

電力システム解析論

第2回 送電線路のインダクタンス1

2021年10月12日

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間に鎖交する磁束
 - 磁束は同心円状に分布
 - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

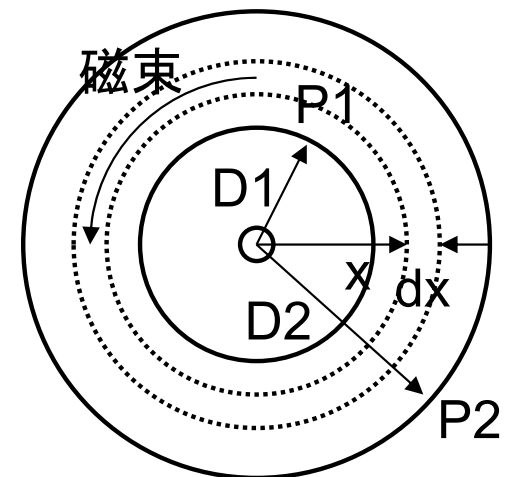
$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$

- 磁束密度Bx(Wb/m²)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

- 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$



導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は，導体中の電流を一度だけ鎖交する
 - 単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ は磁束 $d\phi$ に等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束
 - D1,D2間の鎖交磁束

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \left[\log_e x \right]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi} (\log_e D_2 - \log_e D_1) = \frac{\mu I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

- 空気の比透磁率1として，真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ より

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad \Rightarrow \quad L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

外部インダクタンス

送電線のインダクタンス

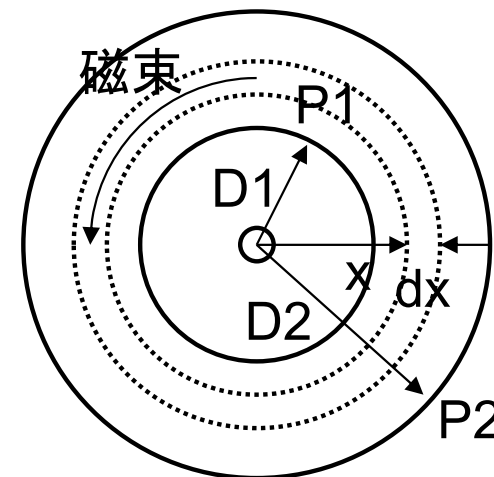
- 全内部鎖交磁束 ψ_{int} (WbT/m), 内部インダクタンス L_{int} [H/m]

$$\psi_{\text{int}} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{ただし} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

- 導体の中心より距離 D_1, D_2 離れた点 P_1, P_2 間の全鎖交磁束

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$



導体対の線路インダクタンス

- 距離 D (m)離れた半径 r_1, r_2 (m)の導体対
 - 導体1,2に流れる電流の和は0 $I_1 + I_2 = 0$
 - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
 - 導体1の中心から $D + r_2$ 以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
 - 導体1の中心から $D - r_2$ 以内の磁束は全回路電流に鎖交する
 - 厳密には $r_1 \leq x \leq D - r_2$
 - 導体1の中心より $D - r_2$ から $D + r_2$ の磁束が鎖交する回路電流は0 ~ 1の範囲で変化する
 - $D \gg r_1, D \gg r_2$ を仮定して簡略化



導体対の線路インダクタンス

- 導体1のインダクタンス

- 内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

- 外部磁束によるインダクタンス(H/m)

- 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,int} + L_{1,ext} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} = \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現
 - 擬似導体半径 r_1' を導入
 - 半径 r_1 に $\varepsilon=0.7788$ をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \quad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(-\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス

- 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号
 - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
 - 合成磁束は2倍となる
- 導体2のインダクタンス L_2 (H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'_2} \quad r'_2 = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンス L (H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\log_e \frac{D}{r'_1} + \log_e \frac{D}{r'_2} \right) = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}}$$

- 同じ導体サイズの場合

$$r'_1 = r'_2 = r' \sqrt{r'_1 r'_2} = r' \quad L = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$$

導体対の線路インダクタンス



- 導体のインダクタンス(H/m)

- $L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$ ただし $r_1' = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$

- $L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_2'}$ ただし $r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

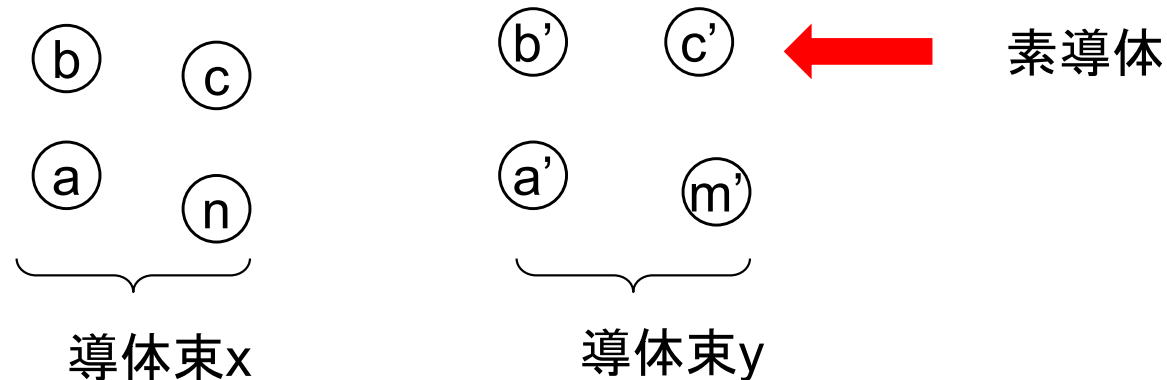
- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$

- 同じ導体サイズ($r_1' = r_2' = r'$)の場合

- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$

多条導体送電線

- 細い電線インダクタンス大きい
- 太い電線インダクタンス小さい
 - 太い電線を使用するのは効果的でない→表皮効果もある
 - 等価的に電線を太くする方法
 - 単相2線式送電線路の多導体化を考える



- 導体束Xを一様な n 個の導体で構成。各素導体には電流 I/n (A)が流れる
- 導体束Yを一様な m' 個の導体で構成。各素導体には電流 $-I/m'$ (A)が流れる
- 導体間距離を D_{ij} と表す

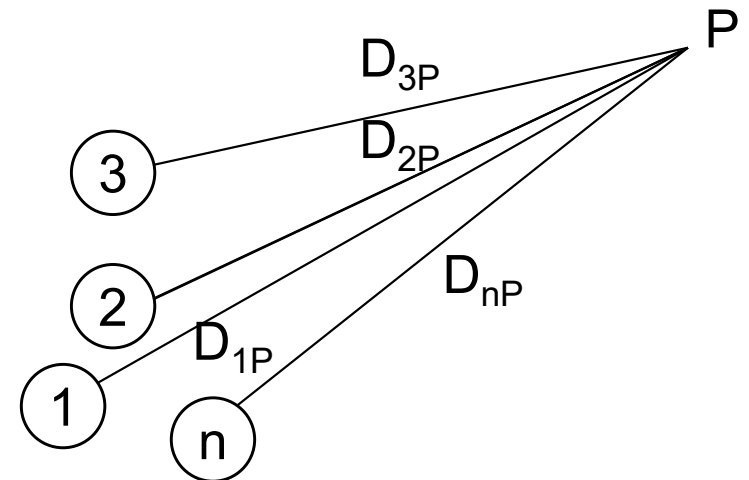
多条導体の鎖交磁束

- 導体1,2,3...nの電流 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ の和は0
- 或る点Pから各導体の距離 $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$
 - 電流 I_1 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P1} (WbT/m)
 - 内部鎖交磁束を含む
 - 点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない

$$\psi_{1P1} = I_1 \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

$$= I_1 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'}$$

$$r_1' = \epsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$



多条導体の鎖交磁束

- 電流 I_2 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P2} (WbT/m)
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)
 - 導体1を超え, 点Pを越えない部分に鎖交する磁束

$$\psi_{1P2} = I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} \times 2 \times 10^{-7}$$

- 全導体に流れる電流により, 導体1に鎖交する全磁束 ψ_{1P} (WbT/m)
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \psi_{1P1} + \psi_{1P2} + \psi_{1P2} \cdots + \psi_{1Pn} \\ &= \left(I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

多条導体の鎖交磁束

- 対数の展開

$$\psi_{1P} = \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots + I_n \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 電流の条件

$$I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1})$$

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots \\ -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}) \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{nP}} \cdots + I_{n-1} \log_e \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

多条導体の鎖交磁束

- $P \rightarrow \infty$ として導体1に鎖交する磁束 ψ_1 (WbT/m)

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \log_e \frac{D_{iP}}{D_{nP}} = \log_e 1 = 0$$

$$\psi_1 = \left(I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

多条導体送電線

- 導体束xの素導体aに対する鎖交磁束 ψ_a (WbT/m)

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{I}{n} \left(\log_e \frac{1}{r'_a} + \log_e \frac{1}{D_{ab}} + \log_e \frac{1}{D_{ac}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{an}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &\quad - \frac{I}{m} \left(\log_e \frac{1}{D_{aa'}} + \log_e \frac{1}{D_{ab'}} + \log_e \frac{1}{D_{ac'}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{am}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= I \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7}\end{aligned}$$

多条導体送電線

- 導体束xの素導体aのインダクタンス L_a (H/m)
 - 流れる電流が I/n (A)より

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$r'_a = D_{aa}$$

とする

- 導体束xの素導体bのインダクタンス L_b (H/m)

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$r'_b = D_{bb}$$

とする

- 導体束xの素導体のインダクタンス平均値 L_{av} (H/m)

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n}$$

多条導体送電線

- 導体束xのインダクタンス L_x (H/m)
 - 全ての素導体が等しいインダクタンス L_{av} (H/m)を持つ
 - n本の素導体の並列接続
 - 総インダクタンスは平均インダクタンス L_{av} の1/n

$$\begin{aligned}
 L_x &= \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n^2} \\
 &= \frac{1}{n} \left\{ \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am'}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} + \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} + \cdots \right\} \times 2 \times 10^{-7} \\
 &= \log_e \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} \cdots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} \cdots D_{bm'}) \cdots (D_{na'} D_{nb'} \cdots D_{nm'})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \cdots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na} D_{nb} \cdots D_{nn})}} \times 2 \times 10^{-7}
 \end{aligned}$$

多条導体送電線

- 分子

- 導体xのn個の素導体から導体yのm個の素導体への距離の積のmn乗根
 - 導体xと導体y間の幾何学的平均距離 D_m (GMD: geometrical mean distance), 二導体間の相互GMD

$$D_m = \sqrt[mn]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am'})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm'}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm'})}$$

- 分母

- 導体xのn個の素導体から各素導体への距離の積の n^2 乗根
 - 素導体自身間の距離 D_{ii} は実効半径 $r'a$
 - 導体xの幾何学的平均半径 r' (GMR: geometrical mean radius), 導体の自己GMD: D_s

$$D_s = \sqrt{n^2 (D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

$$L_x = \log_e \frac{D_m}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$