エネルギーシステム・要素論第五回 一次電池・二次電池

2023年6月30日

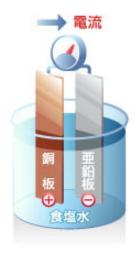
電池の歴史



肖像 wikipediaより

Alessandro Volta 1745年2月18日 - 1827年3月5日

Sanyo HPより



• ボルタの電池

- 1800年頃発明
- ・オリジナル
 - 銀, 錫, 食塩水
- 一般には銅と亜鉛
- ・ 乾電池の発明
 - 1885年 屋井先蔵 (日本人)
 - ・ 松下幸之助が発展させる

おもな一次電池の種類

- マンガン乾電池
 - 正極 二酸化マンガン
 - 負極 亜鉛
 - 電解液 塩化亜鉛
 - 電圧 1.5V
- アルカリマンガン乾電池
 - ・ 正極 二酸化マンガンと黒鉛粉末
 - 負極 亜鉛、水酸化カリウム
 - 電解液 塩化亜鉛
 - 電圧 1.5V
- オキシライド乾電池(製造中止)
 - 正極 オキシ水酸化ニッケル, 二酸化 マンガン, 黒鉛
 - 負極 <u></u> 亜鉛
 - 電圧 1.5V(1.7V)
- ・ 酸化銀電池(ボタン電池)
 - 正極 酸化銀
 - ・ 負極 ゲル化亜鉛
 - 電解液 水酸化カリウムor水酸化ナトリウム
- ・ 水銀電池(昔のボタン電池)
 - 正極 酸化水銀
 - 負極 亜鉛
 - ・ 電解液 水酸化カリウム+酸化亜鉛

- EVOLTA(アルカリ電池扱い)
 - 正極 オキシ水酸化チタン, 二酸化マンガン, 黒鉛
 - 負極 亜鉛
 - 電圧 1.5V(1.6V)
- その他
 - ニッケル系ー次電池
 - ・ ニッケル水素電池とアルカリ電池の合成
 - ・ 正極 オキシ水酸化ニッケル
 - 負極 亜鉛
 - ・ 電解液 水酸化カリウム
 - 空気亜鉛電池(補聴器用)
 - 正極 酸素
 - 負極 亜鉛
 - 電解液 アルカリ金属水酸化物or水酸化カリウム
 - リチウム電池(メモリーバックアップ用)
 - 正極 二酸化マンガン他
 - 負極 金属リチウム
 - ・ 電解液 有機溶媒+リチウム塩
 - 海水電池
 - 正極 酸化鉛or酸化銀
 - 負極 マグネシウム
 - 電解液 海水

主な二次電池の種類

- 一般型
 - 鉛蓄電池
 - リチウムイオン二次電池
 - リチウムイオンポリマー二次 電池
 - ニッケル・水素蓄電池
 - ニッケル・カドミウム蓄電池
 - ニッケル・鉄蓄電池
 - ・ ニッケル・亜鉛蓄電池
 - 酸化銀•亜鉛蓄電池
- 液循環型
 - ・ レドックス・フロー電池
 - 亜鉛•塩素電池
 - 亜鉛・臭素電池

- ・ メカニカルチャージ型(負極 取換式)
 - ・ アルミニウム・空気電池
 - 空気•亜鉛電池
 - 空気・鉄電池
- 高温動作型
 - ・ ナトリウム・硫黄電池
 - ・ リチウム・硫化鉄電池
 - ・ ゼブラ電池
 - (名称:ゼオライト電池研究ア フリカプロジェクトに由来)
 - ナトリウム塩化ニッケル (Na/NiCl₂)電池
 - 深い放電サイクルに強い

鉛蓄電池

- · 正極 二酸化鉛
- · 負極 鉛
- 電解液 希硫酸
- · 電圧 2V

- 安価
- 重い
- 大電流放電可能
- メモリー効果無し
- ・ サルフェーション(負極板表面に硫酸鉛結晶が発生)

放電 →

反応 ← 充電

正極 $PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \Leftrightarrow PbSO_4 + 2H_2O$ 負極 $Pb + SO_4^{2-} \Leftrightarrow PbSO_4 + 2e^-$

ニッケル水素二次電池 (NiMH: Nickel metal hydride)

- 正極 水酸化ニッケル
- 負極 水素吸蔵合金
- ・ 電解液 水酸化カリウム水溶液
- 電圧1.2V

反応

- 用途
 - ・ ハイブリッド自動車
 - ・ 電池の安全性
 - ・ トヨタ, ホンダ
 - ・デジカメ
 - ・おもちゃ
 - ラジコン

放電 →

← 充電

正極 NiOOH + H₂O + e⁻ ⇔ Ni(OH)₂ + OH⁻ 負極 MH + OH⁻ ⇔ M + H₂O + e⁻ 詳しくは次々頁

M:水素吸蔵合金, MH:金属水素化物

ニッケル水素二次電池 (NiMH: Nickel metal hydride)

- NiCd電池との比較
 - ・ ニカド電池より容量密度が高い
 - カドミウムを含まない
 - 自然放電が多い
 - メモリ効果
 - ・過充電に弱い
- ・リチウム電池との比較
 - ・大電流時放電特性に優れる
 - 単純な回路で充放電が可能
 - 安全性

二ツケル水素二次電池

- 反応(放電)
 - · Ni負極 主反応
 - NiOOH + H_2O + $e^- \rightarrow Ni(OH)_2 + OH^-$
 - Ni負極 副反応
 - $0.5O_2 + H_20 + 2e^- \rightarrow 2OH^-$
 - MH陽極 主反応
 - MH + OH $^{-} \rightarrow H_{2}0 + e^{-} + M$
 - MH陽極 副反応
 - $2OH^{-} \rightarrow 0.5O_{2} + H_{2}O + 2e^{-}$

- Butler-Volmer 反応速度式(5種の物質の濃度)
 - ・ 4次の反応(Z=1,2,3,4)に対する電荷移動電流密度式

$$J_z = J_{z,0} \left[\prod_i \left(\frac{c_i}{c_{i,ref}} \right)^{\kappa_i} e^{\alpha_{a,z} K \eta_z} - \prod_j \left(\frac{c_j}{c_{j,ref}} \right)^{\kappa_j} e^{-\alpha_{c,z} K \eta_z} \right]$$

- J_{z,0}:基準濃度における電流密度(正が酸化)
- α_{a,0},α_{c,0}:アノード, カソードの移動係数
- ・ η₂:電荷移動反応をつかさどる表面過電圧
- K=F/(Rv_b):F:ファラデー定数, v_b:セル温度, R:気体定数
- c: 物質の濃度(refは基準濃度)
- k: モル定数

• 簡略化

- 電解液中のOH-の濃度変化、Ni(OH)。に対するNiOOH濃度を無視

$$J_{1}(t) = J_{1,0} \left\{ \left(\frac{c_{n}(t)}{c_{n,ref}} \right) \left(\frac{c_{e}}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5K\eta_{1}(t)} - \left(\frac{c_{n,\max} - c_{n}(t)}{c_{n,\max} - c_{n,ref}} \right) e^{-0.5K\eta_{1}(t)} \right\}$$

$$J_{2}(t) = J_{2,0} \left\{ \left(\frac{c_{e}}{c_{e,ref}} \right)^{2} e^{K\eta_{2}(t)} - \left(\frac{p_{o}(t)}{p_{o,ref}} \right)^{0.5} e^{-K\eta_{2}(t)} \right\}$$

$$J_{3}(t) = J_{3,0} \left\{ \left(\frac{c_{m}(t)}{c_{m,ref}} \right)^{\mu} \left(\frac{c_{e}}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5K\eta_{3}(t)} - e^{-0.5K\eta_{3}(t)} \right\}$$

- C_n(t):Ni(OH)₂濃度
- C_e: OH-濃度(KOH電解質)
- C_m(t):MH中の水素濃度
- µ:化学反応係数
- p_o(t):酸素分圧

$$J_4(t) = -J_{4,0} \left(\frac{p_o(t)}{p_{o,ref}} \right)$$

• 表面過電圧

$$\eta_1(t) = \Delta \Phi_{pos}(t) - \phi_1(t)$$

$$\eta_2(t) = \Delta \Phi_{pos}(t) - \phi_2(t)$$

$$\eta_3(t) = \Delta \Phi_{neg}(t) - \phi_3(t)$$

- ΔΦ_{pos}(t), ΔΦ_{neg}(t): 固体 · 液体界面電位差
- Φ₁(t), Φ₂(t), Φ₃(t):基準状態における平衡電位
- 電極における電荷平衡条件

$$I_2(t) = S_{pos}[J_1(t) + J_2(t)]$$

 $I_2(t) = -S_{neg}[J_3(t) + J_4(t)]$

• S_{pos}, S_{neg}:陽極, 負極の電極面積

Niの質量バランス

$$\frac{d}{dt}c_n(t) = -\frac{J_1(t)}{l_{y,pos}F}$$

- I_{y,pos}:Niの実効厚
- MHの質量バランス電極における電荷平衡条件

$$\frac{d}{dt}c_m(t) = -\frac{J_3(t)}{l_{v,neg}F}$$

- I_{y,neg}:MHの実効厚 酸素の質量バランス

$$\frac{d}{dt} p_o(t) = -\frac{R v_b}{V_{gas}} \frac{S_{pos} J_2(t) + S_{neg} J_4(t)}{F}$$

- V_{gas}:気体の体積
- 充電状態

$$q(t) = 1 - \frac{C_n(t)}{C_{n \text{ max}}}$$

電池の熱モデル

- 電池温度v_bは効率, 寿命, 容量に影響する
- 構成
 - 熱容量C_{t,b}
 - 熱源
 - 内部抵抗損失
 - 寄生反応(クーロン効率に関係)
- ・ 熱平衡の式

$$\frac{d}{dt}v_{b}(t) = \frac{q_{in}(t) - q_{out}(t)}{C_{t,b}} \qquad q_{in}(t) = R_{i}I_{2}(t)^{2} \qquad q_{out}(t) = \frac{v_{b}(t) - v_{air}(t)}{R_{th}}$$
於却風量

- m_a:冷却風量
- c_{p,a},v_a:比熱および入り口温度
- R_{th}:等価熱抵抗(伝導s/kA,対流1/hA,s:厚さ, h:対流熱伝達係数,k:熱伝導度)

リチウムイオン二次電池

- 構成(様々あるので下記は例)
 - 負極 炭素等
 - 正極 リチウム遷移金属 酸化物
 - 電解質 有機溶媒(炭酸エチレン,炭酸ジエチル)+リチウム 塩(六フッ化リン酸リチウム)
- ・ 高い電圧
 - 高いエネルギー密度
 - 短絡時には急過熱,発火
 - 保護回路必要
- メモリー効果小さい
 - ・ 継ぎ足し充電
- デンドライトが析出しない
- 満充電状態保存で電池が劣化

- 充放電制御が必要
 - 過充電
 - 負極側に金属リチウム析出
 - 正極の酸化状態が高まって危険な状態になる
 - 過放電
 - ・ 正極のコバルト溶出
 - 負極の集電体の銅溶出
- 1990年旭化成, ソニーが実用化
- 1998年リチウムイオンポリマー 電池(ゲル状ポリマー電解質)
- 日本メーカーのシェアが高い
 - 最近は中韓にやられてる
- 小容量機器から大容量機器へ

リチウムイオン二次電池

反応

コバルト酸リチウム正極(約160mAh/g)

正極 LiCoO₂

 \Leftrightarrow xLi⁺+Li_{1-x}CoO₂+xe⁻

負極 6xC+xLi+xe-

 \Leftrightarrow xC₆Li

全体 LiCoO2+6xC

 \Leftrightarrow

 $Li_{1-x}CoO_2 + xC_6Li$

マンガン酸リチウム正極(約130mAh/g)

正極 LiMn₂O₄

 \Leftrightarrow

 $xLi^++Li_{1-x}Mn_2O_4+xe^-$

負極 6xC+xLi+xe-

 \Leftrightarrow

 xC_6Li

全体 LiMn₂O₄+6xC

 \Leftrightarrow

 $Li_{1-x}Mn_2O_4 + xC_6Li$

全固体電池

- 電解質 液体→固体
 - 液漏れが無いので構造や形状が自由
 - ・薄型などが可能
 - 薄い層を重ねて小型・大容量化が可能
 - ・ 頑丈。変質しにくいため寿命が長くて熱や環境変化に強い
 - ・ 多層化により高速充放電が可能

全固体電池

- ・形状による分類
 - バルク型(箱型)
 - 利点:大容量・ハイパワー
 - ・ 欠点: サイズが大きく形状に制約がある
 - 薄膜型
 - 利点: 小型で柔軟、高耐久 長寿命
 - 欠点: 容量とパワーが限られる

全固体電池

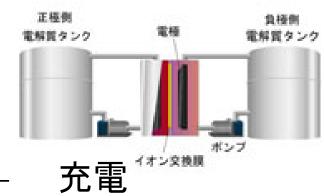
- ・電解質による分類
 - 酸化物系(セラミック系)
 - 利点:安全性が高く高耐久、構造の自由度が高い
 - ・ 欠点: 容量少。素材の選択肢が限れられる
 - 硫化物系
 - ・利点:大容量ハイパワー。製造方法が豊富で素材の 選択肢が多い
 - 欠点:可燃性・毒性、技術的な課題が多い
 - ・ポリマー系(高分子化合物)
 - 利点: 生産性が極めて高く、弾力性, 高耐久。
 - ・ 欠点:容量少。安全性劣る。

レドックスフロー電池

- 反応部と貯蔵部が分離
 - 出力と容量を別個に設計可能
 - 電解質をポンプで循環する必要あり
- 構成
 - 正極 カーボン
 - 負極 カーボン
 - ・ 電解質 硫酸バナジウム水溶液
 - 他 イオン交換膜, セパレータ
- 住友電工・関西電力
 - 中止
 - 海外で再注目されつつある

バナジウム系レドックスフロー電池

- ・ 出力電圧が鉄-クロム系に比べ て高い
- 電極反応が早い
- 電解質が混合しても問題ない



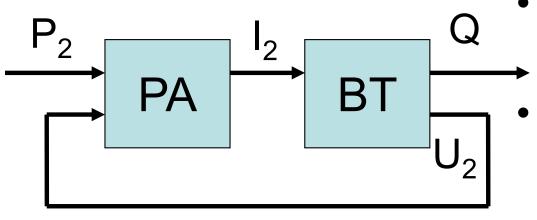
ナトリウム・硫黄電池

- 負極 ナトリウム
- 正極 硫黄
- 電解質 β-アルミナ
- ナトリウム・硫黄が溶融状態で動作
- β-アルミナ電解質のイオン 伝導性を高めるために高 温(約300~350℃)で運転

- ・ 鉛蓄電池に比べて体積・重 量が3分の1程度
- ヒーターによる加熱と放電時の発熱を用いて、作動温度域(300℃程度)に温度を維持
- ・ 日本ガイシと東京電力
- Na,S:消防法の危険物

BT:二次電池反応

PA:内部変数変換



- 入力変数
 - 端子出力電力P2(t)
 - 出力変数
 - 電池の電荷量Q(t)
 - 内部変数
 - 端子電圧U2(t)
 - 端子電流I2(t)

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

- ・電池の容量はAhで表す
 - ・ 定電流の充電・放電で評価
 - 定電流放電試験
 - 満充電時 開放端子電圧Uoc
 - 放電終了電圧まで定電流I2で放電 (例Uocの80%)
 - 放電時間tf
 - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = const \cdot I_2^{-n}$$

- n:ポイカート指数 1~1.5(鉛電池で1.35程度)
- ・ 電池の容量は充放電電流に依存する

- ・ 放電電流I2*に対する容量Q0*
 - 放電電流が異なると容量も変化する
 - 非線形性

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot const \cdot I_2^{*-n} = const \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = const \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{const \cdot I_2^{1-n}}{const \cdot I_2^{*1-n}} = \left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式
 - Kc:定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1) \left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{n-1}}$$

- ・ 電池の容量の表現
 - Cレート
 - 1Cレート
 - 電池の全容量を一時間で充放電する電流値
 - 自動車用では100Cレート(1/100時間で放電)で評価するのが 一般的
 - 電池容量Q0 (Ah)
 - 放電電流IO(A) $c(t) = \frac{I_2(t)}{I_0}$ $I_0 = \frac{Q_0}{1}$
 - C=1/xで表す
 - x(h)は電池を放電するのに要する時間

- 充電状態(SoC: State of charge):q(t)
 - ・ 定格電池容量Q0に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$$

- $q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$ ・ 電荷残量Qは通常測れない
 - 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t) = -I_2(t)$$

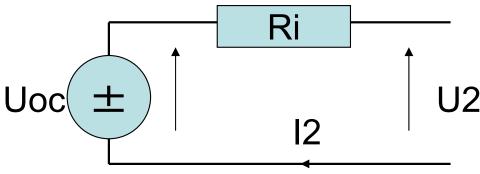
- 充電電流は全部充電電荷とはならない
 - 充電損失

$$\dot{Q}(t) = -\eta_c I_2(t)$$

ηc:クーロン効率

- ・ 電池の等価回路
 - 構成
 - 理想電圧源(開回路電圧)Uoc
 - 内部抵抗Ri
 - KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t)I_2(t) = U_2(t)$$



エネルギーシステム・要素論

- ・ 等価回路の開回路電圧
 - ・電池の開回路電圧Uoc
 - ・電池電荷q(t)の関数

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

- 平衡電位をあらわす
- k1,k2は電池の組成, セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
- 電圧源とコンデンサの直列回路ともとれる
- Nernst式でより厳密に表す
- 実用上は表参照方式

- ・ 等価回路の内部抵抗
 - ・ 電池の内部抵抗Ri

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

- ・オーム性抵抗Ro
 - 電解質・電極・端子間接続を直列した成分
- 電荷移動抵抗Rct
 - 電極反応における電荷移動に関する成分
- · 拡散·濃度抵抗Rd
 - ・ 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分
- ・欠点 電池電流に依存しないため、モデルの制約大
 - Tafel式を用いた非線形モデル

二次電池の準定常モデル9 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- ・ 電池の内部抵抗Ri
 - 充電状態qに応じて変化するモデル
 - 満充電q=1

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

・ 等価回路の端子電圧

$$U_{2}(t) = U_{oc}(t) - R_{i}(t)I_{2}(t)$$

$$= \kappa_{2}q(t) + \kappa_{1} - [\kappa_{4}q(t) + \kappa_{3}]I_{2}(t)$$

$$= \kappa_{1} - \kappa_{3}I_{2}(t) + [\kappa_{2} - \kappa_{4}I_{2}(t)]q(t)$$

- 満充電時開放電圧 $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
- 満充電時端子電圧の電圧降下分

$$[\kappa_3 + \kappa_4]I_2(t)$$

二次電池の準定常モデル9 等価回路の内部抵抗と出力電圧

• 充電状態qにおける端子電圧の電圧降下の増分

$$\begin{aligned} & \left[\left\{ \kappa_{1} + \kappa_{2} \right\} - \left\{ \kappa_{3} + \kappa_{4} \right\} I_{2}(t) \right] - \left\{ \kappa_{1} - \kappa_{3} I_{2}(t) + \left[\kappa_{2} - \kappa_{4} I_{2}(t) \right] q(t) \right\} \\ & = - \left[\kappa_{2} - \kappa_{4} I_{2}(t) \right] q(t) + \kappa_{2} - \kappa_{4} I_{2}(t) \\ & = \left[\kappa_{2} - \kappa_{4} I_{2}(t) \right] \left[1 - q(t) \right] \end{aligned}$$

二次電池の準定常モデル10 端子電圧の電力とSOCで表現

• 入力電力と端子電圧・電流の関係

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

• 端子電圧の内部変数の電流I2を消去

$$U_2(t) = \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)]q(t)$$

$$= \kappa_1 - \kappa_3 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + \left[\kappa_2 - \kappa_4 \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] q(t)$$

$$U_{2}(t)^{2} = \kappa_{1}U_{2}(t) - \kappa_{3}P_{2}(t) + \left[\kappa_{2}U_{2}(t) - \kappa_{4}P_{2}(t)\right]q(t)$$
$$U_{2}(t)^{2} - \left[\kappa_{1} + \kappa_{2}q(t)\right]U_{2}(t) + P_{2}(t)\left[\kappa_{3} + \kappa_{4}q(t)\right] = 0$$

$$U_{2}(t) = \frac{\kappa_{1} + \kappa_{2}q(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left[\kappa_{1} + \kappa_{2}q(t)\right]^{2}}{4} - P_{2}(t)\left[\kappa_{3} + \kappa_{4}q(t)\right]}$$

二次電池の準定常モデル11 端子電圧の入力電力表現

・ 入力電力と端子電圧・電流の関係

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

・ 等価回路のKVLから電流I2を消去

$$U_{2}(t) = U_{oc}(t) - R_{i}(t)I_{2}(t)$$

$$= U_{oc}(t) - R_{i}(t)\frac{P_{2}(t)}{U_{2}(t)}$$

簡略モデル

$$U_2(t)^2 - U_{oc}(t)U_2(t) + R_i(t)P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2} \pm \sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4} - P_2(t)R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル12端子電圧と入力電力の関係

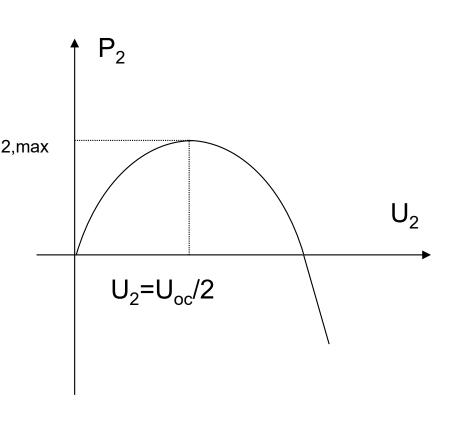
・ 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

出力電力は端子電圧の P_{2,max}二次関数

$$P_{2}(t) = \frac{-U_{2}(t)^{2} + U_{oc}(t)U_{2}(t)}{R_{i}(t)}$$



二次電池の準定常モデル13端子電圧と入力電力の関係

• 最大放電電力 $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2} \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$

• 極值条件

$$= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \qquad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$$

• 最大電力

$$P_{2,\max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^{2} + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_{i}(t)} = \frac{U_{oc}(t)^{2}}{4R_{i}(t)}$$

・この時の電圧,電流

$$U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$$

$$U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t)$$

$$I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$$

二次電池の準定常モデル14端子電圧と入力電力の関係

・ 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in \left(U_{2,\min}, U_{2,\max}\right)$$

$$U_{2,\min} > U_{2,P} \quad$$
 の場合

・制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\text{max}}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\text{min}} - U_{2,\text{min}}^{2}}{R_{i}(t)}$$

$$U_{2,\text{min}}(t) = U_{oc}(t) - R_{i}(t)I_{2,\text{max}}(t)$$

$$I_{2,\text{max}}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\text{min}}}{R_{i}(t)}$$

二次電池の準定常モデル15端子電圧と入力電力の関係

- ・制約条件下における最大充電電力・電流
 - 端子電圧 $U_2 > U_{oc}$
 - 最大電力は端子電圧上限で決まる
 - 放電異なり外部電圧の制限はない

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}^{2}}{R_{i}(t)}$$

• 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\text{max}}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\text{min}}(t)$$

$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$