

# 電力システム解析論

## 第1回 送電線路のモデル 抵抗

2021年10月5日

# 電力系統の構成

- 発電機(発電所)
- 負荷
- 変圧器(変電所)
- 送電線(送電・配電)
  - 架空線
  - ケーブル
    - 地中
    - 海底
    - ガス管路

# 送電線

- 要素
  - 抵抗
  - インダクタンス
  - キャパシタンス
  - コンダクタンス
- 材料の変化
  - 銅→アルミニウム
    - コスト
    - 重量
    - 同抵抗で断面積大
      - 導電率:  
硬銅97.3%,Al61%
      - 撚りにより1~2%増
    - 導体表面での電界強度低くなる
    - コロナ放電がおきにくい

# 送電線の直流抵抗

- 直流抵抗

- $R_0 = \frac{\rho l}{A} [\Omega]$

- $\rho$ : 導体の抵抗率,  $l$ : 導体長,  $A$ : 導体断面積

- 交流抵抗は異なる

- 表皮効果, 近接効果

- 温度特性

- $\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$

- $R_1, R_2$ : 温度  $t_1, t_2$  の導体抵抗,  $T$ : 温度

# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 線形・等方・均質な金属導体
  - $\varepsilon$ :誘電率
  - $\mu$ :透磁率
  - $\sigma$ :導電率
- Maxwellの方程式
  - $\nabla \times \dot{E} = -j\omega\mu\dot{H}$
  - $\nabla \times \dot{H} = \dot{J} + j\omega\varepsilon\dot{E} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\dot{E} \cong \sigma\dot{E}$ 
    - $\dot{J} = \sigma\dot{E}$ :オームの法則
    - 金属導体では $\sigma \gg \omega\varepsilon$ とできる。

# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 仮定

- $x, y$ 平面で一様な電磁界

- $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$

- 電界は $x$ 方向成分 $\dot{E}_x$ のみ

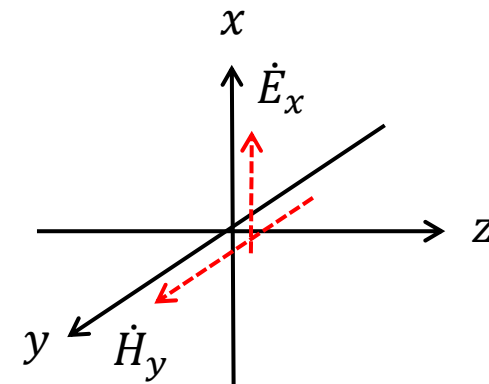
- $\dot{E}_y = \dot{E}_z = 0$

- 磁界は $y$ 方向成分 $\dot{H}_y$ のみとなる

- $\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{i}_y \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z}$

- $\text{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}$

- $$= \mathbf{i}_x \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{i}_y \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{i}_z \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$



# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $$\begin{cases} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -j\omega\mu\dot{H}_y \\ \frac{d\dot{H}_y}{dz} = -\sigma\dot{E}_x \end{cases} \rightarrow \text{もう一度}z\text{で微分}$$
$$\begin{cases} \frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} = -j\omega\mu\frac{d\dot{H}_y}{dz} = j\omega\mu\sigma\dot{E}_x = \gamma^2\dot{E}_x \\ \frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} = -\sigma\frac{d\dot{E}_x}{dz} = \gamma^2\dot{H}_y \end{cases}$$
  - ただし  $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$

# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 微分方程式の解

- $$\begin{cases} \dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ \dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z} \end{cases}$$

- ただし  $A_1, A_2, B_1, B_2$  は積分定数

- $\dot{E}_x$  と  $\dot{H}_y$  は従属関係

- $$\begin{aligned} \dot{H}_y &= -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -\frac{1}{j\omega\mu} (-A_1\gamma e^{-\gamma z} + A_2\gamma e^{\gamma z}) \\ &= \frac{\gamma}{j\omega\mu} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) = \frac{1}{\eta} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) \end{aligned}$$

- ただし 
$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$$



# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$  より  $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$  を用いて

- $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1 + j)$   
 $= \frac{1}{\delta}(1 + j) = \alpha + j\beta$

- ただし  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

- また  $\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\delta\sigma}(1 + j)$

# 表皮効果

- $\dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$   
 $= A_1 e^{-(\alpha+j\beta)z} + A_2 e^{(\alpha+j\beta)z}$
- $\dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}$   
 $= B_1 e^{-(\alpha+j\beta)z} + B_2 e^{(\alpha+j\beta)z}$
- $e^{-(\alpha+j\beta)z}$ : 正のz方向に伝搬
- $e^{(\alpha+j\beta)z}$ : 負のz方向に伝搬
- 正のz方向に進行する電磁界を考える

# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 正のz方向に進行する電磁界を考える
  - 導体表面の電磁界
    - $\dot{E}_s, \dot{H}_s$
  - 導体中を+z方向に進行する電磁界
    - $\dot{E}_{x+} = \dot{E}_s e^{-\gamma z} = \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
    - $\dot{H}_{y+} = \dot{H}_s e^{-\gamma z} = \dot{H}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
    - $z = \delta$ で $\dot{E}_{x+}$ と $\dot{H}_{y+}$ の振幅は $\frac{1}{e}$ となる
    - $\delta$ :表皮深さ

# 送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 導体中をx方向に流れる電流密度
  - オームの法則
  - $$j_c = \sigma \dot{E}_{x+} = \sigma \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}} = j_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$$
    - ただし  $j_s = \sigma \dot{E}_s$
    - $\delta = z$  で  $\dot{E}_{x+}$  と  $\dot{H}_{y+}$  の振幅は  $\frac{1}{e}$  となる

# 表深さの計算例

周波数	表皮深さ (mm)	
	銅( $5.82 \times 10^7$ S/m)	アルミニウム ( $3.55 \times 10^7$ S/m)
100Hz	6.6	8.4
1kHz	2.1	2.7
10kHz	0.66	0.84
100kHz	0.209	0.27
1MHz	0.066	0.084
10MHz	0.021	0.027
100MHz	0.0066	0.0084
1GHz	0.0021	0.0027

比透磁率 1

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

# 送電線のインダクタンス

- 誘導電圧  $e = \frac{d\tau}{dt}$
- e: 誘導電圧(V),  $\tau$ : 鎖交磁束 (Wbt)
  - Wbt: 磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
    - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
  - 透磁率一定の場合, 鎖交磁束は電流に比例
    - 誘導電圧は電流変化率に比例

$$e = L \frac{di}{dt}$$

- L: 比例定数・回路のインダクタンス(H),  $di/dt$ : 電流変化率(A/s)  $L = \frac{d\tau}{di}$

- 線形システムの場合
  - 鎖交磁束は電流に比例
    - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

$$L = \frac{\tau}{i}$$

# 送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)

- 自己インダクタンスの定義  
電流に対する鎖交磁束

$$\tau = Li$$

- 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{\Psi} = L\dot{I}$$

$\Psi$ :鎖交磁束のフェーザ,  $I$ :電流のフェーザ

- 鎖交磁束による電圧降下

$$\begin{aligned}\dot{V} &= j\omega\dot{\Psi} \\ &= j\omega L\dot{I}\end{aligned}$$

# 送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 相互インダクタンスの定義  
他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束

- 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{M}_{12} = \frac{\dot{\Psi}_{12}}{\dot{I}_2}$$

$\dot{I}_2$ :回路2に流れる電流のフェーザ,  $\dot{\Psi}_{12}$ :回路2に流れる電流 $\dot{I}_2$ により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ

- 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$\dot{V}_1 = j\omega M_{12} \dot{I}_2 = j\omega \dot{\Psi}_{12}$$

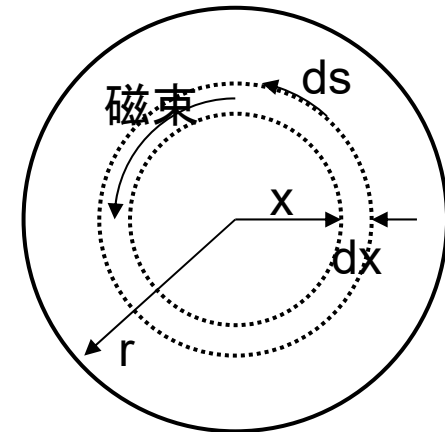


# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく、電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 送電線を円柱導体として考える
  - 一様電流
  - 帰路は十分離れていると仮定
  - 磁束は同心円状に分布すると仮定
  - 起磁力は電流経路のATに比例

$$\bullet \quad mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m), s:経路(m), I:電流(A)



# 送電線のインダクタンス

## 内部鎖交磁束

- 中心から距離 $x$ (m)の内側の電流 $I_x$ (A)による磁界強度 $H_x$ (AT/m)  $\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$
- 全電流 $I$ (A)に対する $I_x$ (A)の割合  $I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$
- 全電流に対する $H_x$ (AT/m)  $H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$
- $H_x$ に対する磁束密度 $B_x$ (Wb/m<sup>2</sup>)  $B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$

ただし $\mu$ は導体の透磁率

# 送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 厚さ $dx$ (m)の円筒導体の磁束 $d\phi$ (Wb/m)
  - 磁束密度 $B_x$ (Wb/m<sup>2</sup>)と磁力線の法線方向 $dx$ (m)積

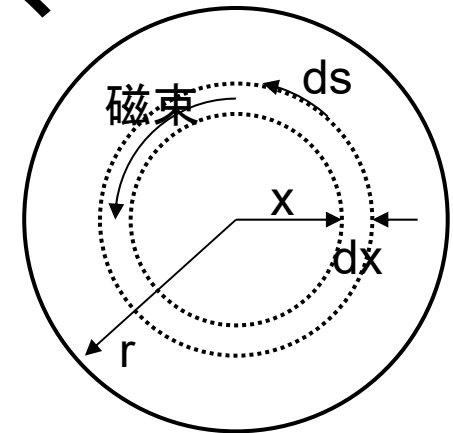
$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒内部の電流に鎖交する単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ (WbT/m)

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

# 送電線のインダクタンス

## 内部鎖交磁束



- 全内部鎖交磁束  $\psi_{\text{int}}$  (WbT/m)
  - 半径方向に積分

$$\psi_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率 1
- 真空の透磁率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$

$$\Psi = LI$$

$$\psi_{\text{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

内部インダクタンス

導体径には関係しない 20