

電力システム解析論

第1回 送電線路のモデル 抵抗

2022年10月4日

電力系統の構成

- 発電機(発電所)
- 負荷
- 変圧器(変電所)
- 送電線(送電・配電)
 - 架空線
 - ケーブル
 - 地中
 - 海底
 - ガス管路

送電線

- 要素
 - 抵抗
 - インダクタンス
 - キャパシタンス
 - コンダクタンス
- 材料の変化
 - 銅→アルミニウム
 - コスト
 - 重量
 - 同抵抗で断面積大
 - 導電率:
硬銅97.3%, Al61%
 - 撚りにより1~2%増
 - 導体表面での電界強度低くなる
 - コロナ放電がおきにくい

送電線の直流抵抗

- 直流抵抗

- $R_0 = \frac{\rho l}{A} [\Omega]$

- ρ : 導体の抵抗率, l : 導体長, A : 導体断面積

- 交流抵抗は異なる

- 表皮効果, 近接効果

- 温度特性

- $\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$

- R_1, R_2 : 温度 t_1, t_2 の導体抵抗, T : 温度

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 線形・等方・均質な金属導体
 - ε :誘電率
 - μ :透磁率
 - σ :導電率
- Maxwellの方程式
 - $\nabla \times \dot{E} = -j\omega\mu\dot{H}$
 - $\nabla \times \dot{H} = \dot{J} + j\omega\varepsilon\dot{E} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\dot{E} \cong \sigma\dot{E}$
 - $\dot{J} = \sigma\dot{E}$:オームの法則
 - 金属導体では $\sigma \gg \omega\varepsilon$ とできる。

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 仮定

- x, y 平面で一様な電磁界

- $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$

- 電界は x 方向成分 \dot{E}_x のみ

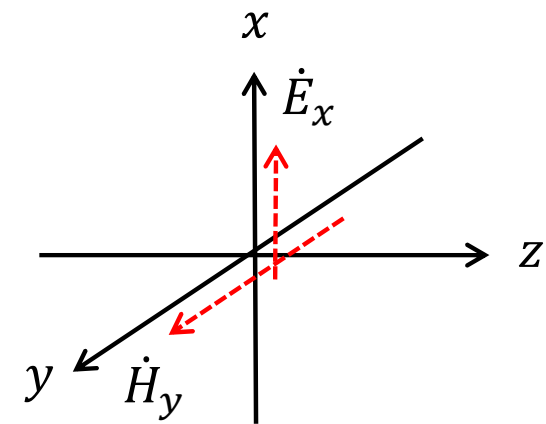
- $\dot{E}_y = \dot{E}_z = 0$

- 磁界は y 方向成分 \dot{H}_y のみとなる

- $\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{i}_y \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z}$

- $\text{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}$

- $$= \mathbf{i}_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{i}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{i}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$



送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $$\begin{cases} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -j\omega\mu\dot{H}_y \\ \frac{d\dot{H}_y}{dz} = -\sigma\dot{E}_x \end{cases} \rightarrow \text{もう一度}z\text{で微分}$$
$$\begin{cases} \frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} = -j\omega\mu\frac{d\dot{H}_y}{dz} = j\omega\mu\sigma\dot{E}_x = \gamma^2\dot{E}_x \\ \frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} = -\sigma\frac{d\dot{E}_x}{dz} = \gamma^2\dot{H}_y \end{cases}$$
 - ただし $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 微分方程式の解

- $$\begin{cases} \dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ \dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z} \end{cases}$$

- ただし A_1, A_2, B_1, B_2 は積分定数

- \dot{E}_x と \dot{H}_y は従属関係

- $$\begin{aligned} \dot{H}_y &= -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -\frac{1}{j\omega\mu} (-A_1\gamma e^{-\gamma z} + A_2\gamma e^{\gamma z}) \\ &= \frac{\gamma}{j\omega\mu} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) = \frac{1}{\eta} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) \end{aligned}$$

- ただし $\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$ より $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$ を用いて

- $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1 + j)$
 $= \frac{1}{\delta}(1 + j) = \alpha + j\beta$

- ただし $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

- また $\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\delta\sigma}(1 + j)$

表皮効果

- $\dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$
 $= A_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + A_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $\dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}$
 $= B_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + B_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $e^{-(\alpha + j\beta)z}$: 正のz方向に伝搬
- $e^{(\alpha + j\beta)z}$: 負のz方向に伝搬
- 正のz方向に進行する電磁界を考える

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 正のz方向に進行する電磁界を考える
 - 導体表面の電磁界
 - \dot{E}_S, \dot{H}_S
 - 導体中を+z方向に進行する電磁界
 - $\dot{E}_{x+} = \dot{E}_S e^{-\gamma z} = \dot{E}_S e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
 - $\dot{H}_{y+} = \dot{H}_S e^{-\gamma z} = \dot{H}_S e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
 - z = δ で \dot{E}_{x+} と \dot{H}_{y+} の振幅は $\frac{1}{e}$ となる
 - δ : 表皮深さ

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 導体中をx方向に流れる電流密度

- オームの法則

- $$j_c = \sigma \dot{E}_{x+} = \sigma \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}} = j_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$$

- ただし $j_s = \sigma \dot{E}_s$

- $\delta = z$ で \dot{E}_{x+} と \dot{H}_{y+} の振幅は $\frac{1}{e}$ となる

表深さの計算例

周波数	表皮深さ (mm)	
	銅(5.82×10^7 S/m)	アルミニウム (3.55×10^7 S/m)
100Hz	6.6	8.4
1kHz	2.1	2.7
10kHz	0.66	0.84
100kHz	0.209	0.27
1MHz	0.066	0.084
10MHz	0.021	0.027
100MHz	0.0066	0.0084
1GHz	0.0021	0.0027

比透磁率 1

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$