パワーエレクトロニクス
第九回　DC-DCコンバータ

2020年6月17日

授業の予定

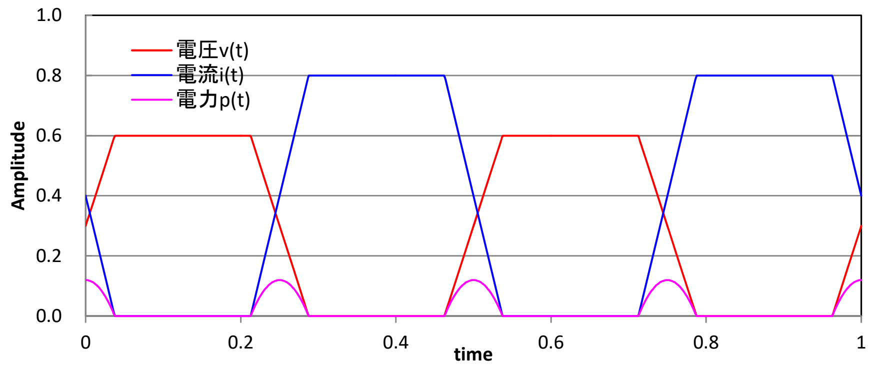
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

パワーデバイスでの損失

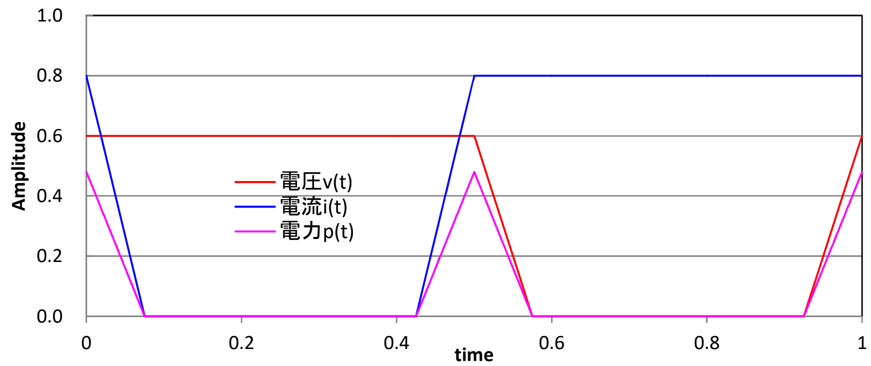
- 導通損失
  - オン状態における順方向電圧降下による損失
    - PN接合があると立ち上がり電圧が重畳される
      - PNの接合がないMOSFETが有利
- スイッチング損失
  - ターンオン･ターンオフの状態遷移時の損失
  - 状態遷移に有限の時間が必要
    - ゲート容量の充電･放電
    - 空乏層電荷の充電･放電
    - 少数キャリアの注入･排出

スイッチング損失

- ターンオン・ターンオフ時に発生
  - 電圧・電流積
  - ZVSターンオン，ZCSターンオフで低減可能
- スイッチング周波数に比例して大きくなる



電圧・電流が同時変化
抵抗負荷等



電圧・電流のタイミングがずれて変化
ダイオードクランプ誘導負荷
（実際のデバイス動作に近い）

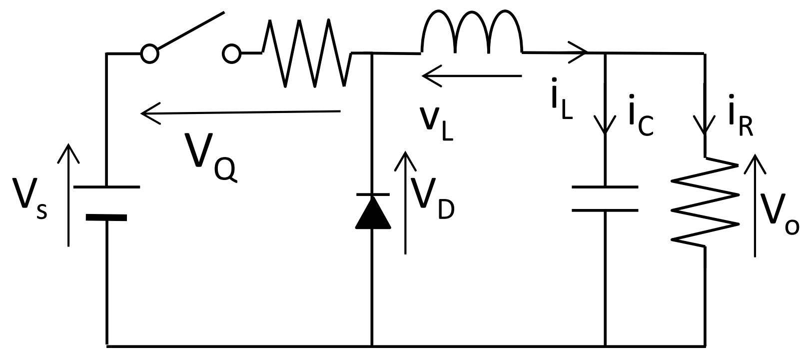
非理想素子の影響
スイッチの導通損失

- スイッチでの電圧降下の影響は低電圧回路で大
- バックコンバータ（周期定常状態）
  - スイッチON時　→　スイッチでの電圧降下V_Q
    - インダクタにかかる電圧

$$v_L = V_S - V_O - V_Q$$

  - スイッチOFF時　→　ダイオードでの電圧降下V_D
    - インダクタにかかる電圧

$$v_L = -V_O - V_D$$



非理想素子の影響
スイッチの導通損失

- 周期定常状態では，スイッチング一周期でインダクタにかかる平均電圧は0となる

$$v_L = \left(V_s - V_O - V_Q\right)D + \left(-V_O - V_D\right)\left(1 - D\right) = 0$$

  - 出力電圧

$$V_O = V_s D - V_Q D - V_D\left(1 - D\right)$$

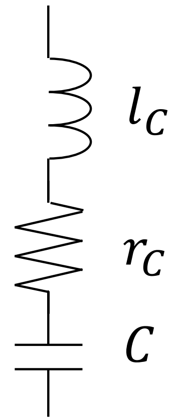
  - 理想スイッチでの出力電圧

$$V_O = V_s D$$

    - スイッチでの電圧降下による出力電圧の低下分

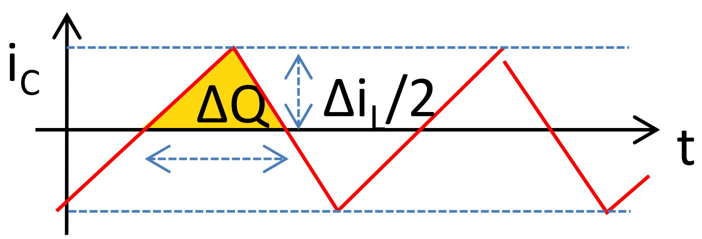
$$\Delta V_O = -V_Q D - V_D\left(1 - D\right)$$

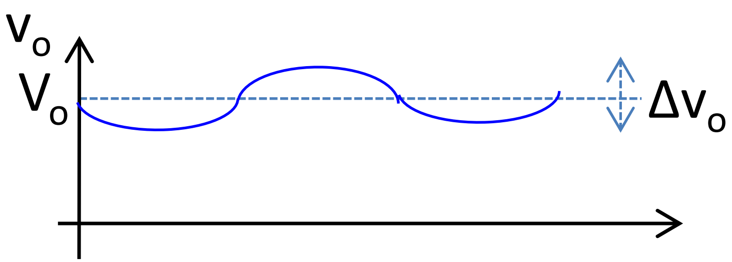
非理想素子の影響
コンデンサのESR



- コンデンサには等価直列抵抗ESR, 等価直列リアクタンスESLがある
  - ESLの影響は数100kHz以下では小
  - ESRは出力電圧の脈動成分に影響する
    - 理想コンデンサでのバックコンバータ出力電圧脈動成分

$$\Delta V_{O,C} = \frac{V_O(1-D)}{8LCf^2}$$





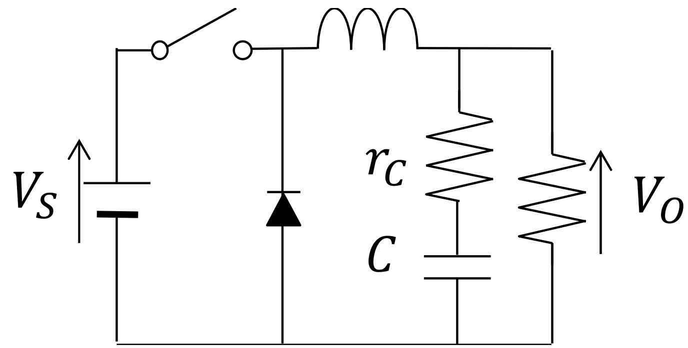
非理想素子の影響
コンデンサのESR

- バックコンバータの周期定常状態
  - 理想コンデンサに流れる電流で近似
  - 連続導通
  - コンデンサ電流(Δi_c)とESR(r_c)による電圧変化

$$V_{O,ESR} = \Delta i_c r_c$$

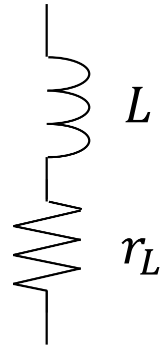
    - ESRによるピーク-ピークの脈動電圧ΔV_Oは若干小さくなる

$$\Delta V_O < \Delta V_{O,C} + \Delta V_{O,ESR}$$



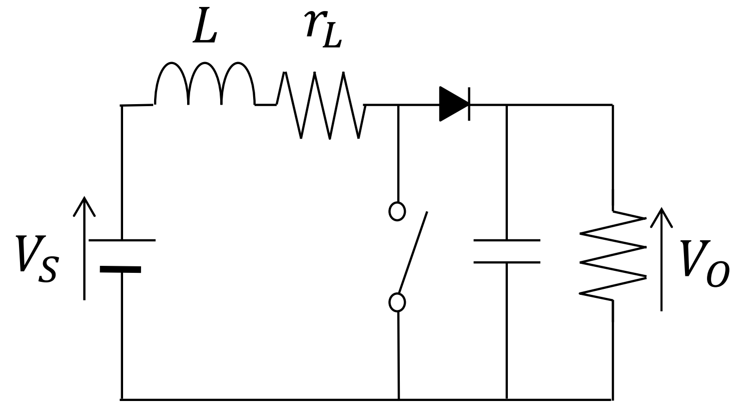
非理想素子の影響
インダクタのESR

- インダクタのESR(抵抗)は小さくなるように設計
  - 損失低減・効率向上
- ブーストコンバータにおけるインダクタのESRの影響
  - 仮定
    - インダクタ電流はほぼ一定
    - 電源電流はインダクタ電流に等しい
    - ダイオードと負荷の平均電流は等しい
      - $I_D = \frac{V_o}{R}$
    - 電源の供給電力P_Sは，負荷電力P_oとインダクタのESR(r_L)の消費電力P_Lの和に等しい
      - $P_s = P_o + P_L$



非理想素子の影響(ブーストコンバータ)
インダクタのESR

- ESR(r_L)の消費電力
  - $P_L = r_L {I_L}^2$
- ダイオードの平均電流
  - $I_D = I_L(1-D)$
  - $I_L = \frac{I_D}{1-D} = \frac{V_O}{R(1-D)}$



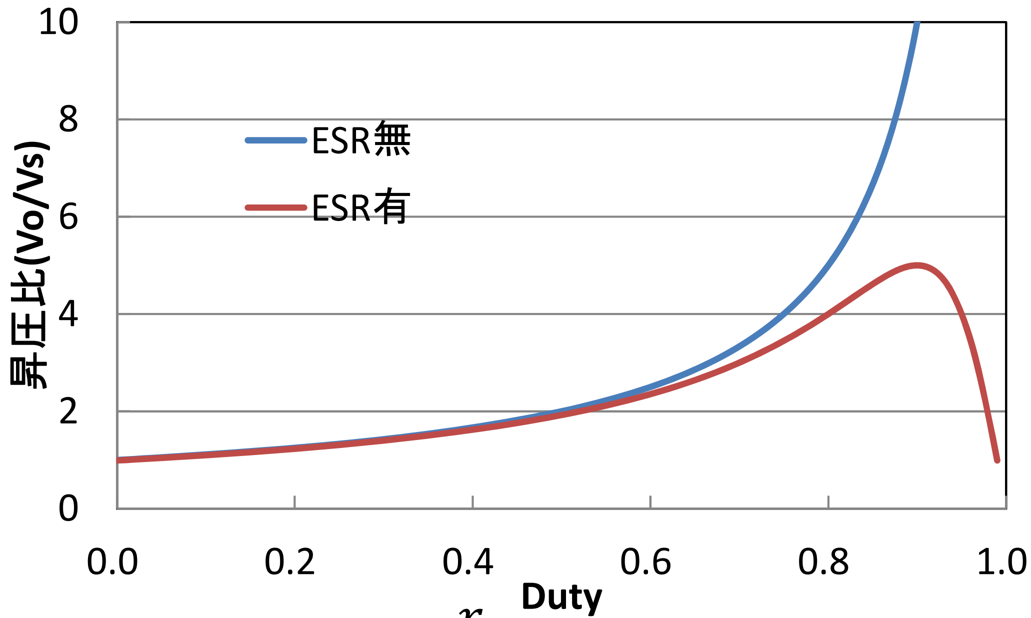
- まとめる
  - $P_s = V_s I_L = P_o + P_L = V_O I_L(1-D) + r_L {I_L}^2$
  - $V_s = V_O(1-D) + r_L I_L = V_O(1-D) + r_L \frac{V_O}{R(1-D)}$

非理想素子の影響(ブーストコンバータ)
インダクタのESR

- 昇圧比
  - 理想ブーストコンバータ: $\dfrac{V_O}{V_S} = \dfrac{1}{1-D}$
  - インダクタのESRがある場合
    - $\dfrac{V_O}{V_S} = \dfrac{1}{1-D} \times \dfrac{1}{1+\frac{r_L}{R(1-D)^2}}$

      ESRによる修正係数

$$V_s = V_O\left\{(1-D) + \frac{r_L}{R(1-D)}\right\}$$
$$= V_O\frac{R(1-D)^2 + r_L}{R(1-D)}$$



$\dfrac{r_L}{R} = 0.01$

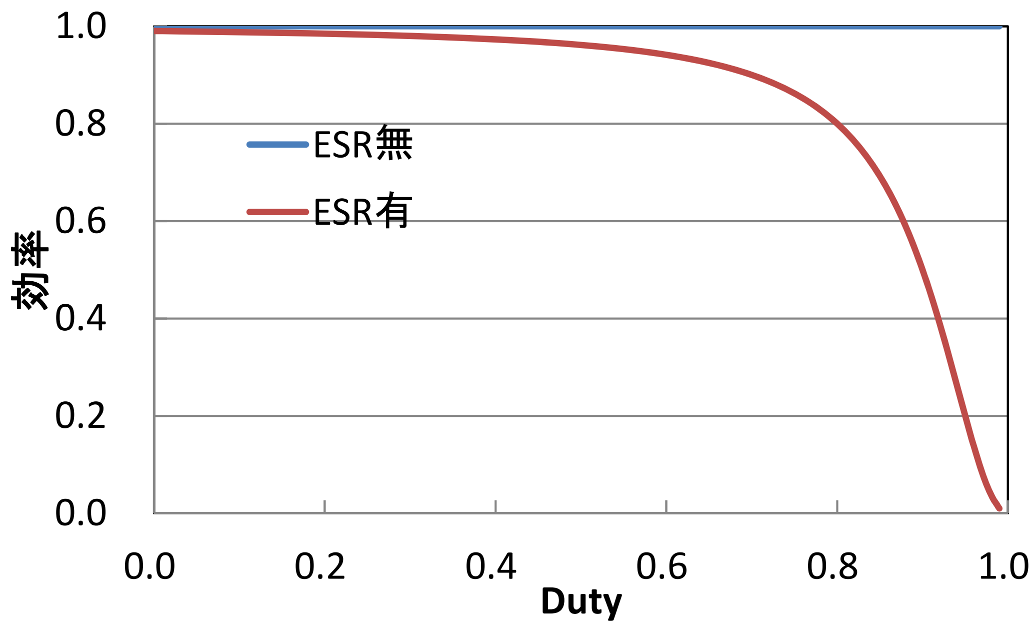
非理想素子の影響(ブーストコンバータ)
インダクタのESR

- 効率
  - 理想ブーストコンバータ:$\eta = 1$
  - インダクタのESRがある場合
    - $$\eta = \frac{P_O}{P_O + P_L}$$

$$= \frac{{V_O}^2/_R}{{V_O}^2/_R + r_L {I_L}^2}$$

$$= \frac{{V_O}^2/_R}{{V_O}^2/_R + r_L\left(\frac{V_O/_R}{1-D}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{r_L}{R(1-D)^2}}$$



D大のとき効率低

状態空間平均化法

- スイッチング周期で変化する回路の一般化した表記法
  - システムの状態方程式
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}$
      - $\boldsymbol{x}$:状態変数, $\boldsymbol{v}$:入力電圧
  - システムの出力方程式
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
      - $\boldsymbol{v}_o$:出力電圧

状態空間平均化法

- スイッチの状態で分けた状態変数表示
  - オン状態
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
    - 期間dT
  - オフ状態
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
    - 期間$(1-d)T$

状態空間平均化法

- 状態変数の重み付き平均
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = [\boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1-d)]\boldsymbol{x} + [\boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1-d)]\boldsymbol{v}$
  - $\boldsymbol{v}_o = \left[{\boldsymbol{C}_1}^{\mathrm{T}} d + {\boldsymbol{C}_2}^{\mathrm{T}}(1-d)\right]\boldsymbol{x}$
- 状態変数を平均化するための一般化表現
  - $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1-d)$
  - $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1-d)$
  - $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = {\boldsymbol{C}_1}^{\mathrm{T}} d + {\boldsymbol{C}_2}^{\mathrm{T}}(1-d)$

状態空間平均化法による応答解析

- 定常状態
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = 0$
    - $0 = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{BV} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{X} = -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{BV}$
    - $\boldsymbol{V}_o = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{BV}$
      - $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}, D \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, d$の平均値
- 小信号を定常状態に重畳
  - $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}},\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{V} + \widetilde{\boldsymbol{v}},\ d = D + \tilde{d}$
    - $\widetilde{\boldsymbol{x}}, \widetilde{\boldsymbol{v}}, \tilde{d} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, d$の小信号

状態空間平均化法による応答解析

- 平均値
  - $\dot{\boldsymbol{X}} = [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1-D)]\boldsymbol{X} + [\boldsymbol{B}_1 D + \boldsymbol{B}_2(1-D)]\boldsymbol{V} = 0$
- 小信号解析
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{X}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = 0 + \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}$
    - $\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \left[\boldsymbol{A}_1\left(D+\tilde{d}\right) + \boldsymbol{A}_2\left\{1-\left(D+\tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X}+\tilde{\boldsymbol{x}}]$
      $+\left[\boldsymbol{B}_1\left(D+\tilde{d}\right) + \boldsymbol{B}_2\left\{1-\left(D+\tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{V}+\tilde{\boldsymbol{v}}]$

状態空間平均化法による応答解析

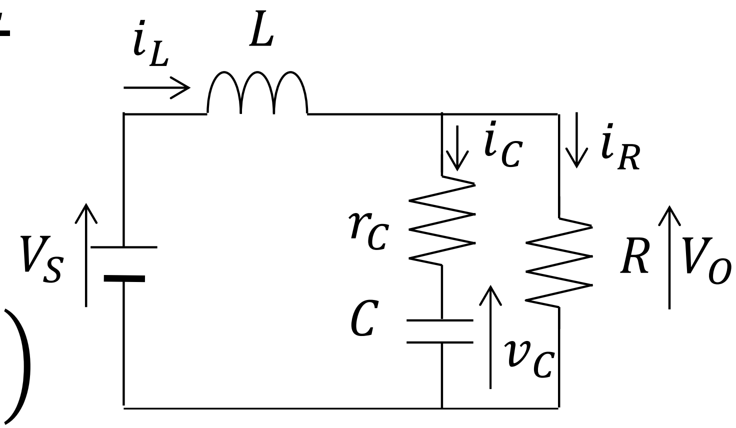
- ゼロ入力応答:$\tilde{\boldsymbol{v}} = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V} = \boldsymbol{v}$
  - 二次以上の項を無視:$\tilde{\boldsymbol{x}}\tilde{d} = 0$
  - $\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \left[\boldsymbol{A}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{A}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X} + \tilde{\boldsymbol{x}}]$
    $+\left[\boldsymbol{B}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{B}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{V} + \tilde{\boldsymbol{v}}]$
    $= \left[\boldsymbol{A}_1\tilde{d} - \boldsymbol{A}_2\tilde{d}\right]\boldsymbol{X} + [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\tilde{\boldsymbol{x}}$
    $+\left[\boldsymbol{B}_1\tilde{d} - \boldsymbol{B}_2\tilde{d}\right]\boldsymbol{V}$
    $= [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\tilde{\boldsymbol{x}}$
    $+[(\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{V}]\tilde{d}$

状態空間平均化法による応答解析

- 出力方程式
  - $\boldsymbol{V}_o = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\{1 - D\}\right]\boldsymbol{X}$
  - $\boldsymbol{V}_o + \widetilde{\boldsymbol{v}_o} = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}}\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}}]$
  - $\widetilde{\boldsymbol{v}_o} = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}}\tilde{d} - \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\tilde{d}\right]\boldsymbol{X} + \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1 - D)\right]\widetilde{\boldsymbol{x}}$
    $= \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1 - D)\right]\widetilde{\boldsymbol{x}} + \left[\left(\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{X}\right]\tilde{d}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - KCL:$i_R = i_L - i_C = i_L - C\frac{dv_C}{dt}$
  - KVL:$L\frac{di_L}{dt} + i_C r_C + v_C = V_S$
    - $i_C = C\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{r_C}\left(V_S - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right)$
  - KVL:$L\frac{di_L}{dt} + i_R R = L\frac{di_L}{dt} + (i_L - i_C)R = V_S$
    - $L\frac{di_L}{dt} + \left\{i_L - \frac{1}{r_C}\left(V_S - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right)\right\}R = V_S$



状態空間平均化法による
Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - $L\frac{di_L}{dt} + \left\{i_L - \frac{1}{r_C}\left(V_S - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right)\right\}R = V_S$
  - $L\left(1 + \frac{R}{r_C}\right)\frac{di_L}{dt} = -\left\{i_L - \frac{1}{r_C}(V_S - v_C)\right\}R + V_S$
    $$= \left(i_L - \frac{v_C}{r_C}\right)R + \left(1 + \frac{R}{r_C}\right)V_S$$
  - $L\frac{R+r_C}{r_C}\frac{di_L}{dt} = -i_L R - \frac{v_C}{r_C}R + \frac{R+r_C}{r_C}V_S$
  - $\frac{di_L}{dt} = \frac{-Rr_C}{L(R+r_C)}i_L + \frac{-R}{L(R+r_C)}v_C + \frac{1}{L}V_S$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

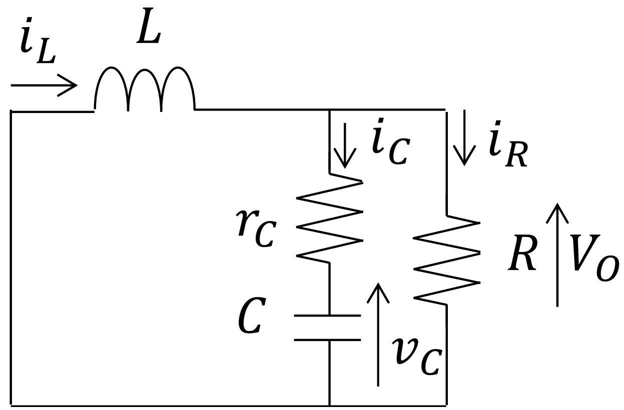
- スイッチオン状態
  - KVL:$-v_C - i_C r_C + i_R R = 0$
    - $-v_C - C\frac{dv_C}{dt} r_C + \left(i_L - C\frac{dv_C}{dt}\right) R = 0$
    - $(Cr_C + CR)\frac{dv_C}{dt} = Ri_L - v_C$
    - $\frac{dv_C}{dt} = \frac{R}{C(r_C+R)} i_L - \frac{1}{C(r_C+R)} v_C$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 \boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$
    - $\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{-Rr_C}{L(R+r_C)} & \frac{-R}{L(R+r_C)} \\ \frac{R}{C(r_C+R)} & \frac{-1}{C(r_C+R)} \end{bmatrix}$
    - $\boldsymbol{v} = V_S$
    - $\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$
- $r_C \ll R$とすると
  - $\boldsymbol{A}_1 \cong \begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオフ状態
  - 状態変数の経路は同じ
    - $\boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_1$
  - オフにより電源開放。入力0
    - $\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$



状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- 合体
  - $\dot{\boldsymbol{x}}d = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}d + \boldsymbol{B}_1 V_S d$
  - $\dot{\boldsymbol{x}}(1-d) = \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(1-d) + \boldsymbol{B}_\mathbf{2} V_S(1-d)$
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}d + \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(1-d) + \boldsymbol{B}_1 V_S d + \boldsymbol{B}_\mathbf{2} V_S(1-d)$

$$= \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 d V_S$$

  - $\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_S$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- 出力電圧
  - $v_O = Ri_R = R(i_L - i_C) = R\left(i_L - \frac{v_O - v_C}{r_C}\right)$
  - $v_O\left(1 + \frac{R}{r_C}\right) = Ri_L + \frac{R}{r_C}v_C$
  - $v_O = \frac{Rr_C}{r_C + R}i_L + \frac{R}{r_C + R}v_C \cong r_C i_L + v_C$
- 出力はスイッチの状態に対して不変
  - $\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$ なので　$v_O = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
  - $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{Rr_C}{r_C + R} & \frac{R}{r_C + R} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- 定常状態
  - $V_o = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}V_S$
    - $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 D$, ${\boldsymbol{C}_1}^{\mathrm{T}} = {\boldsymbol{C}_2}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$より
    - $V_o = -\begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_S$
    - $\begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}} \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-r_C}{L} \end{bmatrix} = \frac{LRC}{r_C+R} \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-r_C}{L} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B} = \dfrac{LRC}{r_C+R}\begin{bmatrix} \dfrac{-1}{RC} & \dfrac{1}{L} \\ \dfrac{-1}{C} & \dfrac{-r_C}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dfrac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \dfrac{LRC}{r_C+R}\begin{bmatrix} \dfrac{-D}{LRC} \\ \dfrac{-D}{LC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-D}{r_C+R} \\ \dfrac{-DR}{r_C+R} \end{bmatrix}$
- $V_o = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}V_S = -\begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dfrac{-D}{r_C+R} \\ \dfrac{-DR}{r_C+R} \end{bmatrix}V_S$

$$= \frac{Dr_C + DR}{r_C + R}V_S = DV_S$$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- 状態方程式
  - $\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\tilde{\boldsymbol{x}}$
    $+[(\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{V}]\tilde{d}$
    $= \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}V_S\tilde{d}$
- ラプラス変換
  - $s\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{A}\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} + \boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
  - $[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
  - $\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = [s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- 出力方程式
  - $\widetilde{\boldsymbol{v}_O(s)} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
- 通流率から出力電圧への伝達関数
  - $\dfrac{\widetilde{\boldsymbol{v}_O(s)}}{\widetilde{d(s)}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S$
  - $[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}] = \begin{bmatrix} s + \dfrac{r_C}{L} & \dfrac{1}{L} \\ \dfrac{-1}{C} & s + \dfrac{1}{RC} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- $[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}=\dfrac{1}{\left(s+\frac{r_C}{L}\right)\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} s+\dfrac{1}{RC} & \dfrac{-1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & s+\dfrac{r_C}{L} \end{bmatrix}$

- $[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}=\dfrac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} s+\dfrac{1}{RC} & \dfrac{-1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & s+\dfrac{r_C}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$

$$=\frac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} \dfrac{D}{L}\left(s+\dfrac{1}{RC}\right) \\ \dfrac{D}{LC} \end{bmatrix}$$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B} = \frac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{D}{L}\left(s+\frac{1}{RC}\right) \\ \frac{D}{LC} \end{bmatrix}$

$$= \frac{\frac{r_C D}{L}\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{D}{LC}}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}} \cong \frac{\frac{s r_C D}{L}+\frac{D}{LC}}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}$$

- $\frac{\widetilde{v_O(s)}}{\widetilde{d(s)}} = \frac{D V_S}{LC}\frac{1+s r_C}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}$