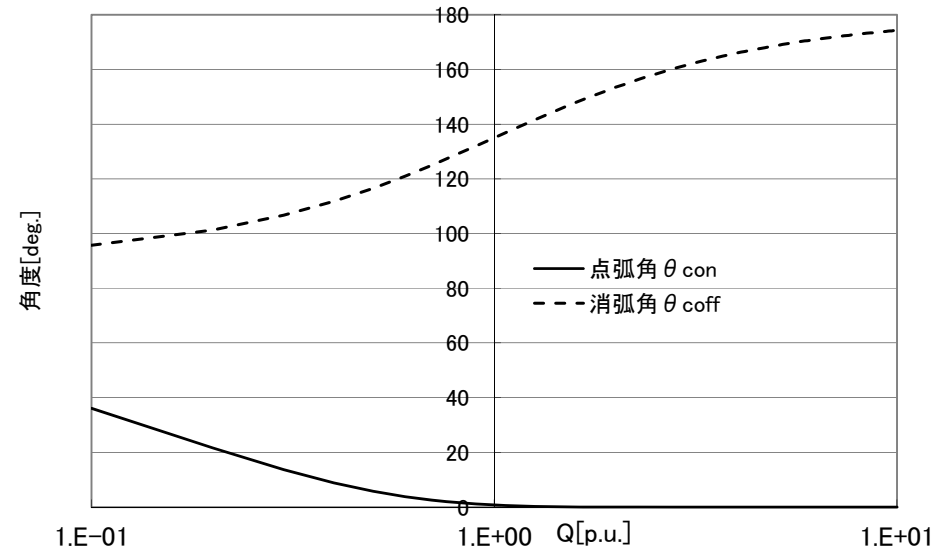
- 数値解



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 負荷のQ値に対する点弧角 $\theta_{con}$ ，消弧角 $\theta_{coff}$ 
  - Q値が大きい(抵抗小，負荷大)と消弧角 $\theta_{coff}$ が大きくなり，点弧角 $\theta_{con}$ は小さくなる
    - ダイオードの導通期間が長くなる



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 出力電圧

- $$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t) dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t) dt \right\} \\ &= \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V \sin \omega t dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})} dt \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sin \omega t dt + \sin \theta_{coff} \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})} dt \right\} \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

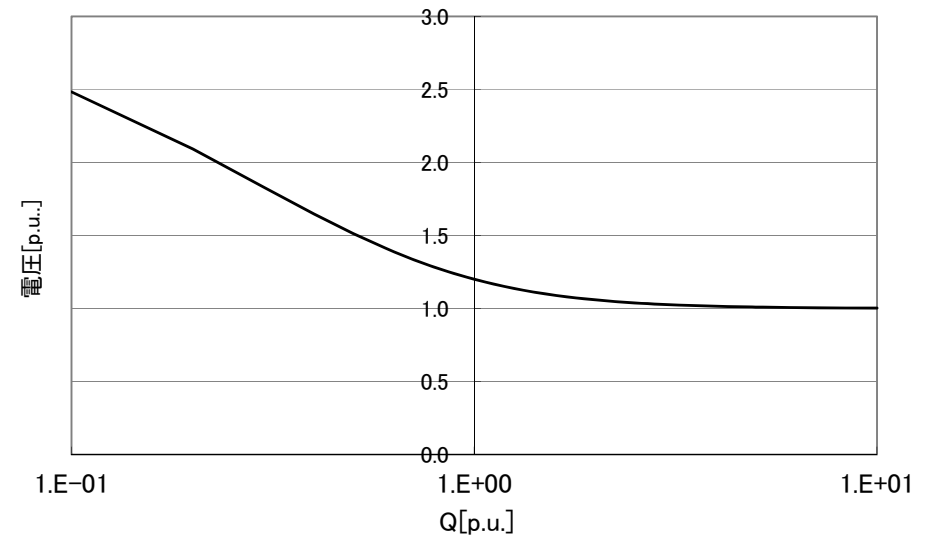
- 出力電圧

- $$\begin{aligned} V_d &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin \theta_{coff} \left[ -CR e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})} \right]_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \frac{1}{\omega} [-\cos \theta_{coff} + \cos \theta_{con}] - CR \sin \theta_{coff} \left[ e^{-\frac{2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff}}{\omega CR}} - 1 \right] \right\} \\ &= \frac{V}{\sqrt{2}\pi} \left\{ -\cos \theta_{coff} + \cos \theta_{con} \right. \\ &\quad \left. - \omega CR \sin \theta_{coff} \left[ e^{-\frac{2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff}}{\omega CR}} - 1 \right] \right\} \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 負荷のQ値に対する出力電圧平均値
  - 抵抗性負荷に対する出力電圧平均値  $\frac{\sqrt{2}V}{\pi}$  を基準
    - 出力電圧平均値は抵抗負荷の場合よりも大
      - ダイオードの導通期間が短くなった一方で、コンデンサCが電源電圧より高い電圧を負荷に印加するため



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 高調波

- $$a_0 = V_d = \frac{V}{\sqrt{2\pi}} \left\{ -\cos \theta_{coff} + \cos \theta_{con} - \omega CR \sin \theta_{coff} \left[ e^{-\frac{2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff}}{\omega CR}} - 1 \right] \right\}$$
- $$b_0 = 0$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 高調波

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos \omega t \, dt \\
 & = \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t) \cos \omega t \, dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t) \cos \omega t \, dt \right\} \\
 & = \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V \sin \omega t \cos \omega t \, dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})} \cos \omega t \, dt \right\} \\
 & = \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \frac{\sin 2\omega t}{2} \, dt + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{t}{CR}} \cos \omega t \, dt \right\} \\
 & = \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \left[ \frac{-\cos 2\omega t}{4\omega} \right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{C^2 R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \left[ e^{-\frac{t}{CR}} \left( -\frac{1}{CR} \cos \omega t + \omega \sin \omega t \right) \right]_{t_{off}}^{T+t_{con}} \right\} \\
 & = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{-\cos 2\theta_{coff} + \cos 2\theta_{con}}{4} + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{\omega^2 C^2 R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \left[ e^{-\frac{2\pi + \theta_{con}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \cos \theta_{con} + \sin \theta_{con} \right) \right] \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \cos \theta_{coff} + \sin \theta_{coff} \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 高調波

- $$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \sin \omega t dt \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t) \sin \omega t dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t) \sin \omega t dt \right\} \\
 &= \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V \sin \omega t \sin \omega t dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t - \theta_{coff})} \sin \omega t dt \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \frac{-\cos 2\omega t}{2} dt + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{t}{CR}} \sin \omega t dt \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{T} \left\{ \left[ \frac{-\sin 2\omega t}{4\omega} \right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{C^2 R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \left[ e^{-\frac{t}{CR}} \left( -\frac{1}{CR} \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right) \right]_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{-\sin 2\theta_{coff} + \sin 2\theta_{con}}{4} + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{\omega^2 C^2 R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \left[ \begin{aligned} &e^{-\frac{2\pi + \theta_{con}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \sin \theta_{con} - \cos \theta_{con} \right) \\ &- e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \sin \theta_{coff} - \cos \theta_{coff} \right) \end{aligned} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 高調波

- $$a_i = \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \cos i\omega t dt$$

$$= \frac{1}{T} \left\{ \int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t) \cos i\omega t dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t) \cos i\omega t dt \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{-\cos(1+i)\theta_{coff}}{2(1+i)} + \frac{-\cos(1-i)\theta_{coff}}{2(1-i)} + \frac{\cos(1+i)\theta_{con}}{2(1+i)} + \frac{\cos(1-i)\theta_{con}}{2(1-i)} \right.$$

$$\left. + \sin \theta_{coff} e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{\omega^2 C^2 R^2}{1 + i^2 \omega^2 C^2 R^2} \left[ \begin{array}{l} e^{-\frac{2\pi + \theta_{con}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \cos i\theta_{con} + i \sin i\theta_{con} \right) \\ -e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \cos i\theta_{coff} + i \sin i\theta_{coff} \right) \end{array} \right] \right\}$$



# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 高調波

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad b_i &= \frac{2}{T} \int_0^T v_d(t) \sin i\omega t dt = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \left\{ \frac{\sin(1-i)\theta_{c\text{off}}}{2(1-i)} - \frac{\sin(1+i)\theta_{c\text{off}}}{2(1+i)} - \frac{\sin(1-i)\theta_{c\text{on}}}{2(1-i)} + \frac{\sin(1+i)\theta_{c\text{on}}}{2(1+i)} + \right. \\
 &\quad \left. \sin \theta_{c\text{off}} e^{\frac{\theta_{c\text{off}}}{\omega CR}} \frac{\omega^2 C^2 R^2}{1+i^2 \omega^2 C^2 R^2} \left[ e^{-\frac{2\pi+\theta_{c\text{on}}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \sin i\theta_{c\text{on}} - i \cos i\theta_{c\text{on}} \right) \right] \right\} \\
 &\quad \left. - e^{-\frac{\theta_{c\text{off}}}{\omega CR}} \left( -\frac{1}{\omega CR} \sin i\theta_{c\text{ff}} - i \cos i\theta_{c\text{ff}} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 出力電圧脈動率
- 直流電圧最大値は交流電源電圧の最大値
  - $V_{dmax} = \sqrt{2}V$
- ダイオードが導通開始時点 $t_{con}$ で最小値
  - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin \theta_{con}$
- $\Delta V = V_{dmax} - v_{dcon} = \sqrt{2}V(1 - \sin \theta_{con}) \cong \sqrt{2}V(1 - e^{-\frac{2\pi}{\omega CR}})$ 
  - $\theta_{coff} \cong \frac{\pi}{2}, \theta_{con} \cong \frac{\pi}{2}$
  - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin \theta_{coff} e^{-\frac{1}{\omega CR}(2\pi + \theta_{con} - \theta_{coff})}$   
 $\cong \sqrt{2}V \sin \frac{\pi}{2} e^{-\frac{1}{\omega CR}(2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})} = \sqrt{2}V e^{-\frac{2\pi}{\omega CR}}$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_d^2 dt} =$

$$\frac{V}{R} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\{\omega^2 C^2 R^2 + 1\} \{\theta_{coff} - \theta_{con}\}}{2} + \frac{\omega^2 C^2 R^2 - 1}{2} \{\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}\} - \omega CR \{\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}\} \right]}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T i_d \cos \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{ \sqrt{2}V \left( C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right) \right\} \cos \omega t dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi R} \left[ \omega CR (\theta_{coff} - \theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega CR}{2} (\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}) \right] \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率

- $$\begin{aligned} b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T i_d \sin \omega t dt \\ &= \frac{2}{T} \int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{ \sqrt{2}V \left( C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R} \right) \right\} \sin \omega t dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi R} \left[ \theta_{coff} - \theta_{con} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega CR}{2} (\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}) \right] \end{aligned}$$

# ダイオード整流回路

## 半波整流回路 容量性負荷

- 電源電流の歪率・力率
  - 力率:  $pf = \cos(\theta_1 - \phi_1)$ 
    - $\theta_1$ : 電圧基本波位相
    - $\phi_1$ : 電流基本波位相
  - 歪率:  $DF = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$
  - 歪波力率:  $pf_d = DF \cos(\theta_1 - \phi_1)$