

# 電力システム解析論

## 第3回 送電線路のインダクタンス2 キャパシタンス1

2021年10月19日

# 多条導体送電線

- 分子

- 導体xのn個の素導体から導体yのm個の素導体への距離の積のmn乗根
  - 導体xと導体y間の幾何学的平均距離 $D_m$ (GMD: geometrical mean distance), 二導体間の相互GMD

$$D_m = \sqrt[mn]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am'})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm'}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm'})}$$

- 分母

- 導体xのn個の素導体から各素導体への距離の積の $n^2$ 乗根
  - 素導体自身間の距離 $D_{ii}$ は実効半径 $r_i' = r_i e^{-\frac{1}{4}}$
  - 導体xの幾何学的平均半径 $r'$ (GMR: geometrical mean radius), 導体の自己GMD: $D_s$

$$D_s = \sqrt{n^2 (D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

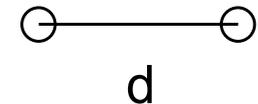
$$L_x = \log_e \frac{D_m}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

# 送電線の多導体化

- 送電線の等価半径(GMR)を大きくしてコロナ放電を防ぐ

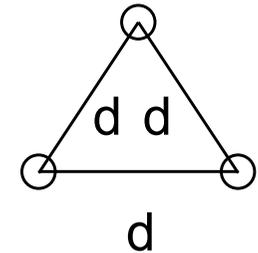
- 二導体 GMR

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s d)^2} = \sqrt{D_s d}$$



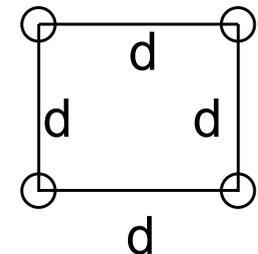
- 三導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s d d)^3} = \sqrt[3]{D_s d^2}$$



- 四導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \sqrt{2} d d d)^4} \cong 1.09 \sqrt[4]{D_s d^3}$$



# 三相送電線のインダクタンス 等間隔配置

- a相の鎖交磁束 $\psi_a$ (WbT/m)  $D_s$ :GMR

$$\psi_a = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 三相交流

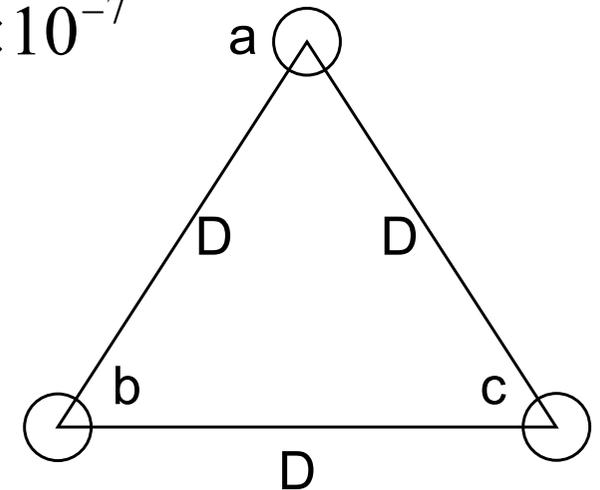
- 電流条件  $I_a + I_b + I_c = 0$

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

- a相のインダクタンス $L_a$ (H/m)

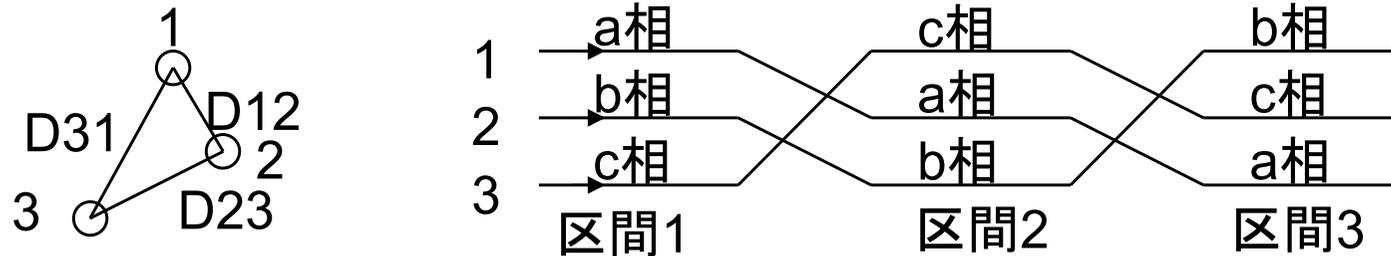
$$\psi_a = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$



# 三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合，不等間隔配置となる



- a相の鎖交磁束

- 区間1  $\psi_{a1} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
- 区間2  $\psi_{a2} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
- 区間3  $\psi_{a3} = \left( I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

# 三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \left( 3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

- 三相交流  $I_a = -(I_b + I_c)$

$$\psi_a = \left( 3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

GMD  $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

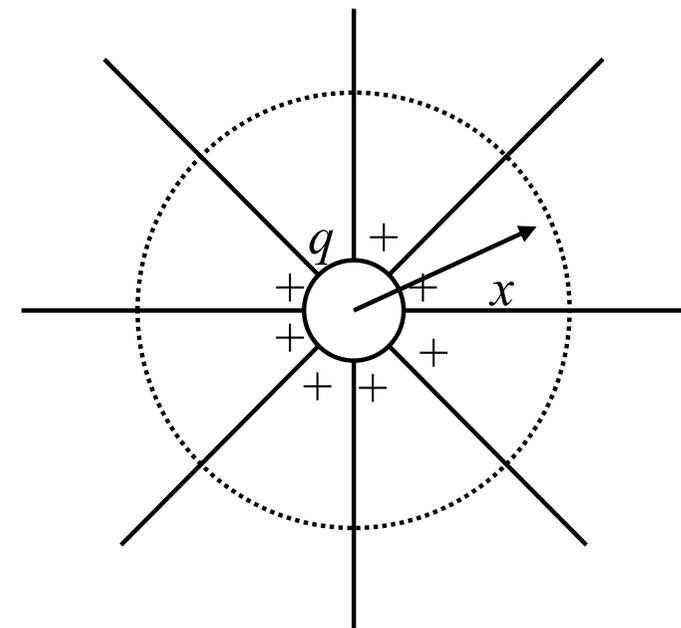
# 送電線路の静電容量 円柱導体の電界

- 一様媒体中の十分に長い真直ぐな円柱導体
  - 導体上に電荷が一様分布
  - 電束は放射状に伸びる
  - 円柱表面上の電位は同じ
  - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離 $x$ の位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

- $q$ : 導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \epsilon} \quad V/m$$



真空の誘電率 $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$

# 送電線路の静電容量

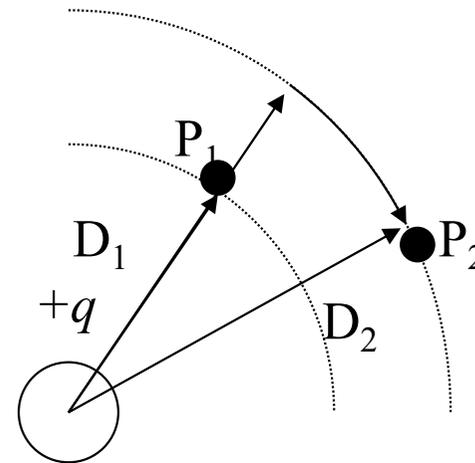
## 電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷 $q$  C/mを持つ円柱導体
- 点 $P_1, P_2$ は各々導体の中心から $D_1, D_2$ 離れている
- $P_1, P_2$ 間の電位差

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} edx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \epsilon} dx$$

$$= \frac{q}{2\pi \epsilon} [\log_e x]_{D_1}^{D_2}$$

$$= \frac{q}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V$$



# 送電線路の静電容量

## 二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
  - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差

- 導体a上の電荷 $q_a$ による電圧降下  $V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} \quad V$

- 導体b上の電荷 $q_b$ による電圧降下  $V_b = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

- 重ね合わせ  $V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

# 送電線路の静電容量

## 二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合  $q_a = -q_b$

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} - \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b} \quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{q_a}{\frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} \quad F/m$$

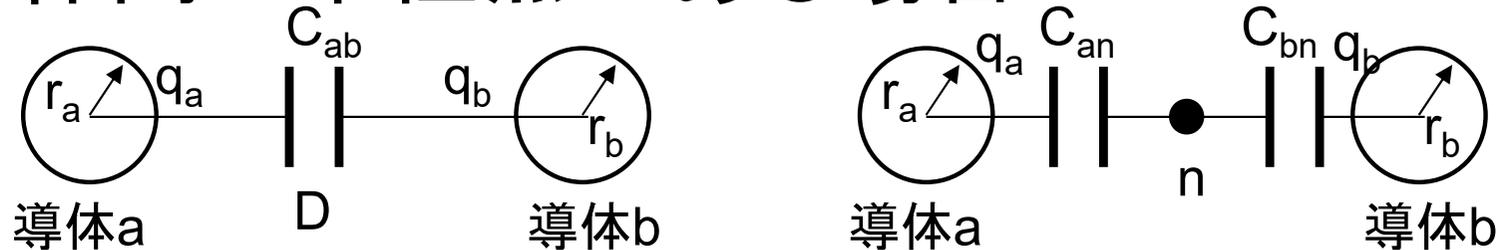
- 導体径が等しい場合  $r_a = r_b = r$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r^2}} = \frac{2\pi\epsilon}{2 \log_e \frac{D}{r}} = \frac{\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

# 送電線路の静電容量

## 二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合



$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

- 周波数  $f$  におけるリアクタンス(比誘電率  $\epsilon_r=1$ )

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

# 送電線路の静電容量

## 等間隔配置された三相線路

- 導体半径 $r$ , 導体間距離 $D$
- 導体 $a, b$ 上の電荷 $q_a, q_b$ による $ab$ 間の電圧降下

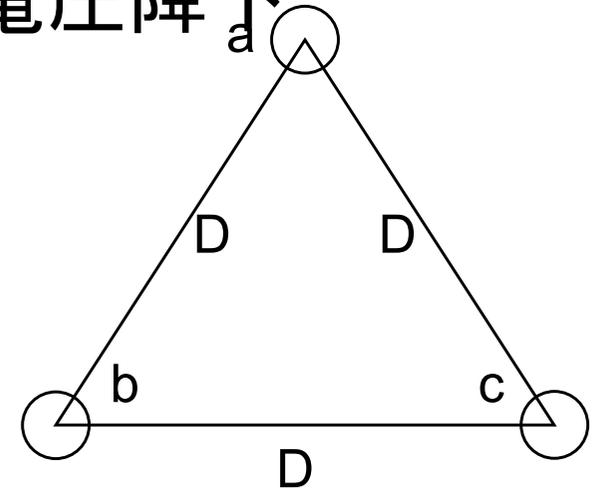
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 導体 $c$ 上の電荷 $q_c$ による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体 $a, b, c$ 上の電荷 $q_a, q_b, q_c$ による $ab$ 間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$



# 送電線路の静電容量

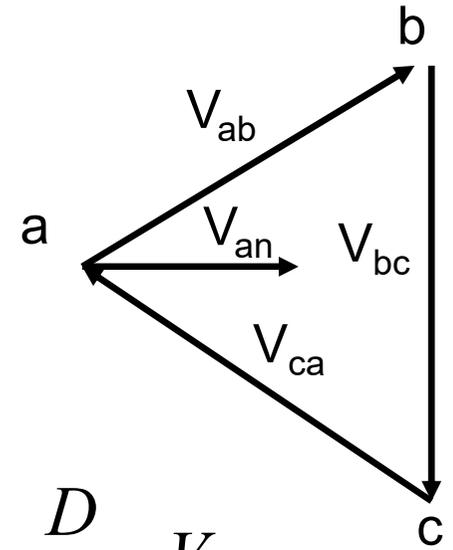
## 等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an} e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 + j0.5)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an} e^{-j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 - j0.5)$$

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$



- 中性点に対する静電容量

導出は次ページ

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

# 送電線路の静電容量

## 等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷 $q_a, q_b, q_c$ によるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_a \log_e \frac{D}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 三相交流  $q_a = -q_b - q_c$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

# 送電線路の静電容量

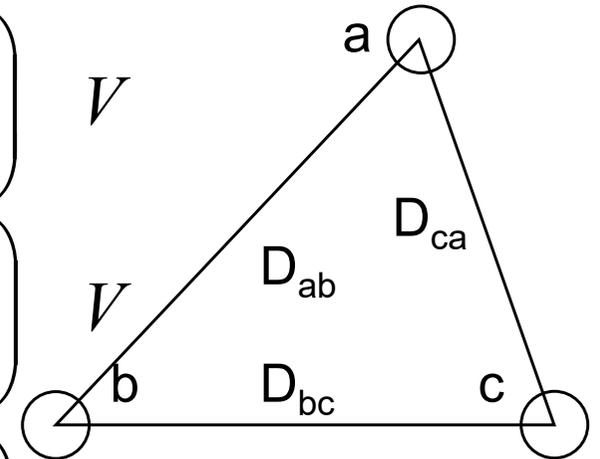
## 非対称配置された三相線路

- 導体半径 $r$ , 導体間距離 $D_{ab}, D_{bc}, D_{ca}$
- 導体 $a, b, c$ 上の電荷 $q_a, q_b, q_c$ による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \right) V$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{bc}} \right) V$$

$$V_{ca} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \right) V$$



# 送電線路の静電容量

## 非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
  - 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( \begin{array}{l} q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_a \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{bc}} \\ + q_b \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_a \log_e \frac{D_{ca}}{r} \end{array} \right) V$$

# 送電線路の静電容量

## 非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{1}{6\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc} D_{ca} D_{ab}}{D_{ca} D_{ab} D_{bc}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \\ D_{eq} &= \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \end{aligned}$$

# 送電線路の静電容量

## 非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) V$$

- 中性点に対する相電圧

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_b \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

# 送電線路の静電容量

## 非対称配置された三相線路

- 三相交流の条件  $q_a + q_b + q_c = 0$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{3}{2\pi\epsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

- 静電容量  $C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r}}$