パワーエレクトロニクス
第十回　DC-DCコンバータ

2020年6月24日

授業の予定

- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

状態空間平均化法

- スイッチング周期で変化する回路の一般化した表記法
  - システムの状態方程式
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}$
      - $\boldsymbol{x}$:状態変数, $\boldsymbol{v}$:入力電圧
  - システムの出力方程式
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
      - $\boldsymbol{v}_o$:出力電圧

状態変数→電圧･電流

$$v_L = L\frac{i_L}{dt}$$

$$i_C = C\frac{v_c}{dt}$$

状態空間平均化法

- スイッチの状態で分けた状態変数表示
  - オン状態$(0 \leq t < dT)$
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 \boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}$
    - 期間dT
  - オフ状態$(dT \leq t < T)$
    - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_2 \boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{2}}{}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}$
    - 期間$(1 - d)T$

状態空間平均化法

- 状態変数の重み付き平均
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = [\boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1-d)]\boldsymbol{x} + [\boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1-d)]\boldsymbol{v}$
  - $\boldsymbol{v}_o = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} d + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1-d)\right]\boldsymbol{x}$
- 状態変数を平均化するための一般化表現
  - $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1-d)$
  - $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1-d)$
  - $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} d + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1-d)$

状態空間平均化法による応答解析

- 定常状態
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = 0$
    - $0 = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{BV} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{X} = -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{BV}$
    - $\boldsymbol{V}_o = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{BV}$
      - $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}, D \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, d$の平均値
- 小信号を定常状態に重畳
  - $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}},\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{V} + \widetilde{\boldsymbol{v}},\ d = D + \tilde{d}$
    - $\widetilde{\boldsymbol{x}}, \widetilde{\boldsymbol{v}}, \tilde{d} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, d$の小信号

状態空間平均化法による応答解析

- 平均値
  - $\dot{\boldsymbol{X}} = [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\boldsymbol{X} + [\boldsymbol{B}_1 D + \boldsymbol{B}_2(1 - D)]\boldsymbol{V} = 0$
- 小信号解析
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{X}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = 0 + \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}$
    - $\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \left[\boldsymbol{A}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{A}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}}]$
      $+\left[\boldsymbol{B}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{B}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{V} + \widetilde{\boldsymbol{v}}]$

状態空間平均化法による応答解析

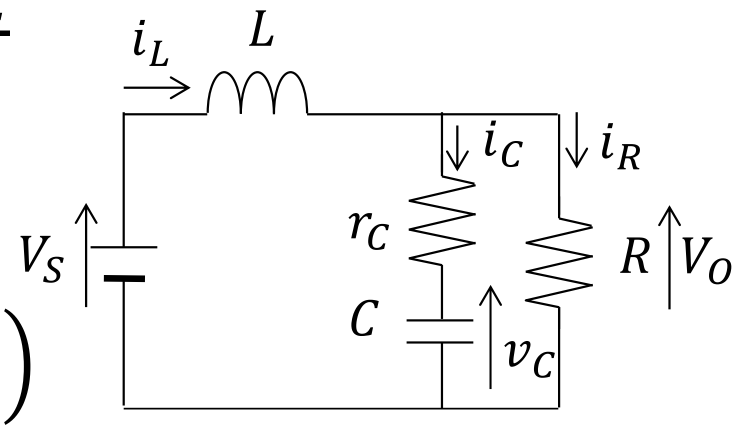
- ゼロ入力応答:$\widetilde{\boldsymbol{v}} = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V} = \boldsymbol{v}$
  - 二次以上の項を無視:$\widetilde{\boldsymbol{x}}\tilde{d} = 0$
  - $\dot{\widetilde{\boldsymbol{x}}} = \left[\boldsymbol{A}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{A}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}}]$
    $+\left[\boldsymbol{B}_1\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{B}_2\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{V} + \widetilde{\boldsymbol{v}}]$
    $= \left[\boldsymbol{A}_1\tilde{d} - \boldsymbol{A}_2\tilde{d}\right]\boldsymbol{X} + [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\widetilde{\boldsymbol{x}}$
    $+\left[\boldsymbol{B}_1\tilde{d} - \boldsymbol{B}_2\tilde{d}\right]\boldsymbol{V}$
    $= [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1 - D)]\widetilde{\boldsymbol{x}}$
    $+[(\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{V}]\tilde{d}$

状態空間平均化法による応答解析

- 出力方程式
  - $\boldsymbol{V}_o = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\{1 - D\}\right]\boldsymbol{X}$
  - $\boldsymbol{V}_o + \widetilde{\boldsymbol{v}_o} = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}}\left(D + \tilde{d}\right) + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\left\{1 - \left(D + \tilde{d}\right)\right\}\right][\boldsymbol{X} + \widetilde{\boldsymbol{x}}]$
  - $\widetilde{\boldsymbol{v}_o} = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}}\tilde{d} - \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\tilde{d}\right]\boldsymbol{X} + \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1 - D)\right]\widetilde{\boldsymbol{x}} = \left[\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} D + \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}(1 - D)\right]\widetilde{\boldsymbol{x}} + \left[\left(\boldsymbol{C}_1{}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{C}_2{}^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{X}\right]\tilde{d}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - KCL:$i_R = i_L - i_C = i_L - C\frac{dv_C}{dt}$
  - KVL:$L\frac{di_L}{dt} + i_C r_C + v_C = V_S$
    - $i_C = C\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{r_C}\left(V_S - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right)$
  - KVL:$L\frac{di_L}{dt} + i_R R = L\frac{di_L}{dt} + (i_L - i_C)R = V_S$
    - $L\frac{di_L}{dt} + \left\{i_L - \frac{1}{r_C}\left(V_S - L\frac{di_L}{dt} - v_C\right)\right\}R = V_S$



状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - $L\frac{di_L}{dt}+\left\{i_L-\frac{1}{r_C}\left(V_S-L\frac{di_L}{dt}-v_C\right)\right\}R=V_S$
  - $L\left(1+\frac{R}{r_C}\right)\frac{di_L}{dt}=-\left\{i_L-\frac{1}{r_C}(V_S-v_C)\right\}R+V_S$

$$=\left(i_L-\frac{v_C}{r_C}\right)R+\left(1+\frac{R}{r_C}\right)V_S$$

  - $L\frac{R+r_C}{r_C}\frac{di_L}{dt}=-i_LR-\frac{v_C}{r_C}R+\frac{R+r_C}{r_C}V_S$
  - $\frac{di_L}{dt}=\frac{-Rr_C}{L(R+r_C)}i_L+\frac{-R}{L(R+r_C)}v_C+\frac{1}{L}V_S$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

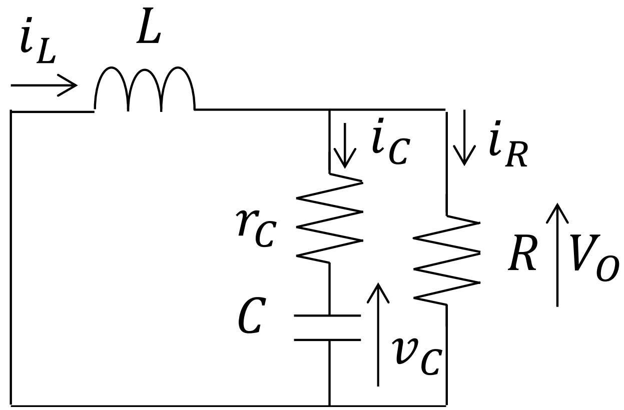
- スイッチオン状態
  - KVL:$-v_C - i_C r_C + i_R R = 0$
    - $-v_C - C\frac{dv_C}{dt}r_C + \left(i_L - C\frac{dv_C}{dt}\right)R = 0$
    - $(Cr_C + CR)\frac{dv_C}{dt} = Ri_L - v_C$
    - $\frac{dv_C}{dt} = \frac{R}{C(r_C+R)}i_L - \frac{1}{C(r_C+R)}v_C$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオン状態
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{v}$
    - $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$
    - $\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{-Rr_C}{L(R+r_C)} & \frac{-R}{L(R+r_C)} \\ \frac{R}{C(r_C+R)} & \frac{-1}{C(r_C+R)} \end{bmatrix}$
    - $\boldsymbol{v} = V_S$
    - $\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$
- $r_C \ll R$とすると
  - $\boldsymbol{A}_1 \cong \begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- スイッチオフ状態
  - 状態変数の経路は同じ
    - $\boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_1$
  - オフにより電源開放。入力0
    - $\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$



状態空間平均化法による Buckコンバータの状態方程式

- 合体
  - $\dot{\boldsymbol{x}}d = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}d + \boldsymbol{B}_1 V_S d$
  - $\dot{\boldsymbol{x}}(1-d) = \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(1-d) + \boldsymbol{B_2} V_S (1-d)$
  - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}d + \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(1-d) + \boldsymbol{B}_1 V_S d + \boldsymbol{B_2} V_S (1-d)$

    $= \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 d V_S$
  - $\begin{bmatrix} \dot{i_L} \\ \dot{v_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_S$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- 出力電圧
  - $v_O = Ri_R = R(i_L - i_C) = R\left(i_L - \frac{v_O - v_C}{r_C}\right)$
  - $v_O\left(1 + \frac{R}{r_C}\right) = Ri_L + \frac{R}{r_C}v_C$
  - $v_O = \frac{Rr_C}{r_C + R}i_L + \frac{R}{r_C + R}v_C \cong r_C i_L + v_C$
- 出力はスイッチの状態に対して不変
  - ${\boldsymbol{C}_1}^{\mathrm{T}} = {\boldsymbol{C}_2}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$ なので $v_O = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$
  - $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{Rr_C}{r_C + R} & \frac{R}{r_C + R} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- 定常状態
  - $V_o = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}V_S$
    - $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 D$, ${\boldsymbol{C}_1}^{\mathrm{T}} = {\boldsymbol{C}_2}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$より
    - $V_o = -[r_C \quad 1]\begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_S$
    - $\begin{bmatrix} \frac{-r_C}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-r_C}{L} \end{bmatrix} = \frac{LRC}{r_C+R}\begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-r_C}{L} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの出力方程式

- $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B} = \frac{LRC}{r_C+R}\begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{L} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-r_C}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{LRC}{r_C+R}\begin{bmatrix} \frac{-D}{LRC} \\ \frac{-D}{LC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-D}{r_C+R} \\ \frac{-DR}{r_C+R} \end{bmatrix}$

- $V_o = -\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}V_S = -[r_C \quad 1]\begin{bmatrix} \frac{-D}{r_C+R} \\ \frac{-DR}{r_C+R} \end{bmatrix}V_S$

$$= \frac{Dr_C + DR}{r_C + R}V_S = DV_S$$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- 状態方程式
  - $$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = [\boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2(1-D)]\tilde{\boldsymbol{x}} \\ +[(\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{V}]\tilde{d} \\ = \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}V_S\tilde{d}$$
- ラプラス変換
  - $s\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{A}\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} + \boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
  - $[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
  - $\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = [s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$

状態空間平均化法による Buckコンバータの小信号伝達関数

- 出力方程式
  - $\widetilde{\boldsymbol{v}_O(s)} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{x}(s)} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S\widetilde{d(s)}$
- 通流率から出力電圧への伝達関数
  - $\dfrac{\widetilde{\boldsymbol{v}_O(s)}}{\widetilde{d(s)}} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}V_S$
  - $[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}] = \begin{bmatrix} s + \dfrac{r_C}{L} & \dfrac{1}{L} \\ \dfrac{-1}{C} & s + \dfrac{1}{RC} \end{bmatrix}$

状態空間平均化法による
Buckコンバータの小信号伝達関数

- $[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}=\dfrac{1}{\left(s+\frac{r_C}{L}\right)\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} s+\dfrac{1}{RC} & \dfrac{-1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & s+\dfrac{r_C}{L}\end{bmatrix}$

- $[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B}=\dfrac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} s+\dfrac{1}{RC} & \dfrac{-1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & s+\dfrac{r_C}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{D}{L}\\ 0\end{bmatrix}$

$$=\frac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix}\dfrac{D}{L}\left(s+\dfrac{1}{RC}\right)\\ \dfrac{D}{LC}\end{bmatrix}$$

状態空間平均化法による
Buckコンバータの小信号伝達関数

- $$\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B} = \frac{1}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}}\begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{D}{L}\left(s+\frac{1}{RC}\right) \\ \frac{D}{LC} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\frac{r_C D}{L}\left(s+\frac{1}{RC}\right)+\frac{D}{LC}}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{r_C}{LRC}+\frac{1}{LC}} \cong \frac{\frac{s r_C D}{L}+\frac{D}{LC}}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}$$

- $$\frac{\widetilde{v_O(s)}}{\widetilde{d(s)}} = \frac{DV_S}{LC}\frac{1+sr_C}{s^2+s\left(\frac{r_C}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\frac{1}{LC}}$$

スイッチモードDC-DCコンバータ (スイッチング電源)

- 非絶縁型
  - 直接型
    - バックコンバータ　降圧
    - ブーストコンバータ　昇圧
  - 間接型
    - バック・ブーストコンバータ　昇降圧
    - チュックコンバータ　昇降圧
- 絶縁型
  - フライバックコンバータ
  - フォワードコンバータ

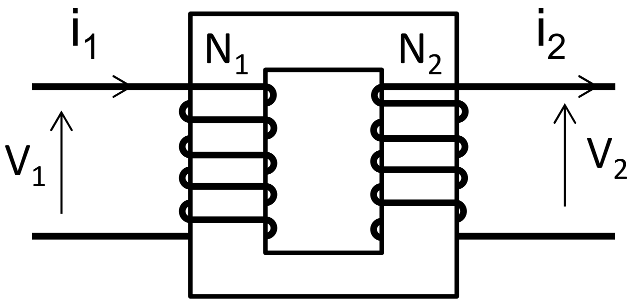
DCDCコンバータ

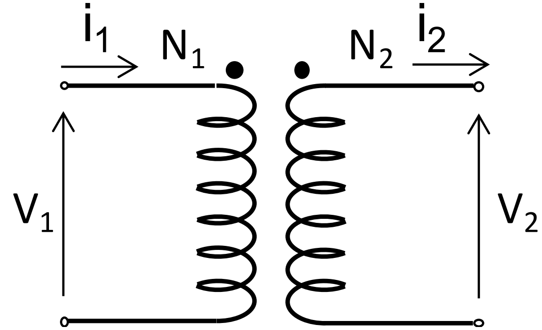
- スイッチングコンバータ（チョッパ回路）
  - 入力と出力が絶縁されていない
    - 入力と出力の接地が共通
      - バックブースト，チュックコンバータでは入出力の電圧極性が逆転するので注意要
  - 変圧器で絶縁
    - 高周波化して，変圧器を小さくする必要あり
      - 高周波ACリンク
    - 巻数比により入出力比の幅が広がる
      - 昇圧形で有利
    - 複数巻線で多出力が可能

高周波交流リンクに用いる変圧器

- 変圧器の役目
  - 電圧・電流のステップアップ又はステップダウン
  - 入出力間の電気的絶縁
- 理想変圧器の入出力の関係

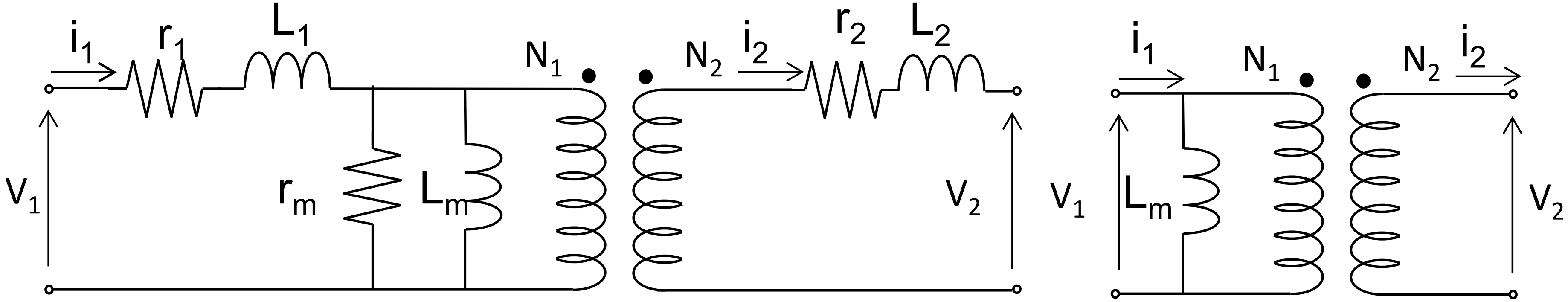
電圧 $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{N_1}{N_2}$ 電流 $\dfrac{I_1}{I_2}=\dfrac{N_2}{N_1}$





高周波交流リンクに用いる変圧器

- 変圧器モデル
  - 導体損r_1, r_2
  - 巻線の漏れインダクタンスL_1, L_2
  - 磁化インダクタンスL_m
  - 鉄損r_m
- 変圧器の簡略モデル→磁化インダクタンスのみ



高周波交流リンクに用いる変圧器

- 巻線抵抗，漏れインダクタンス，磁化インダクタンス，鉄心損の影響
  - フライバックコンバータでは磁化インダクタンスが重要
    - 磁化インダクタンスにエネルギーを貯める
    - スイッチング周期毎に，鉄心磁束が同じ値になるようにする
      - 戻ってこないと，偏磁する
  - 漏れインダクタンスはスイッチ動作の過渡応答に対して影響する
    - 漏れインダクタンスは設計できる