

# 回路とシステム

## 第八回

1ポート回路の安定性・正実性

2ポート回路

舟木 剛

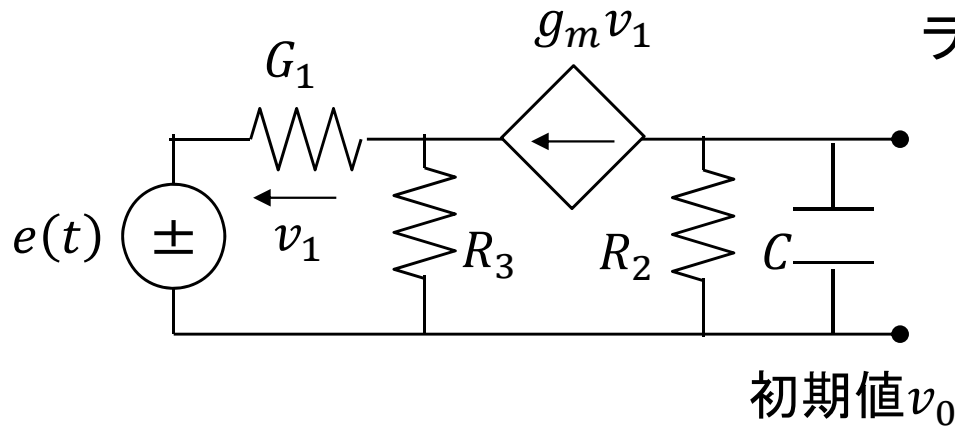
2020年11月30日2限

# 講義計画

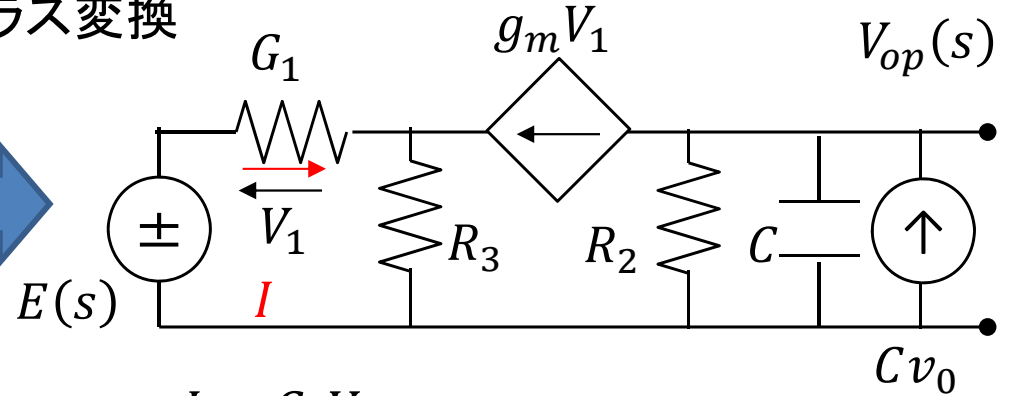
- 回路方程式 1回
  - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析 1回
- 線形回路の応答 2回
  - 零入力応答(重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性)
  - 零状態応答(伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答)
- 1ポート回路 3回
  - テブナン・ノートンの定理
  - 安定性と正実性(開放安定性、短絡安定性、正実関数)
- 2ポート回路 4回
  - 2ポート回路の行列表現
  - 相反2ポート回路
  - 相互接続
  - 分布定数回路の等価回路(T形等価回路、 $\pi$ 形等価回路)
- 状態方程式による回路解析 2回
  - 状態方程式の導出(状態変数、状態方程式、出力方程式)
  - 状態方程式の解(零入力応答、零状態応答)
- 三相交流 1回
  - 平衡三相回路

# テブナン・ノートン等価回路例

従属電源・初期値付



ラプラス変換



開放電圧

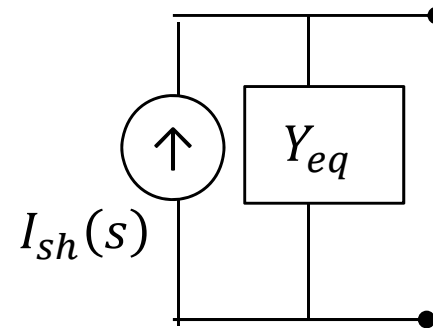
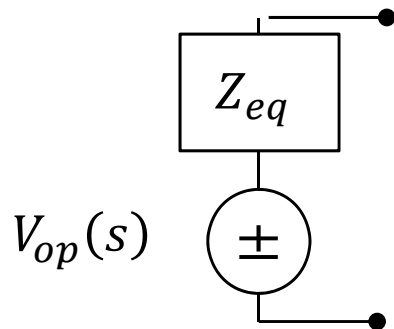
$$V_{op}(s) = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + sC} (Cv_0 - g_m V_1)$$

$$= \frac{R_2}{1 + sCR_2} \left( Cv_0 - g_m \frac{E}{1 + R_3(G_1 + g_m)} \right)$$

$$I = G_1 V_1$$

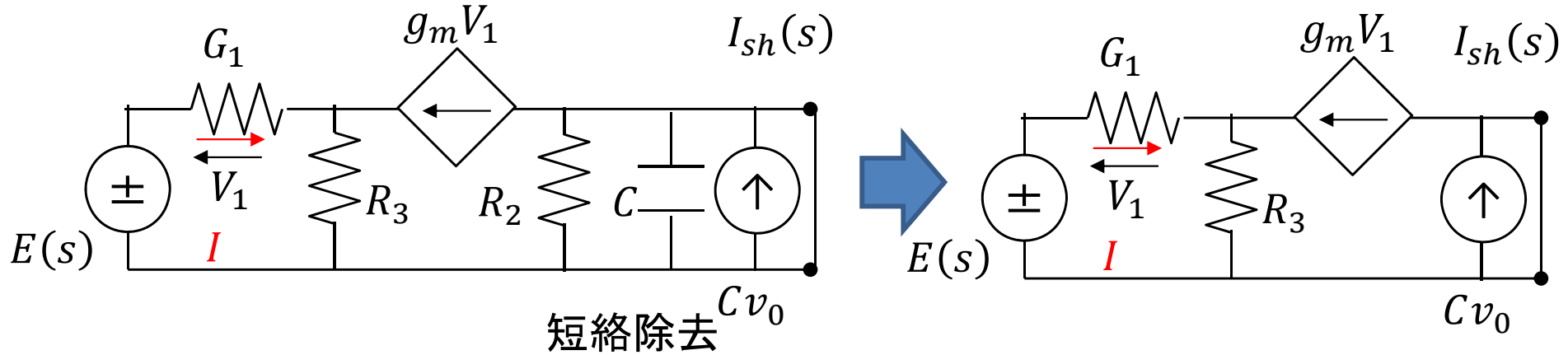
$$\begin{aligned} \text{KVL } E &= V_1 + R_3(I + g_m V_1) \\ &= V_1 + R_3(G_1 + g_m)V_1 \\ &= \{1 + R_3(G_1 + g_m)\}V_1 \end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{E}{1 + R_3(G_1 + g_m)}$$



# テブナン・ノートン等価回路例

短絡電流



テブナン等価回路インピーダンス

$$I_{sh} = Cv_0 - g_m V_1$$

$$= Cv_0 - g_m \frac{E}{1 + R_3(G_1 + g_m)}$$

$$Z_{eq}(s) = \frac{V_{op}}{I_{sh}} = \frac{\frac{R_2}{1 + sCR_2} \left( Cv_0 - g_m \frac{E}{1 + R_3(G_1 + g_m)} \right)}{Cv_0 - g_m \frac{E}{1 + R_3(G_1 + g_m)}}$$

$$= \frac{R_2}{1 + sCR_2}$$

$$YZ_{eq}(s) = \frac{1}{Z_{eq}(s)} = \frac{1 + sCR_2}{R_2}$$

# 安定性と正実性

- 漸近安定:伝達関数の極が全て $Re[s] < 0$  (実部が負)
- 開放安定:駆動点インピーダンス $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$
- 短絡安定:駆動点アドミタンス $Y(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$

# 安定性

- インピーダンスの $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$ 
  - 1ポート回路を電流源 $u(t)$ で駆動
    - $u(t) = 0$  for  $t < 0, T < t$
    - $t < 0, T < t$ で $u(t)$ を開放
  - 駆動点の電圧 $v(t)$ の応答
    - $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 0$

# 安定性

- インピーダンスの $Z(s)$ の極が全て $Re[s] < 0$ 
  - $Z(s) = a_m s^m + \dots + a_0 + Z_1(s)$ 
    - $Z_1(s) = \sum \frac{L_i}{s-p_i}$
- 電圧の応答
  - $V(s) = Z(s)U(s) = (a_m s^m + \dots + a_0)U(s) + Z_1(s)U(s)$ 
    - $\mathcal{L}^{-1}[(a_m s^m + \dots + a_0)U(s)] = a_m u^{(m)}(t) + \dots + a_0 u(t)$ 
      - $\lim_{t \rightarrow \infty} u^{(m)} = 0$
    - $\mathcal{L}^{-1}[Z_1(s)U(s)] = \sum L_i \int_{0^-}^{t^+} e^{p_i(t-\tau)} 1_+(t-\tau)u(\tau)d\tau = \sum L_i e^{p_i t} \int_{0^-}^T e^{-p_i \tau} u(\tau)d\tau$ 
      - $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{p_i t} = 0$

# 正実関数

- 複素閉右半面  $\text{Re}[s] \geq 0$  を複素閉右半面  $\text{Re}[Z(s)] \geq 0$  に写像する複素関数
  - 正実関数  $V(s)$ ,  $W(s)$  の非負係数  $\alpha, \beta$  による一次結合  $\alpha V(s) + \beta W(s)$  も正実関数
  - 正実関数  $W(s)$  の  $\frac{1}{W(s)}$  も正実関数
    - $\text{Re} \left[ \frac{1}{W(s)} \right] = \text{Re} \left[ \frac{W^*(s)}{W(s)W^*(s)} \right] = \frac{\text{Re}[W^*(s)]}{|W(s)|^2} = \frac{\text{Re}[W(s)]}{|W(s)|^2} \geq 0$
  - RLCM回路の駆動点インピーダンス, アドミタンスは正実関数

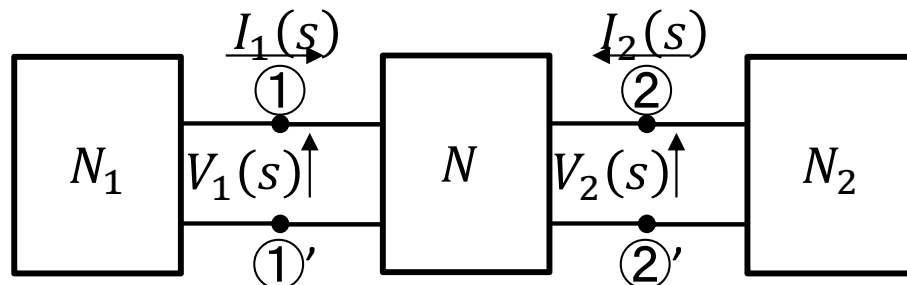


# RLCM回路の駆動点インピーダンスの性質

- RLCM回路の駆動点インピーダンス $W(s)$ 
  - $\text{Re}[W(s)] \geq 0 \forall \text{Re}[s] \geq 0$
  - $W(s)$ は実係数有理関数
  - $W(s)$ は正実関数
  - テレゲン定理
    - 電力の和が0
    - $I(s)V^*(s) = \sum_k I_k(s)V_k^*(s)$
    - $\text{Re}[I(s)V^*(s)] = \text{Re}[\sum_k I_k(s)V_k^*(s)] \geq 0$
    - $V(s) = Z(s)I(s) \quad I(s) = Y(s)V(s)$
    - $\text{Re}[I(s)V^*(s)] = \text{Re}[Z(s)]|I(s)|^2 = \text{Re}[Y(s)]|V(s)|^2$
    - $I(s)I^*(s) = |I(s)|^2 \quad V(s)V^*(s) = |V(s)|^2$

# 2ポート回路

- 大規模回路は分割して解析する方がやりやすい
- 1ポート回路 $N_1$ ,  $N_2$ が接続された4端子回路 $N$ 
  - $N_1$ ,  $N_2$ は結合していない
  - ポート条件
    - 端子①から出た電流 $I_1$ は端子①'から入る(端子対①-①')
    - 端子②から出た電流 $I_2$ は端子②'から入る(端子対②-②')
    - 4個の端子が2つの端子対を形成→2ポート回路
    - ①-①'一次側ポート, 入力ポート
    - ②-②'二次側ポート, 出力ポート



# 2ポート回路

- 線形時不変, 内部電源を持たない2ポート回路の零状態応答
  - ポート電圧 $V_1, V_2$ , ポート電流 $I_1, I_2$
  - 重ね合わせの理を適用可能
  - 独立変数 $(x, y)$ , 従属変数 $(p, q)$
  - $$\begin{bmatrix} p(s) \\ q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}$$
  - インピーダンス行列, アドミタンス行列
  - ハイブリッド行列, 伝送行列

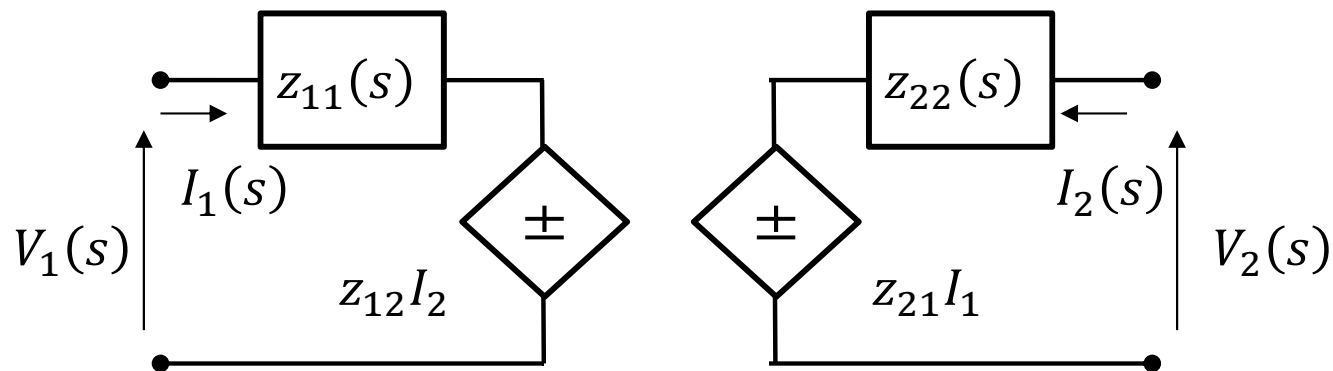
# 2ポート回路 インピーダンス行列

- $$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(s) & z_{12}(s) \\ z_{21}(s) & z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

- $z_{ij}(s)$ : zパラメータ

- $V(s) = Z(s)I(s)$

- $V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$



等価回路表現

# 2ポート回路 インピーダンス行列

- $z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$  :2次側開放( $I_2 = 0$ )における1次側から見た駆動点インピーダンス
- $z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$  :1次側開放( $I_1 = 0$ )における2次側から見た駆動点インピーダンス
- $z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$  :2次側開放( $I_2 = 0$ )における1次側から2次側への伝達インピーダンス
- $z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$  :1次側開放( $I_1 = 0$ )における2次側から1次側への伝達インピーダンス
- トランスの場合  $\mathbf{Z}(s) = s \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}$