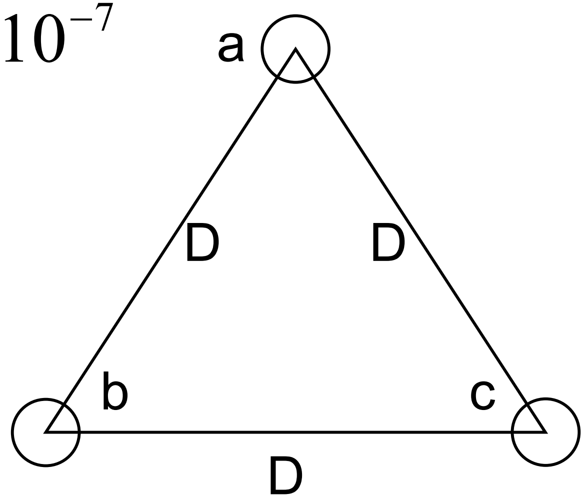
電力システム解析論

第4回　送電線路のインダクタンス3
キャパシタンス1
2022年11月15日

三相送電線のインダクタンス
等間隔配置

- a相の鎖交磁束ψa(WbT/m)　　Ds:GMR

$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$



- 三相交流(3線式)
  - 電流条件　$I_a + I_b + I_c = 0$

$$I_a = -\left(I_b + I_c \right)$$

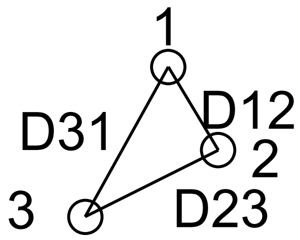
- a相のインダクタンスLa(H/m)

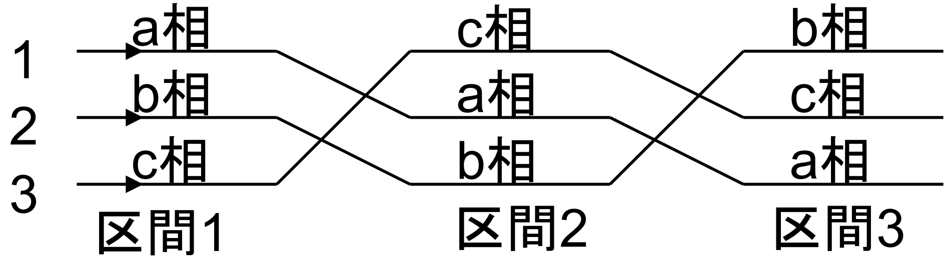
$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合，不等間隔配置となる





  - a相の鎖交磁束
    - 区間1 $\psi_{a1} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
    - 区間2 $\psi_{a2} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
    - 区間3 $\psi_{a3} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right) \times \frac{2\times10^{-7}}{3}$$

- 三相交流 $I_a = -\left(I_b + I_c\right)$

$$\psi_a = \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right) \times \frac{2\times10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2\times10^{-7}$$

GMD $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

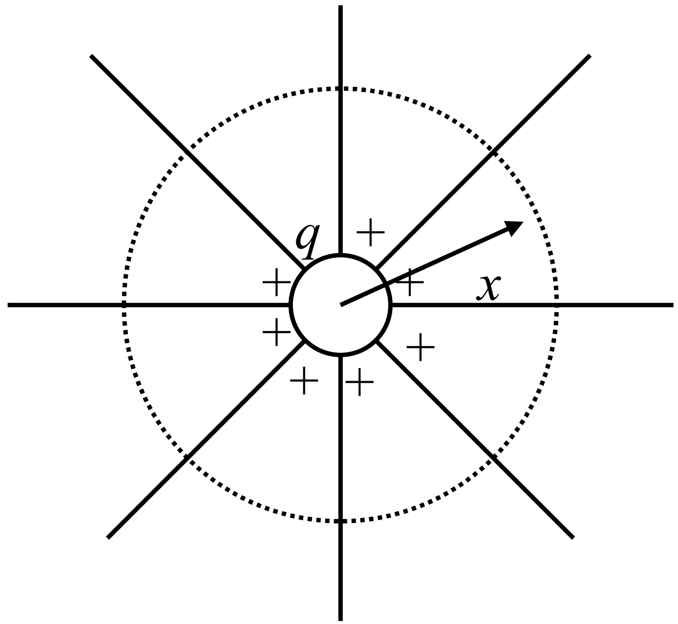
送電線路の静電容量
円柱導体の電界

- 一様媒体中の充分に長い真直ぐな円柱導体
  - 導体上に電荷が一様分布
  - 電束は放射状に伸びる
  - 円柱表面上の電位は同じ
  - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離xの位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

  - q:導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \varepsilon} \quad V/m$$

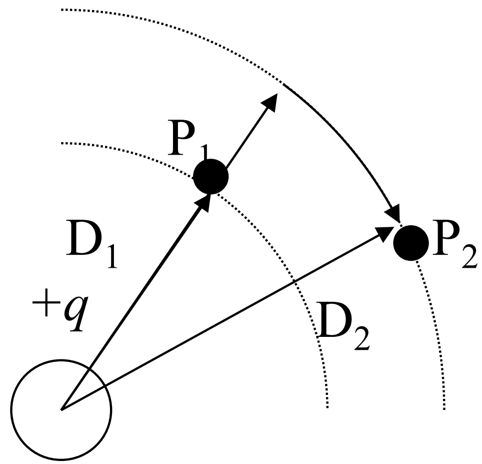


真空の誘電率ε_0=8.85x10^{-12}F/m

ε:誘電率

送電線路の静電容量
電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷q C/mを持つ円柱導体
- 点P1,P2は各々導体の中心からD1,D2離れている
- P1,P2間の電位差



$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} e dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon} dx$$

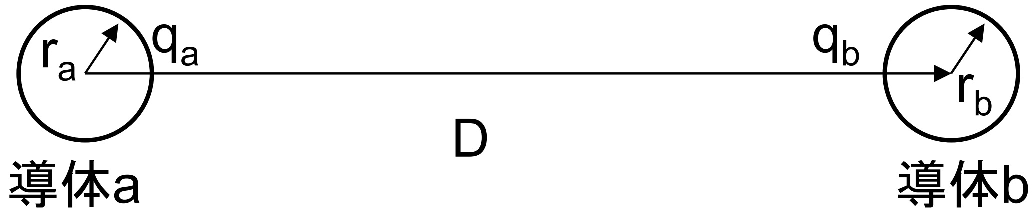
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \left[\log_e x \right]_{D_1}^{D_2}$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
  - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差
  - 導体a上の電荷qaによる電圧降下 $V_a = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a} \quad V$
  - 導体b上の電荷qbによる電圧降下 $V_b = \frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D} \quad V$
  - 重ね合わせ

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D} \quad V$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合 $q_a = -q_b$

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r_a} - \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{r_b}{D} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D^2}{r_a r_b} \quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{q_a}{\dfrac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\dfrac{D^2}{r_a r_b}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e\dfrac{D^2}{r_a r_b}} \quad F/m$$

- 導体径が等しい場合 $r_a = r_b = r$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e\dfrac{D^2}{r^2}} = \frac{2\pi\varepsilon}{2\log_e\dfrac{D}{r}} = \frac{\pi\varepsilon}{\log_e\dfrac{D}{r}} \quad F/m$$

送電線路の静電容量
二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \dfrac{D}{r}} \quad F/m$$

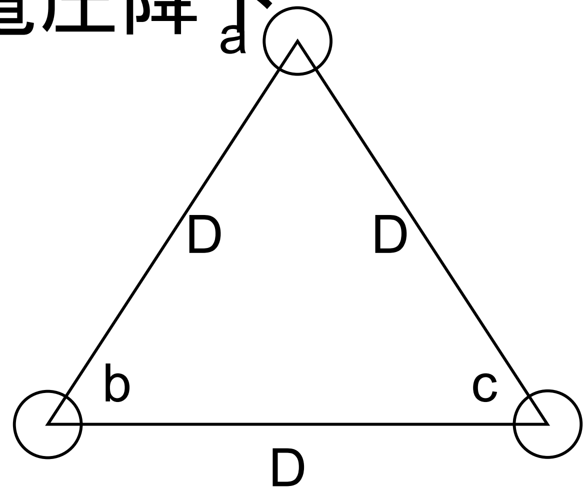
- 周波数fにおけるリアクタンス(比誘電率ε_r=1)

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 導体半径r，導体間距離D
- 導体a,b上の電荷q_a,q_bによるab間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D}\right) \quad V$$



- 導体c上の電荷q_cによる電圧降下

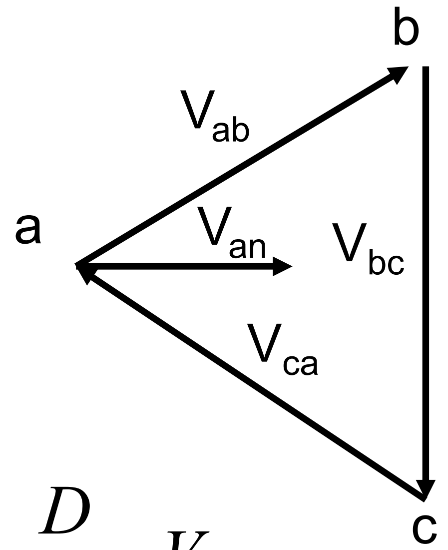
$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\varepsilon}\log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるab間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D}\right) \quad V$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧



$$V_{ab}=\sqrt{3}V_{an}e^{j\frac{\pi}{6}}=\sqrt{3}V_{an}(0.866+j0.5)$$

$$V_{ac}=-V_{ca}=\sqrt{3}V_{an}e^{-j\frac{\pi}{6}}=\sqrt{3}V_{an}(0.866-j0.5)$$

$$V_{ab}+V_{ac}=3V_{an}\qquad V_{an}=\frac{V_{ab}+V_{ac}}{3}=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\log_e\frac{D}{r}\quad V$$

- 中性点に対する静電容量

導出は次ページ

$$C_{an}=\frac{q_a}{V_{an}}=\frac{2\pi\varepsilon}{\log_e\frac{D}{r}}\quad F/m$$

送電線路の静電容量
等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + \left[q_b + q_c \right] \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 三相交流

$$q_a = -q_b - q_c$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\varepsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

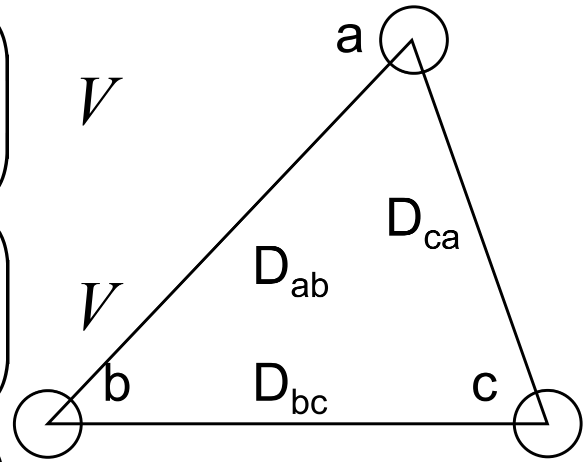
送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 導体半径r，導体間距離D_{ab},D_{bc},D_{ca}
- 導体a,b,c上の電荷q_a,q_b,q_cによる電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \right) \quad V$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{bc}} \right) \quad V$$

$$V_{ca} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \right) \quad V$$



送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
  - 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab}=\frac{1}{3}\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\begin{array}{l} q_a\log_e\dfrac{D_{ab}}{r}+q_b\log_e\dfrac{r}{D_{ab}}+q_c\log_e\dfrac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ +q_c\log_e\dfrac{D_{ca}}{D_{ab}}+q_a\log_e\dfrac{D_{bc}}{r}+q_b\log_e\dfrac{r}{D_{bc}} \\ +q_b\log_e\dfrac{r}{D_{ca}}+q_c\log_e\dfrac{D_{ab}}{D_{bc}}+q_a\log_e\dfrac{D_{ca}}{r} \end{array}\right)\quad V$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}D_{ca}D_{ab}}{D_{ca}D_{ab}D_{bc}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right) \quad V$$

  - 中性点に対する相電圧

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right) + \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_b \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

送電線路の静電容量
非対称配置された三相線路

- 三相交流の条件 $q_a + q_b + q_c = 0$

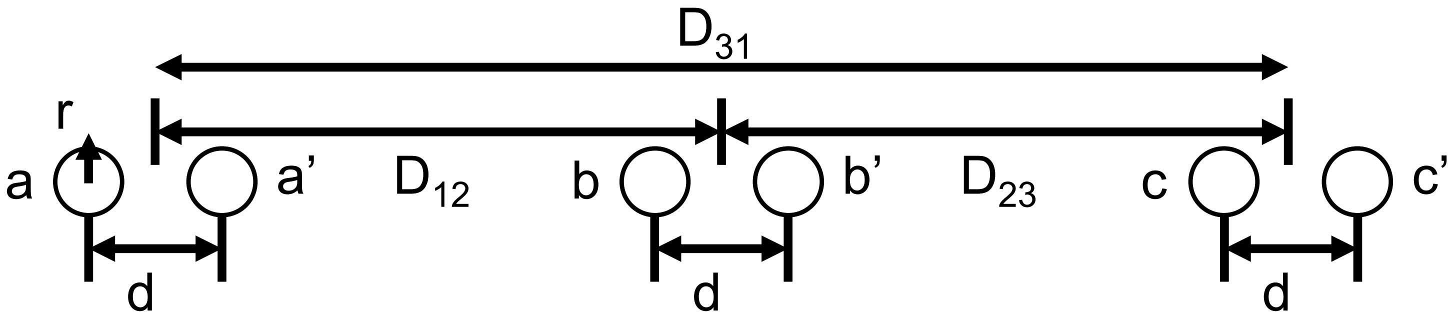
$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c]\log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}}\right)$$

$$= \frac{3}{2\pi\varepsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

- 静電容量 $C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r}}$

送電線路の静電容量
多導体送電線



- 二導体の三相回路
  - $D_{12} >> d$
    - $D_{12} \pm d/2 \fallingdotseq D_{12}$

A相の電荷をq_aとし,
導体a,a'に各々$q_a/2$の電荷を持つ

送電線路の静電容量
多導体送電線

- 相間電圧ab

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\begin{array}{l}\frac{q_a}{2}\left[\log_e \frac{D_{12}}{r} + \log_e \frac{D_{12}}{d}\right] \\ + \frac{q_b}{2}\left[\log_e \frac{r}{D_{12}} + \log_e \frac{d}{D_{12}}\right] + \frac{q_c}{2}\left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} + \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}}\right]\end{array}\right) \quad V$$

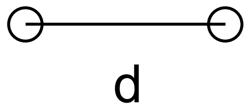
$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \log_e \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}}\right)$$

- 撚架した場合の対地静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}}$

送電線路の静電容量
多導体送電線

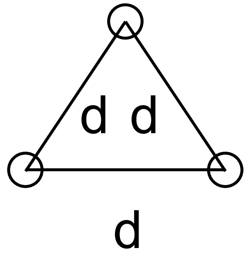
$$C_n = \frac{2\pi k}{\log_e \dfrac{D_{eq}}{D_{sC}^b}}$$

- インダクタンス導出時のGMRと同様に
  - 二導体 GMR



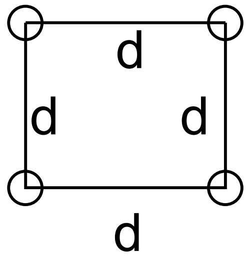
$$D_{sC}^b = \sqrt[4]{(rd)^2} = \sqrt{rd}$$

  - 三導体GMR



$$D_{sC}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$

  - 四導体GMR



$$D_{sC}^b = \sqrt[16]{\left(r\sqrt{2}ddd\right)^4} \cong 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$