回路とシステム
第10回
2ポート回路

舟木　剛

2021年12月13日2限

講義計画

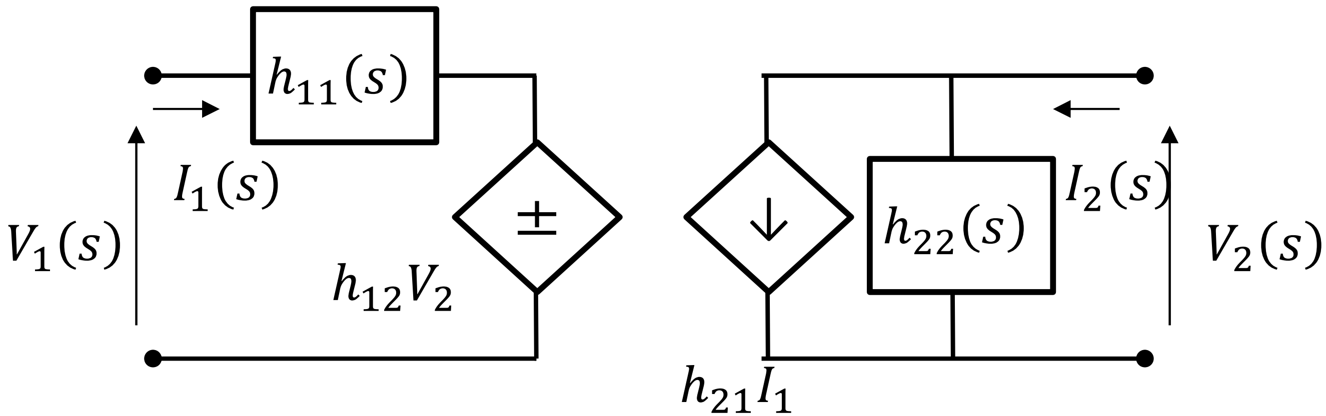
- 回路方程式　1回
  - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析　1回
- 線形回路の応答　2回
  - 零入力応答（重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性）
  - 零状態応答（伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答）
- １ポート回路　3回
  - テブナン・ノートンの定理
  - 安定性と正実性（開放安定性、短絡安定性、正実関数）
- ２ポート回路　4回
  - 2ポート回路の行列表現
  - 相反2ポート回路
  - 相互接続
  - 分布定数回路の等価回路（T形等価回路、π形等価回路）
- 状態方程式による回路解析　2回
  - 状態方程式の導出（状態変数、状態方程式、出力方程式）
  - 状態方程式の解（零入力応答、零状態応答）
- 三相交流　1回
  - 平衡三相回路

2ポート回路

- 線形時不変，内部電源を持たない2ポート回路の零状態応答
  - ポート電圧V_1, V_2，　ポート電流I_1, I_2
  - 重ね合わせの理を適用可能
  - 独立変数(x, y)，　従属変数(p, q)
  - $\begin{bmatrix} p(s) \\ q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}$
  - インピーダンス行列，アドミタンス行列
  - ハイブリッド行列，伝送行列

2ポート回路
ハイブリッド行列

- $\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & h_{12}(s) \\ h_{21}(s) & h_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$
  - $h_{ij}(s)$:hパラメータ
  - 逆ハイブリッド行列
  - $\begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$



等価回路表現

2ポート回路 ハイブリッド行列

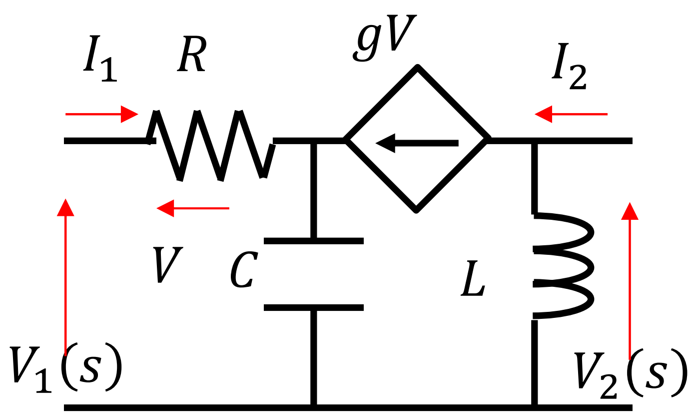
- $h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$:2次側短絡($V_2 = 0$)における1次側から見た駆動点インピーダンス
- $h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$:1次側開放($I_1 = 0$)における2次側から見た駆動点アドミタンス
- $h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$:2次側短絡($V_2 = 0$)における1次側から2次側への電流伝達関数
- $h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$:1次側開放($I_1 = 0$)における2次側から1次側への電圧伝達関数

2ポート回路
ハイブリッド行列例題

- $h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{I_1 R + \frac{I_1 + gV}{sC}}{I_1} = \frac{I_1 R + \frac{I_1 + gI_1 R}{sC}}{I_1} = R + \frac{1+gR}{sC}$

- $h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{\frac{V_2}{sL} + gV}{V_2} = \frac{\frac{V_2}{sL} + g0}{V_2} = \frac{1}{sL}$

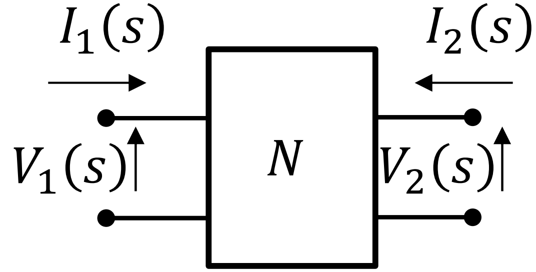
- $h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{gV}{I_1} = \frac{gRI_1}{I_1} = gR$

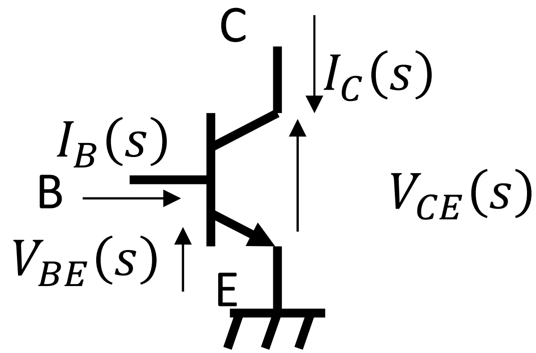


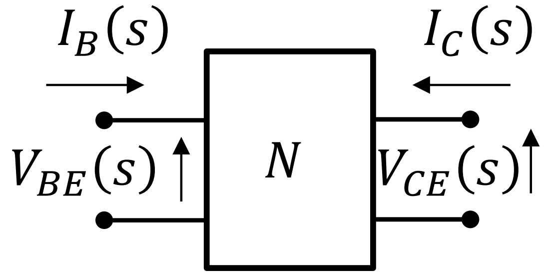
- $h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{RI_1 + \frac{I_1 + gV}{sC}}{V_2} = \frac{RI_1 + \frac{I_1 + gV}{sC}}{V_2} = 0$

2ポート回路
ハイブリッド行列

- $\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & h_{12}(s) \\ h_{21}(s) & h_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} V_{BE}(s) \\ I_C(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie}(s) & h_{re}(s) \\ h_{fe}(s) & h_{oe}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B(s) \\ V_{CE}(s) \end{bmatrix}$
  - $h_{*e}(s)$:eはエミッタ接地を指す
  - $h_{ie}(s) = \frac{V_{BE}}{I_B}$:入力インピーダンス
  - $h_{re}(s) = \frac{V_{BE}}{V_{CE}}$:電圧帰還率
  - $h_{fe}(s) = \frac{I_C}{I_B}$:電流増幅率
  - $h_{oe}(s) = \frac{I_C}{V_{CE}}$:出力アドミタンス

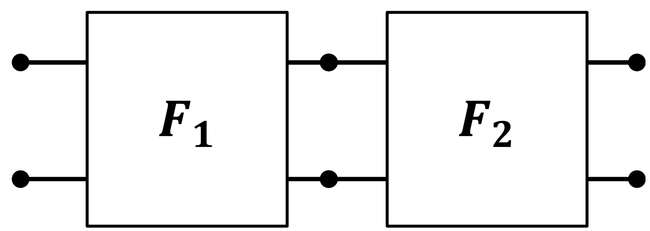






2ポート回路
伝送行列

- $$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix}$$
  - パラメータA, B, C, Dで構成される伝送行列
    - $\boldsymbol{F}(s) = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix}$
  - 2次側の電流が$-I_2(s)$なので，縦続接続できる
  - 逆伝送行列
    - $\begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'(s) & B'(s) \\ C'(s) & D'(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix}$



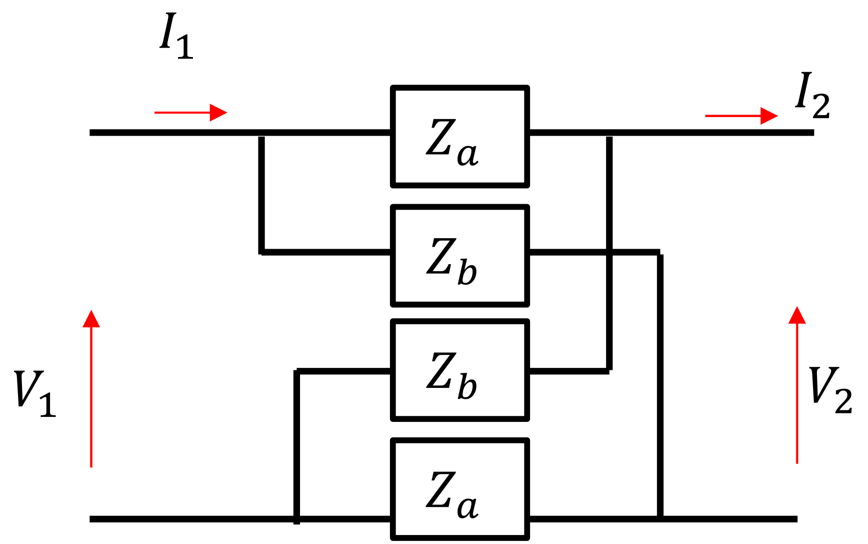
2ポート回路
伝送行列

- $\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}$:2次側開放($I_2 = 0$)における1次側から2次側への電圧伝達関数($= g_{21}$)
- $\frac{1}{B} = \left.\frac{-I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$:2次側短絡($V_2 = 0$)における1次側から2次側への伝達アドミタンス($= -y_{21}$)
- $\frac{1}{C} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$:2次側開放($I_2 = 0$)における1次側から2次側への伝達インピーダンス($= z_{21}$)
- $\frac{1}{D} = \left.\frac{-I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$: 2次側短絡($V_2 = 0$)における1次側から2次側への電流伝達関数($= -h_{21}$)

A,B,C,Dの逆数を求めるのがミソ

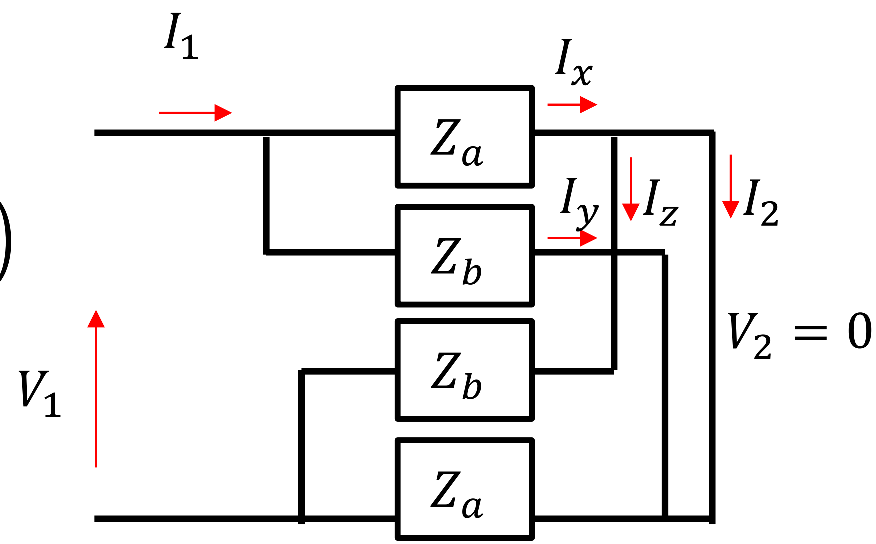
2ポート回路
伝送行列例題

- $$\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{\frac{Z_b}{Z_a+Z_b}V_1 - \frac{Z_a}{Z_a+Z_b}V_1}{V_1} = \frac{Z_b - Z_a}{Z_a + Z_b}$$
- $$\frac{1}{B} = \left.\frac{-I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{Z_a} - \frac{1}{Z_b}\right\} = \frac{Z_b - Z_a}{2Z_aZ_b}$$
- $$\frac{1}{C} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{\frac{Z_b}{Z_a+Z_b}V_1 - \frac{Z_a}{Z_a+Z_b}V_1}{I_1}$$
  $$= \frac{\frac{Z_b}{Z_a+Z_b}\frac{Z_a+Z_b}{2}I_1 - \frac{Z_a}{Z_a+Z_b}\frac{Z_a+Z_b}{2}I_1}{I_1} = \frac{Z_b - Z_a}{2}$$
- $$\frac{1}{D} = \left.\frac{-I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{Z_b}{Z_a+Z_b} - \frac{Z_a}{Z_a+Z_b} = \frac{Z_b - Z_a}{Z_a + Z_b}$$



2ポート回路
伝送行列例題

- 2次側短絡($V_2 = 0$)における2次側電流I_2
  - $I_x + I_y = I_1, Z_a I_x = Z_b I_y, I_y = \frac{Z_a}{Z_b} I_x, I_x + \frac{Z_a}{Z_b} I_x = I_1, I_x = \frac{Z_b}{Z_a+Z_b} I_1$
  - $Z_b I_z = Z_a\left(I_y + I_2\right), I_z + I_2 = I_x$
  - $I_y = I_1 - I_x = I_1 - \frac{Z_b}{Z_a+Z_b} I_1 = \frac{Z_a}{Z_a+Z_b} I_1$
  - $I_z = I_x - I_2 = \frac{Z_b}{Z_a+Z_b} I_1 - I_2$
  - $Z_b\left(\frac{Z_b}{Z_a+Z_b} I_1 - I_2\right) = Z_a\left(\frac{Z_a}{Z_a+Z_b} I_1 + I_2\right)$
  - $\frac{{Z_b}^2 - {Z_a}^2}{Z_a+Z_b} I_1 = (Z_a + Z_b) I_2$
  - $I_2 = \frac{Z_b - Z_a}{Z_a+Z_b} I_1$
  - $V_1 = (Z_a \backslash\backslash Z_b) I_1 + (Z_b \backslash\backslash Z_a) I_1$
    $= 2(Z_a \backslash\backslash Z_b) I_1 = \frac{2 Z_a Z_b}{Z_a + Z_b} I_1$



2ポート回路
伝送行列例題

- $V_1 = sL_1 I_1 - sMI_2$
- $V_2 = -sL_2 I_2 + sMI_1$
- V_1, I_1をV_2, I_2で表す
    - $I_1 = \frac{1}{sM}(V_2 + sL_2 I_2)$
    - $$\begin{aligned} V_1 &= sL_1 \frac{1}{sM}(V_2 + sL_2 I_2) - sMI_2 \\ &= \frac{L_1}{M} V_2 + \left(\frac{sL_1 L_2}{M} - sM\right) I_2 \end{aligned}$$
    - $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{M} & \frac{sL_1 L_2}{M} - sM \\ \frac{1}{sM} & \frac{L_2}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$

結合インダクタ(トランス)