

パワーエレクトロニクス

第一回 パワエレ概論と基礎理論

2021年4月14日

授業の予定

- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

授業の目的

- パワエレは省エネを支える基盤技術
 - 「パワエレとは何か？」についての基本を理解
 - 「如何にして電力変換する」かの原理を修得
- 概略
 - パワエレの基礎知識
 - パワー半導体デバイスとその動作
 - 受動素子の役割
 - 電力変換回路の動作

パワエレとは

- 半導体デバイスを用いた電力変換と制御
 - 電圧・電流・周波数を異なる値に替える
 - ACアダプター, モーター制御, 照明輝度
 - エネルギー保存則に従う
 - 理想的には入出力のエネルギーは一致する
 - 実際は各部での損失が生じる
 - パワーデバイス, 受動素子, 配線
 - パワーは一致しない場合がある
 - 一時的に受動素子(L,C)にエネルギーを溜める

パワエレの対象

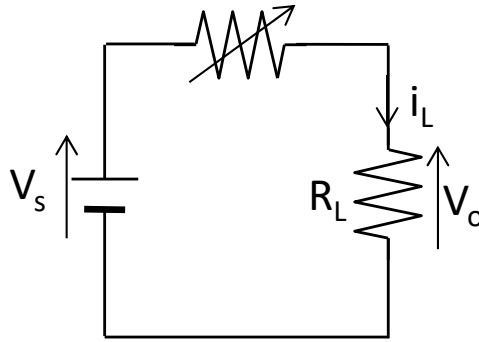
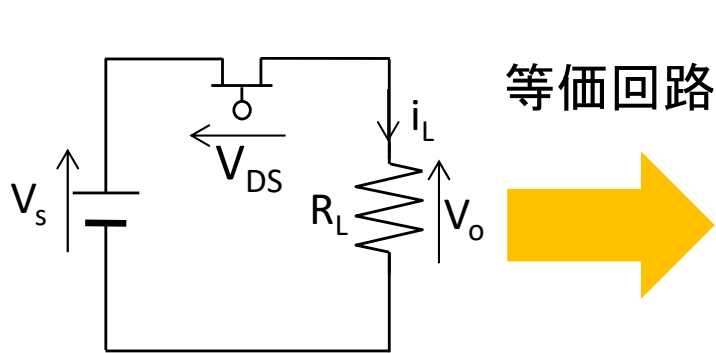
- 大電力(GW)
 - 電力機器 直流送電
- 中電力(MW, kW)
 - 産業機器 鉄道, メガソーラー, 鉄鋼圧延ミル
 - 輸送機器 EV, HEV
 - 家電機器 エアコン, 家庭用太陽光発電
- 小電力(W, mW)
 - IT機器 PC, スマホ, IoT

パワーエレクトロニクスの学問的位置づけ

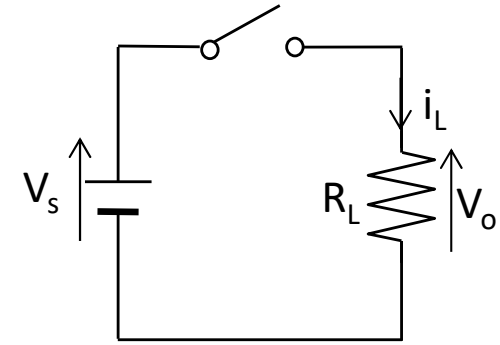
- 複合領域

- 回路理論 アナログ回路兼デジタル回路
- 制御理論 出力制御
 - 計算機工学 デジタル制御
- 電子工学 半導体デバイス
- 電磁気学 トランス, インダクタンス
- 電力工学 系統連系(太陽光の売電等)
- 電気機器 モーター
- 電気化学 バッテリー, キャパシタ
- 伝熱工学 ヒートシンク

半導体を用いた電力変換

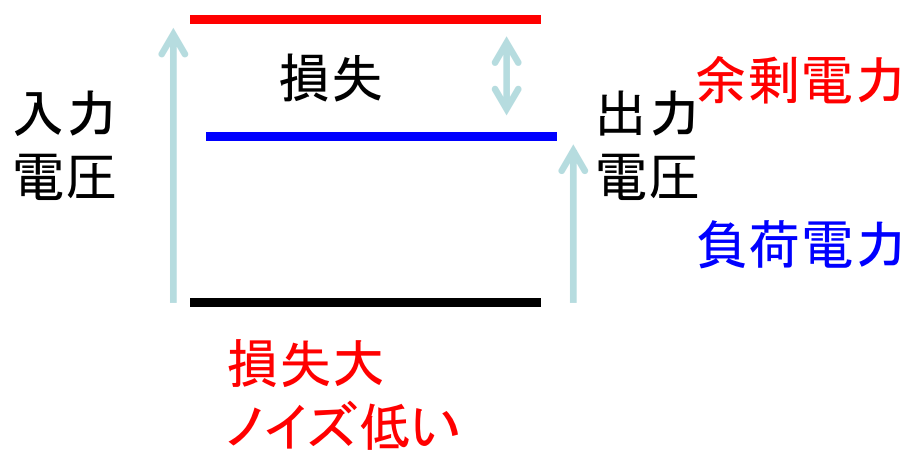


リニアレギュレータ

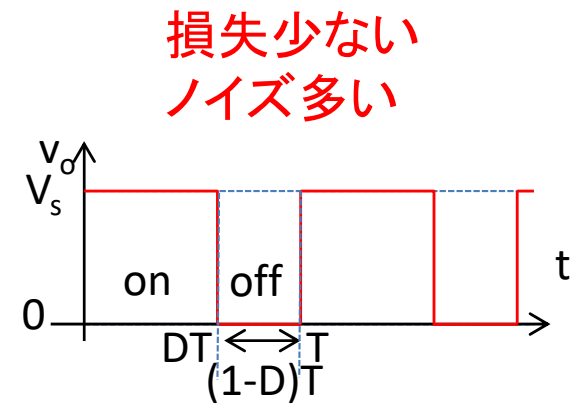


スイッチングレギュレータ

トランジスタは抵抗動作



トランジスタはON/OFF(スイッチ)動作



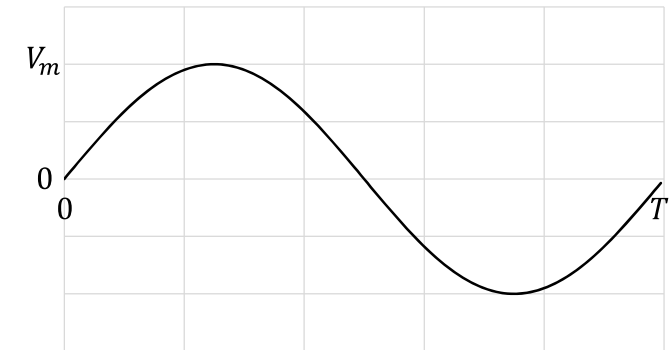
パワーエレ回路の電圧・電流

欲しい出力

直流

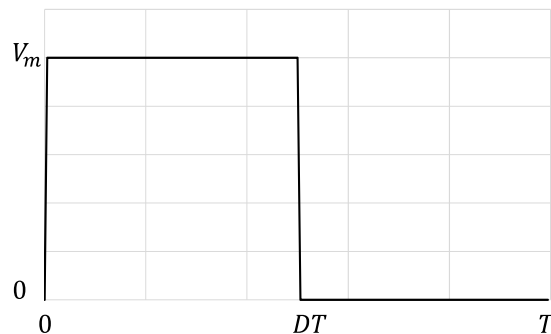


交流



実際に得られる出力

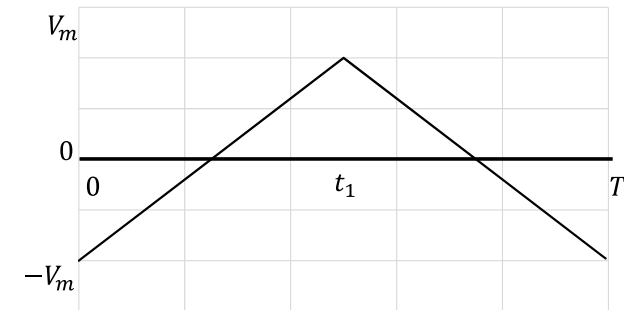
矩形波



フィルターで
不要成分除去



三角波



電力変換回路の状態量

- 電圧・電流・電力・エネルギー

- 瞬時電力: $p(t)$ [W]

- $p(t) = v(t)i(t)$

- 時刻 t における電圧 $v(t)$ [V], 電流 $i(t)$ [A]

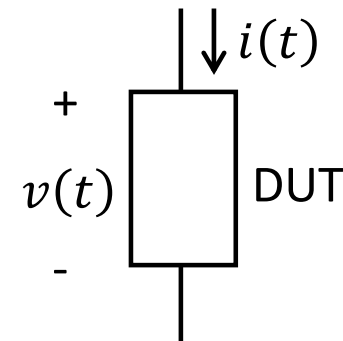
- 電力を消費: $p(t) > 0$

- 電力を発生: $p(t) < 0$

- エネルギー: W [J]

- $W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$

- 時刻 t_1 から t_2 の間に消費されたエネルギー



電力変換回路の状態量

- 電圧・電流・電力・エネルギー
 - 平均電力: P [W]
 - 周期的に変化する電圧・電流
 - $$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v(t)i(t) dt$$
 - 変化の周期: T [s]
 - 有効電力

電力変換回路の状態量

- 瞬時値

- 直流 $v(t) = V_{dc}$

- 交流 $v(t) = V_{ac} \sin \omega t$

- V_{ac} :振幅, ω :角周波数, t :時間

- 平均値

- 直流 $V_{ave} = V_{dc}$

- 交流 $V_{ave} = 0 \quad \rightarrow \quad \text{ほしい値を表していない}$

電力変換回路の状態量

- 実効値

- 電圧の2乗平均の平方根(Root Mean Square) V_{rms} と電圧の実効値 V_{eff} の関係

- $$V_{eff} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

- 電流の実効値 I_{rms}

- $$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

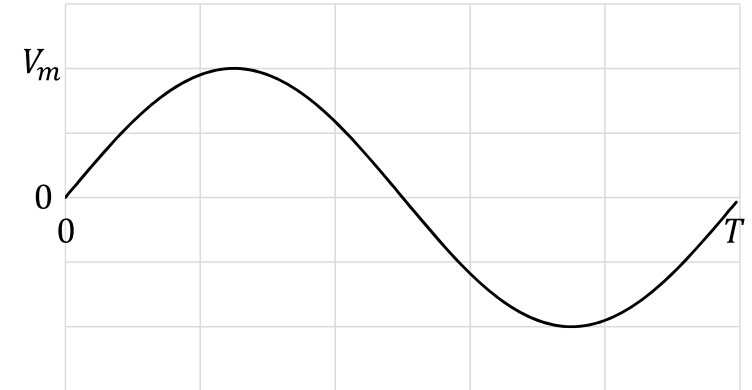
電力変換回路の状態量

- 正弦波交流電圧の実効値

- $$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{V_m \sin \omega t\}^2 dt}$$
$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

- V_m :振幅を, $\omega = \frac{2\pi}{T}$:角周波数

- 電圧の実効値 V_{rms} は振幅 V_m の $\frac{1}{\sqrt{2}}$



電力変換回路の状態量

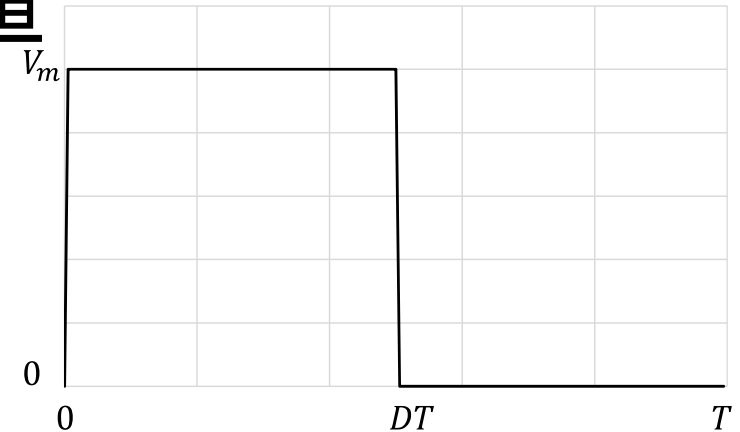
- 高さ V_m の矩形波電圧の実効値

- $$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 \leq t < DT \\ 0 & DT \leq t < T \end{cases}$$

- D : 通流率, $0 \leq D \leq 1$

- $$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$
$$= V_m \sqrt{D}$$

- D の平方根に比例



電力変換回路の状態量

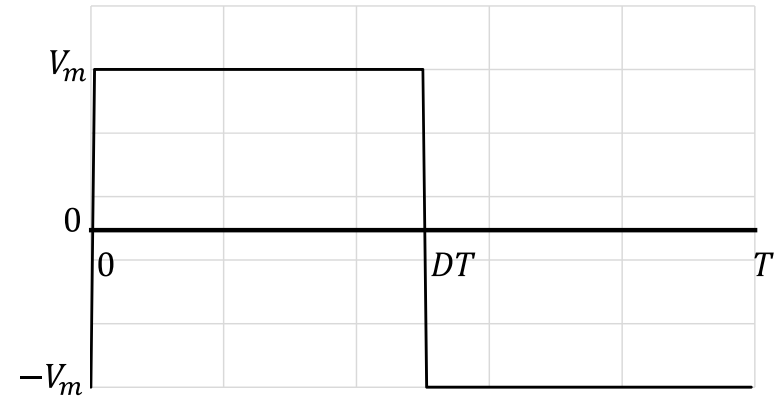
- 振幅 V_m の矩形波交流電圧の実効値

- $$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 \leq t < DT \\ -V_m & DT \leq t < T \end{cases}$$

- $$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$= V_m$$

- 実効値 V_{rms} は直流電圧と等しい



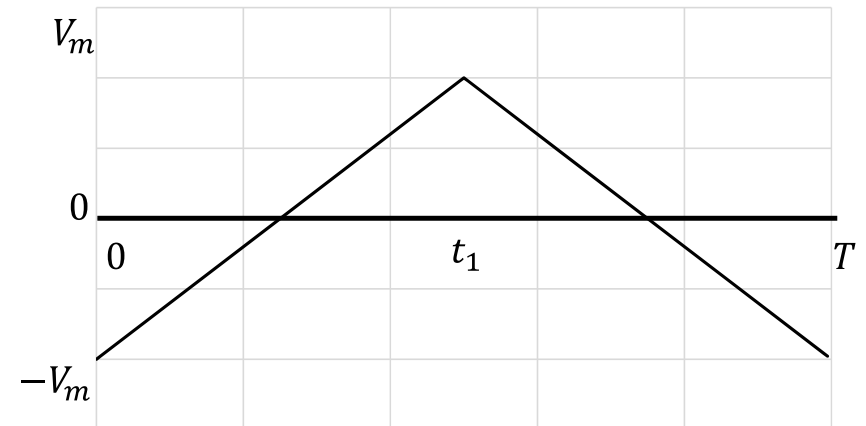
電力変換回路の状態量

- 振幅 V_m の三角波交流電圧の実効値

$$v(t) = \begin{cases} \frac{2V_m}{t_1} t - V_m & 0 \leq t < t_1 \\ \frac{-2V_m}{T-t_1} t + \frac{V_m(T+t_1)}{T-t_1} & t_1 \leq t < T \end{cases}$$

- $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{3}}$

- 電圧の実効値電圧 V_{rms} は振幅 V_m の $\frac{1}{\sqrt{3}}$



電力変換回路の状態量

- 有効電力と実効値

- 直流電圧 V_{dc} に対する抵抗 R の消費電力

- $P = \frac{V_{dc}^2}{R}$

- 周期的変化する電圧 $v(t)$ に対する抵抗の平均消費電力

- $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v(t)^2}{R} dt = \frac{V_{eff}^2}{R}$

- V_{eff} : 実効値

- $P = \frac{V_{dc}^2}{R} = \frac{V_{eff}^2}{R}$

電力変換回路の状態量

- 皮相電力と実効値
 - 皮相電力: $S[\text{VA}]$ → 単位VAはVolt Ampereに由来
 - $S = V_{rms}I_{rms}$
 - 電圧, 電流実効値 $V_{rms}[\text{V}], I_{rms}[\text{A}]$ の積
- 力率 → pf: power factor
 - 皮相電力 $S[\text{VA}]$ に対する有効電力(平均電力) $P[\text{W}]$ の比
 - $pf = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms}I_{rms}}$

電力変換回路の状態量

- 交流回路における周期定常状態

- $$\begin{cases} v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \\ i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

- $v(t), i(t), \theta, \phi$: 瞬時電圧, 電流, 位相初期値

- 瞬時電力

- $$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= V_m \cos(\omega t + \theta) I_m \cos(\omega t + \phi) \\ &= \frac{V_m I_m}{2} \{ \cos(\theta - \phi) - \cos(2\omega t + \theta + \phi) \} \end{aligned}$$

- 2倍の周波数で変化する成分 $\frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \theta + \phi)$

- 時間変化しない成分 $\frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta - \phi) \Rightarrow$ 有効電力

電力変換回路の状態量

- 正弦波交流電圧・電流に対して力率は皮相電力 S と電圧と電流の位相差 $\theta - \phi$ で決まる
 - $P = V_{rms}I_{rms} \cos(\theta - \phi) = S \cos(\theta - \phi)$
- 無効電力 → 単位VarはVolt Ampere reactiveに由来
 - 皮相電力における有効電力に対する直交成分
 - $Q = V_{rms}I_{rms} \sin(\theta - \phi)$
- 有効電力と無効電力および皮相電力の関係
 - $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

電力変換回路の状態量

- 複数の周波数成分が重畳された周期波形
 - 2つの周期の異なる交流電圧 $v_1(t)$, $v_2(t)$ を含む電圧 $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$ の実効値
 - $$V_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T \{v_1(t) + v_2(t)\}^2 dt$$
$$= \frac{1}{T} \int_0^T \{v_1(t)^2 + 2v_1(t)v_2(t) + v_2(t)^2\} dt$$
 - $$\begin{cases} v_1(t) = V_1 \sin(n\omega t + \theta) \\ v_2(t) = V_2 \sin(m\omega t + \phi) \end{cases}$$
 - $n \neq m$ を満たす自然数

電力変換回路の状態量

- $$\begin{aligned} & \int_0^T v_1(t)v_2(t)dt \\ &= \int_0^T V_1 \sin(n\omega t + \theta) V_2 \sin(m\omega t + \phi) dt \\ &= \frac{V_1 V_2}{2} \int_0^T \{ \cos([n - m]\omega t + \theta - \phi) \} - \{ \cos([n + m]\omega t + \theta + \phi) \} dt \\ &= \frac{V_1 V_2}{2} \left[\frac{\sin(\{n - m\}\omega t + \theta - \phi)}{\{n - m\}\omega} - \frac{\sin(\{n + m\}\omega t + \theta + \phi)}{\{n + m\}\omega} \right]_0^T \\ &= 0 \end{aligned}$$
- $$V_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_1(t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_2(t)^2 dt$$

歪波交流

- 直流や正弦波交流が欲しいのに出力には複数の周波数成分が含まれる
- フーリエ級数展開

- 原信号

- $f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$

- 角周波数 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad/sec]
 - n 次高調波成分

- 実フーリエ級数

- 直流成分

- $$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \\ b_0 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- $$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega t dt \end{aligned} \right\}$$

高調波成分

- 周期 T [sec]に対する周波数 $\frac{1}{T}$ [Hz]の n 倍の周波数成分 $f_n(t)$

- $f_n(t) = a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t$

- $$= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \left\{ \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \cos n\omega t + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \sin n\omega t \right\}$$

- 位相 θ_n

振幅 c_n

- $$\left. \begin{aligned} \cos \theta_n &= \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \\ \sin \theta_n &= \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \end{aligned} \right\}$$

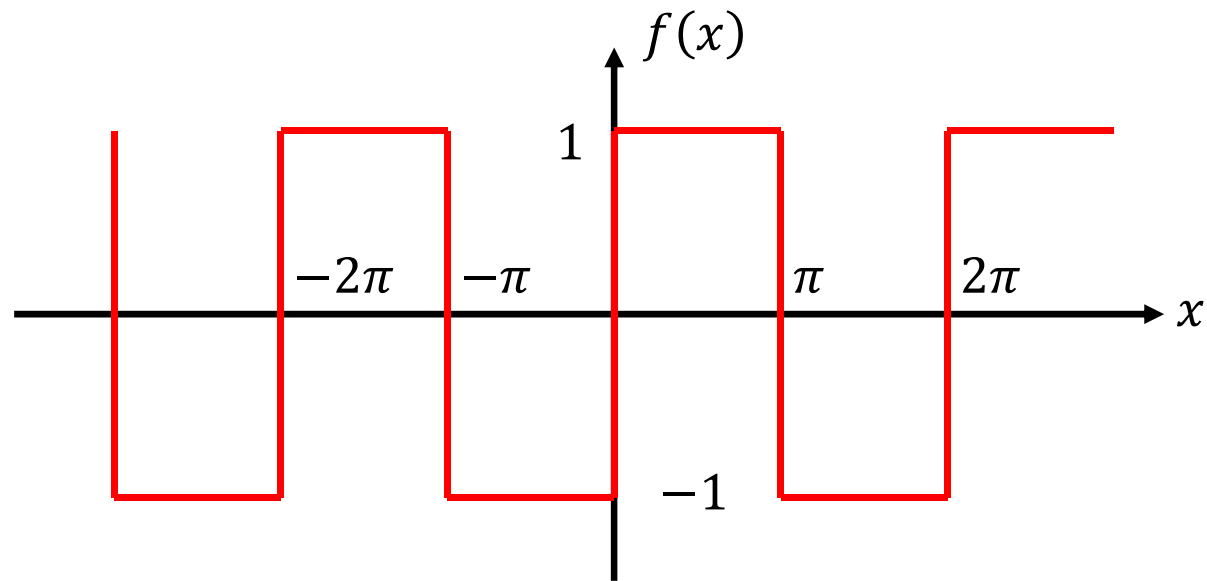
$$c_n = |f_n(t)| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\begin{aligned} f_n(t) &= c_n \{ \sin \theta_n \cos n\omega t + \cos \theta_n \sin n\omega t \} \\ &= c_n \sin(n\omega t + \theta_n) \end{aligned}$$

矩形波の周波数成分

- 矩形波

- $$f(x) = \begin{cases} -1 & (2n - 1)\pi < x \leq 2n\pi \\ 1 & 2n\pi < x \leq (2n + 1)\pi \end{cases}$$



複数の周波数成分で構成される → フーリエ級数展開

矩形波の周波数成分

- 直流成分

- $$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 -1 dx + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} 1 dx \\ &= -\frac{1}{\pi} [x]_{-\pi}^0 + \frac{1}{\pi} [x]_0^{\pi} \\ &= -\frac{1}{\pi} \pi + \frac{1}{\pi} \pi \\ &= 0 \end{aligned}$$

矩形波の周波数成分

- n 次の高調波成分(cosの係数)

$$\begin{aligned} \bullet a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 -\cos nx \, dx + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos nx \, dx \\ &= -\frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin nx \right]_{-\pi}^0 + \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin nx \right]_0^{\pi} \\ &= -\frac{1}{\pi} 0 + \frac{1}{\pi} 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

矩形波の周波数成分

- n 次の高調波成分(sinの係数)

$$\begin{aligned} \bullet \quad b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 -\sin nx \, dx + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin nx \, dx \\ &= -\frac{1}{\pi} \left[-\frac{1}{n} \cos nx \right]_{-\pi}^0 + \frac{1}{\pi} \left[-\frac{1}{n} \cos nx \right]_0^{\pi} \\ &= \frac{1}{n\pi} [1 - \cos(-n\pi)] - \frac{1}{n\pi} [\cos(n\pi) - 1] \\ &= \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(-n\pi)] \end{aligned}$$

矩形波の周波数成分

- n 次の高調波成分(sinの係数)

$$\begin{aligned} \bullet \quad b_n &= \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(-n\pi)] \\ &= \frac{2}{n\pi} [1 - (-1)^n] \\ &= \begin{cases} \frac{4}{n\pi} & n = 2m - 1 \\ 0 & n = 2m \end{cases} \end{aligned}$$

矩形波の周波数成分

- フーリエ級数展開

- $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)x$$

$$= \frac{4}{\pi} \left\{ \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right\}$$

- 高調波成分は周波数に反比例した振幅を持つ

複数周波数成分を含む実効値

- 実効値

- $F_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt}$

- $f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} [a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
 $= \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sin(i\omega t + \theta_i)$

- $F_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [\sum_{i=0}^{\infty} c_i \sin(i\omega t + \theta_i)]^2 dt} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\infty} c_i^2}{2}}$

- 実効値 F_{eff} は各周波数成分の振幅 c_i の二乗和の平方根に比例

複数の周波数成分が含まれる電圧・電流に対する皮相電力

- 電圧・電流

- $$\left. \begin{aligned} v(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} V_i \sin(i\omega t + \theta_i) \\ i(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} I_i \sin(i\omega t + \phi_i) \end{aligned} \right\}$$

- 平均電力

- $$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_{i=0}^{\infty} V_i \sin(i\omega t + \theta_i) \right] \left[\sum_{j=0}^{\infty} I_j \sin(j\omega t + \phi_j) \right] dt \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} V_i I_i \cos(\theta_i - \phi_i) \end{aligned}$$

- 異なる周波数成分の電圧 V_i ・電流 I_j 積により得られる平均電力は0
- 同じ周波数の電圧 V_i ・電流 I_i 積による成分のみが有効電力

非線形回路で生じる高調波と電力

- 印加電圧: 振幅 V_1 [V], 角周波数 ω [rad/sec], 位相初期値 θ_1 [rad]
 - $v(t) = V_1 \sin(\omega t + \theta_1)$
- 正弦波電圧を印加した場合に生じる歪電流: I_i : i 次成分電流振幅, ϕ_i : 位相初期値
 - $i(t) = \sum_{i=0}^{\infty} I_i \sin(i\omega t + \phi_i)$
- 平均電力
 - $$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt$$
$$= \frac{1}{T} \int_0^T V_1 \sin(\omega t + \theta_1) \left[\sum_{j=0}^{\infty} I_j \sin(j\omega t + \phi_j) \right] dt$$
$$= \frac{1}{2} V_1 I_1 \cos(\theta_1 - \phi_1)$$
 - 平均電力 P [W] は印加した電圧の周波数成分のみで生じる

歪波に対する諸量

- 電流実効値 I_{rms}

$$\bullet I_{rms} = \sqrt{\sum_{i=0}^{\infty} I_{i,rms}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\infty} I_i^2}{2}}$$

- 負荷力率 pf

$$\begin{aligned} \bullet pf &= \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{V_{1,rms} I_{1,rms} \cos(\theta_1 - \phi_1)}{V_{1,rms} I_{rms}} \\ &= \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}} \cos(\theta_1 - \phi_1) \end{aligned}$$

- 平均電力 P [W] は変わらない
- 基本波成分のみに比べて力率 pf が $\frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$ 倍される

歪波に対する諸量

- 歪率 DF : 電流波形の歪の程度

- $DF = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$ (Distortion Factor)

- 実効値に対する基本波の比

- 歪力率 pf_d

- $pf_d = DF \cos(\theta_1 - \phi_1)$

- 総合歪率 THD (Total Harmonic Distortion)

- $THD = \sqrt{\frac{\sum_{i=0, \neq 1}^{\infty} I_i^2}{I_{1,rms}^2}} = \sqrt{\frac{I_{rms}^2 - I_{1,rms}^2}{I_{1,rms}^2}} = \sqrt{\frac{1}{DF^2} - 1}$

歪波に対する諸量

- 歪電流に対する無効電力 Q [VAr]
 - $Q = \frac{1}{2} V_1 I_1 \sin(\theta_1 - \phi_1)$
 - 基本波成分に対する成分で表される
- 基本波以外の電流成分に対する歪電力 D
 - $D = V_{rms} \sqrt{\sum_{i=0, \neq 1}^{\infty} I_{i,rms}^2}$
- 皮相電力 S [VA], 有効電力 P [W], 無効電力 Q [VAr]の関係
 - $S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$

歪波に対する諸量

- 歪電流波形の平均値 I_{avg}
- 歪電流波形の尖頭値 I_{peak}
- 波形率 FF (Form Factor)
 - $FF = \frac{I_{rms}}{I_{avg}}$
- 波高率 CF (Crest Factor)
 - $CF = \frac{I_{peak}}{I_{rms}}$

電力変換回路の状態量

- 付録:正弦波交流電圧の実効値の計算

$$\begin{aligned} \bullet V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{V_m \sin \omega t\}^2 dt} \\ &= V_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{\sin \omega t\}^2 d\omega t} \\ &= V_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[\frac{\omega t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4} \right]_0^{2\pi}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

電力変換回路の状態量

- 付録:高さ V_m の矩形波電圧の実効値の計算

- $$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 \leq t < DT \\ 0 & DT \leq t < T \end{cases}$$

- D :通流率, $0 \leq D \leq 1$

- $$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} V_m^2 dt + \int_{DT}^T 0^2 dt \right\}} = \sqrt{\frac{1}{T} V_m^2 DT} = V_m \sqrt{D}$$

電力変換回路の状態量

- 付録: 振幅 V_m の矩形波交流電圧の実効値の計算

- $$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 \leq t < DT \\ -V_m & DT \leq t < T \end{cases}$$

- $$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} V_m^2 dt + \int_{DT}^T (-V_m)^2 dt \right\}} = \sqrt{\frac{1}{T} V_m^2 \{DT - DT + T\}}$$
$$= V_m$$

電力変換回路の状態量

- 付録: 振幅 V_m の三角波交流電圧の実効値の計算

$$\bullet v(t) = \begin{cases} \frac{2V_m}{t_1} t - V_m & 0 \leq t < t_1 \\ \frac{-2V_m}{T-t_1} t + \frac{V_m(T+t_1)}{T-t_1} & t_1 \leq t < T \end{cases}$$

$$\bullet V_{rms}^2 = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{t_1} \left[\frac{2V_m}{t_1} t - V_m \right]^2 dt + \int_{t_1}^T \left[\frac{-2V_m}{T-t_1} t + \frac{V_m(T+t_1)}{T-t_1} \right]^2 dt \right\}$$
$$= \frac{V_m^2}{T} \left\{ \int_0^{t_1} \left[\frac{2}{t_1} t - 1 \right]^2 dt + \frac{1}{(T-t_1)^2} \int_{t_1}^T [-2t + (T+t_1)]^2 dt \right\}$$

• つづく

電力変換回路の状態量

- 付録: 振幅 V_m の三角波交流電圧の実効値の計算

$$\begin{aligned} & \bullet \int_{t_1}^T [-2t + (T + t_1)]^2 dt = \int_{t_1}^T [4t^2 - 4(T + t_1)t + (T + t_1)^2] dt \\ & = \left[4\frac{t^3}{3} - 4(T + t_1)\frac{t^2}{2} + (T + t_1)^2 t \right]_{t_1}^T \\ & = \frac{4}{3}T^3 - 2(T + t_1)T^2 + (T + t_1)^2 T - \frac{4}{3}t_1^3 + 2(T + t_1)t_1^2 - (T + t_1)^2 t_1 \\ & = \frac{4}{3}(T^3 - t_1^3) - 2(T + t_1)(T^2 - t_1^2) + (T + t_1)^2(T - t_1) \\ & = \frac{4}{3}(T - t_1)(T^2 + Tt_1 + t_1^2) - 2(T + t_1)^2(T - t_1) + (T + t_1)^2(T - t_1) \\ & = \frac{4}{3}(T - t_1)(T^2 + Tt_1 + t_1^2) - (T + t_1)^2(T - t_1) \\ & = \frac{1}{3}(T - t_1)(4T^2 + 4Tt_1 + 4t_1^2 - 3T^2 - 6Tt_1 - 3t_1^2) \\ & = \frac{1}{3}(T - t_1)(T^2 - 2Tt_1 + t_1^2) = \frac{1}{3}(T - t_1)^3 \end{aligned}$$

電力変換回路の状態量

- 付録: 振幅 V_m の三角波交流電圧の実効値の計算

- 振幅 V_m の三角波交流電圧

- $$V_{rms}^2 = \frac{V_m^2}{T} \left\{ \frac{1}{3} t_1 + \frac{1}{(T-t_1)^2} \frac{1}{3} (T-t_1)^3 \right\}$$
$$= \frac{V_m^2}{3T} \{ t_1 + (T-t_1) \} = \frac{V_m^2}{3}$$

- $$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{3}}$$