エネルギーシステム・要素論
第6回　電池2
二次電池・EDLCのモデル化

2023年7月7日

質量エネルギー密度

- 質量エネルギー密度[Wh/kg]＝容量[Ah] × 平均作動電圧[V] / 質量[kg]
- SOCや内部抵抗、通電時のCレート、時間率により作動電圧が変化するため、メーカー既定の放電条件（25℃において1C放電時等）における作動電圧の平均値である平均作動電圧を使用することが一般的
- 厳密な質量エネルギー密度を算出しようとすると、容量を横軸、作動電圧を縦軸にとったグラフから図積分を用いて算出することが必要
- 質量エネルギー密度向上策
  ① 容量の改良→材料による正極、負極活物質の改良、電極を密に詰める
  ② 作動電圧の改良→材料による高電圧系電池材料の改良、内部抵抗の軽減
  ③ 質量の改良→材料による高容量密度材料化、構造設計による質量の低減

体積エネルギー密度

- 体積エネルギー密度[Wh/L]＝容量[Ah] × 平均作動電圧[V] / 体積[L]
- SOCや内部抵抗、通電時のCレート、時間率により作動電圧が変化するため、既定の放電条件（25℃において1C放電時等）における作動電圧の平均値である平均作動電圧を使用することが一般的
- 体積エネルギー密度向上策
  ① 容量　質量エネルギー密度と同じ
  ② 作動電圧　質量エネルギー密度と同じ
  ③ 体積の改良→材料による体積的な高容量密度材料の改良、外装材，端子周りの構造等構造設計
- 一般的に体積エネルギー密度の方が質量エネルギー密度より数値は大きくなる傾向にある

電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率
  - 完全充放電サイクルで定義
    - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
  - 動作に依存する
    - 定電流充放電　Peukert test
    - 定電力充放電　Ragone test

電池の充放電効率

- 定電流での放電時間
  - 充電電荷量Q0
  - 放電電流I2

$$t_f = Q_0 \big/ I_2$$

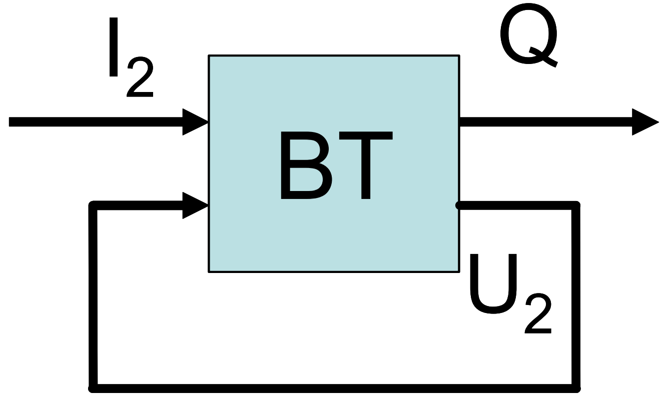
- エネルギーによる効率評価
  - 電池の開回路電圧Uoc
  - 内部抵抗Ri
  - 放電エネルギー $E_d = \int_0^{t_f} P_2(t)dt = t_f\left(U_{oc} - R_i I_2\right)I_2$
  - 充電エネルギー $\left|E_c\right| = \int_0^{t_f} \left|P_2(t)\right|dt = t_f\left(U_{oc} + R_i\left|I_2\right|\right)\left|I_2\right|$
  - 充放電効率 $\eta_b = \dfrac{E_d}{E_c} = \dfrac{t_f\left(U_{oc} - R_i I_2\right)I_2}{t_f\left(U_{oc} + R_i\left|I_2\right|\right)\left|I_2\right|} = \dfrac{U_{oc} - R_i\left|I_2\right|}{U_{oc} + R_i\left|I_2\right|}$

電池の充放電効率

- 局所効率
  - パワーによる効率評価

$$
\begin{aligned}
\eta_b &= \frac{P_{2,d}(t)}{\left|P_{2,c}(t)\right|} \\
&= \frac{\left\{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|}{\left\{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|\right\}\left|I_2(t)\right|} \\
&= \frac{U_{oc} - R_i\left|I_2(t)\right|}{U_{oc} + R_i\left|I_2(t)\right|}
\end{aligned}
$$

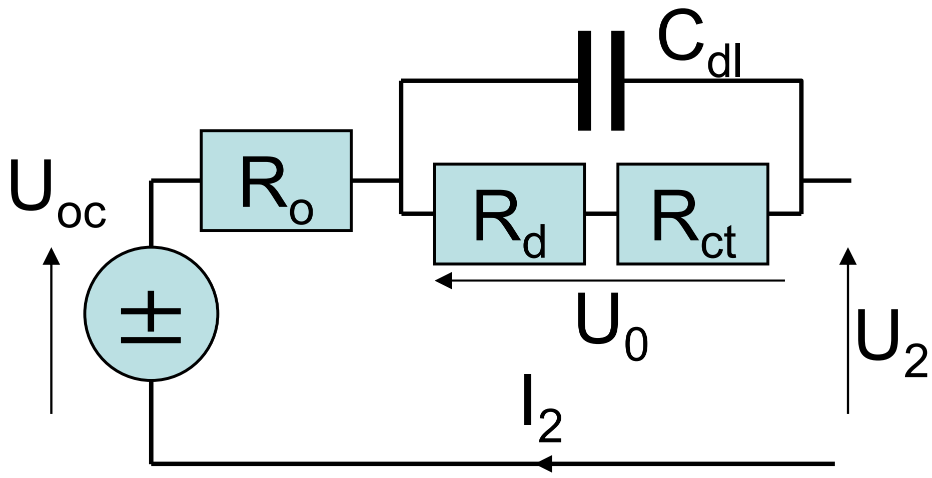
電池の動特性モデル



- 電池の過渡応答モデル
  - BT
- 入力変数
  - 端子電流I_2(t)
    - 正:放電
    - 負:充電
      ブロック線図の矢印とは異なることに注意
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧U_2(t)

電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 1

- 静特性モデルの発展版
  - 要素分離
    - U_{oc}:開回路電圧
    - U_o:非オーム性過電圧
    - R_o:オーム性電圧降下
    - U_o:過電圧・分極電圧(非オーム性)
      - 電荷移動
      - 表面過電圧
      - 拡散過電圧
    - 電極・電解質間の電荷蓄積・分離
      - C_{dl}:二重層容量の充放電
    - 化学反応による電荷移動電流
      - R_d:拡散抵抗
      - R_{ct}:電荷移動抵抗



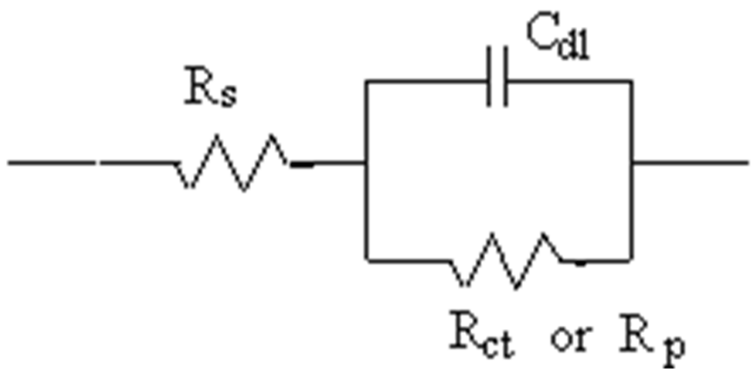
電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 2

- 等価回路のKVL, KCL
  - 定常状態の内部抵抗
    $R_i = R_o + R_{ct} + R_d$
  - KVL $\quad U_2(t) = U_{oc} - R_o I_2(t) - U_o(t)$
  - KCL

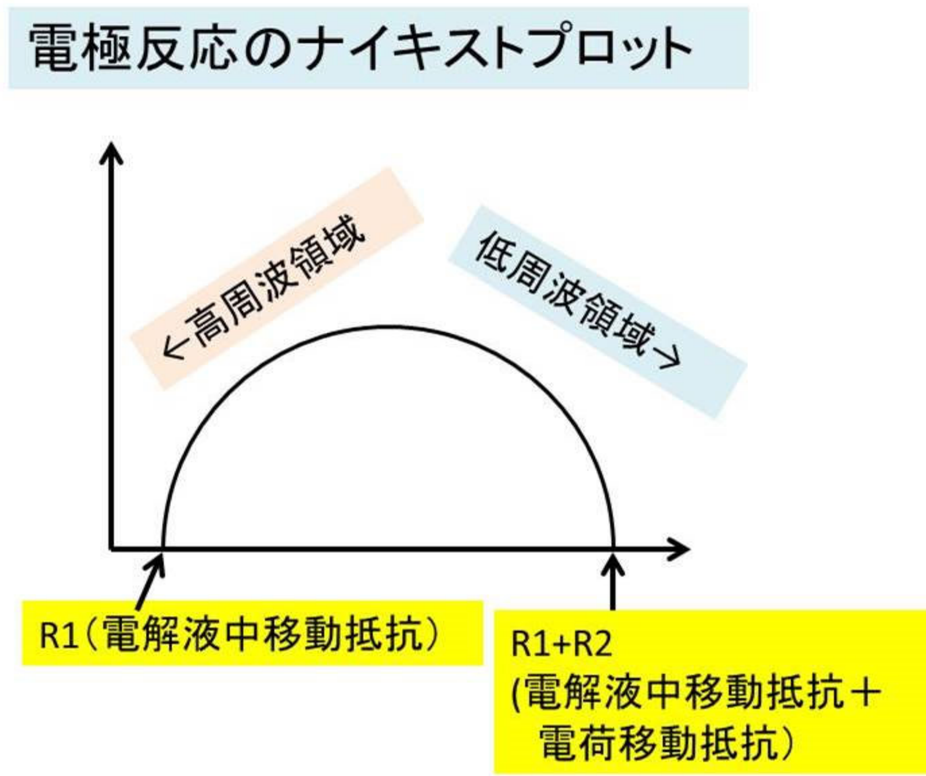
$$I_2(t) = C_{dl}\frac{dU_o(t)}{dt} + \frac{U_o(t)}{R_d + R_{ct}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_o(t)}{dt} = \frac{1}{C_{dl}}\left\{I_2(t) - \frac{U_o(t)}{R_d + R_{ct}}\right\}$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = I_2(t)$$

電池の動特性モデル①
Randles / Thevenin model 3



$R_s = R_1 = 20\ \Omega$ and $R_p = R_2 = 250\ \Omega$.
$C_{dl} = 40$ mF



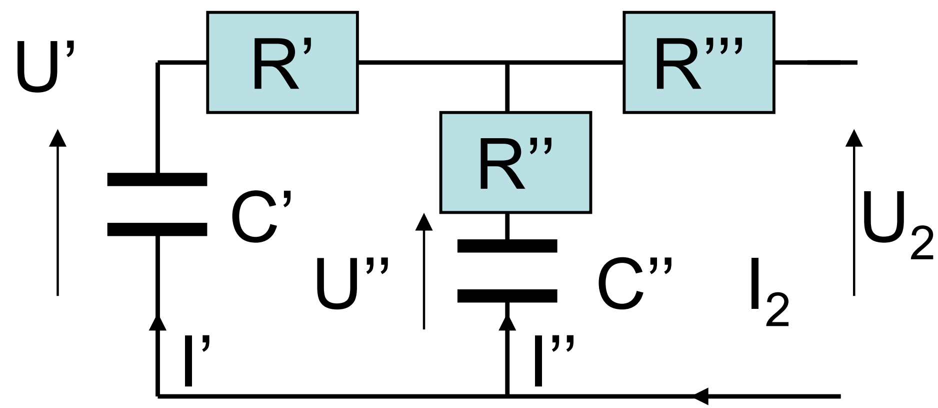
ナイキスト線図
(cole-cole plot)

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 1

- 回路方程式
  - KVL $U'(t) - R'I'(t) = U''(t) - R''I''(t) = U_2(t) + R'''I_2(t)$
  - KCL $I_2(t) = I'(t) + I''(t)$
  - 微分方程式

$$C'\frac{dU'(t)}{dt} = -I'(t)$$

$$C''\frac{dU''(t)}{dt} = -I''(t)$$



電池の動特性モデル②

Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 2

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - I’, I’’を消す

$$I_2(t) = I'(t) + I''(t) = -C'\frac{dU'(t)}{dt} - C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) + R'C'\frac{dU'(t)}{dt} = U''(t) + R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) - U''(t) = -R'C'\frac{dU'(t)}{dt} + R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

電池の動特性モデル②

Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 3

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - du’/dtを求める

$$R''I_2(t)+\left[U'(t)-U''(t)\right]=-R''C'\frac{dU'(t)}{dt}-R'C'\frac{dU'(t)}{dt}$$

$$=-\frac{dU'(t)}{dt}C'\left[R''+R'\right]$$

$$\frac{dU'(t)}{dt}=\frac{-R''I_2(t)-\left[U'(t)-U''(t)\right]}{C'\left[R''+R'\right]}$$

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 4

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - du’’/dtを求める

$$R'I_2(t)-\left[U'(t)-U''(t)\right]=-R'C''\frac{dU''(t)}{dt}-R''C''\frac{dU''(t)}{dt}$$

$$=-\frac{dU''(t)}{dt}C''\left[R'+R''\right]$$

$$\frac{dU''(t)}{dt}=\frac{-R'I_2(t)+\left[U'(t)-U''(t)\right]}{C''\left[R'+R''\right]}$$

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 5

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)
  - U_2出力変数の状態変数表示

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) - R''I''(t) - R'''I_2(t) \\
&= U''(t) - R''I''(t) - R'''\left[I'(t) + I''(t)\right] \\
&= U''(t) + R''C''\frac{dU''(t)}{dt} + R'''\left[C'\frac{dU'(t)}{dt} + C''\frac{dU''(t)}{dt}\right] \\
&= U''(t) + R'''C'\frac{dU'(t)}{dt} + \left[R'' + R'''\right]C''\frac{dU''(t)}{dt}
\end{aligned}
$$

電池の動特性モデル②
Johnson's model (ビヘイビアモデル) 6

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)
  - つづき

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + R'''C'\frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R'' + R']} \\
&\quad + [R'' + R''']C''\frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C''[R' + R'']} \\
&= U''(t) + R'''\frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{[R'' + R']} \\
&\quad + [R'' + R''']\frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{[R' + R'']}
\end{aligned}
$$

電池の動特性モデル②
Johnson’s model (ビヘイビアモデル) 7

- Johnson’s model(ビヘイビアモデル)

$$
\begin{aligned}
U_2(t) &= U''(t) + \frac{-R'''R'' - R'\left[R'' + R'''\right]}{R'' + R'} I_2(t) \\
&\quad + \frac{-R''' + R'' + R'''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R''' - \left[R'' + R'''\right]}{R'' + R'} U''(t) \\
&= \frac{-R'''\left[R'' + R'\right] - R'R''}{R'' + R'} I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t) \\
&= -\left[R''' + \frac{R'R''}{R'' + R'}\right] I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t)
\end{aligned}
$$

U_2の状態変数表示。U’,U’’は微分方程式の解，I_2は入力変数

電気二重層コンデンサ

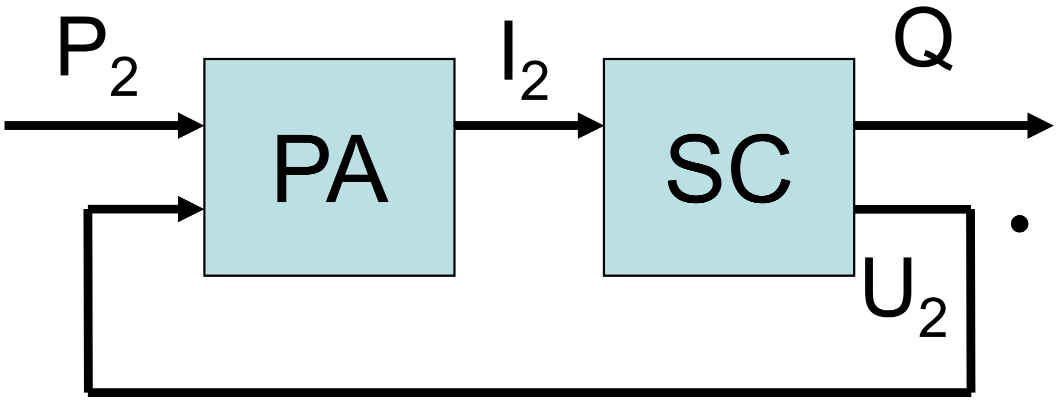
- 電気化学二重層の電界にエネルギーを貯蔵
- 出力電力密度
  - 電池より大
- エネルギー密度
  - 電池よりかなり小さい
- 用途
  - 小　メモリバックアップ
  - 大　登坂時のパワーアシスト，回生制動
  - 電池に対する負荷平準化

- 構造
  - 導体間にイオン伝導性電解質を挟んだ誘電体
  - 電極と電解質を隔てる層中で生じる電荷分離によりエネルギーをためる
  - 印加電圧は電解質の物理的性質により数V以下に限られる
  - 静電容量を増やし蓄積エネルギーを増加させる
    - 表面積拡大
    - 厚さ減少

電気二重層コンデンサ

- 表面積の拡大
  - 電極に多孔質材料を利用
  - 表面積の大きい電極材料
    - 活性炭($10^3 m^2/g$)
      - 多孔質炭素電極は電荷を集める金属板に接続
    - 金属酸化物(ルテニウム, イリジウム)
- セパレータ(イオン交換膜)で電極を絶縁分離
  - セパレータで電解液を貯蔵・固定化
    - 電解液は酸性水溶液, 多孔質に埋まる事の可能な有機物
- 500～2500W/kg, 0.2-5Wh/kg

EDLCのモデル化
準定常(静特性)モデル



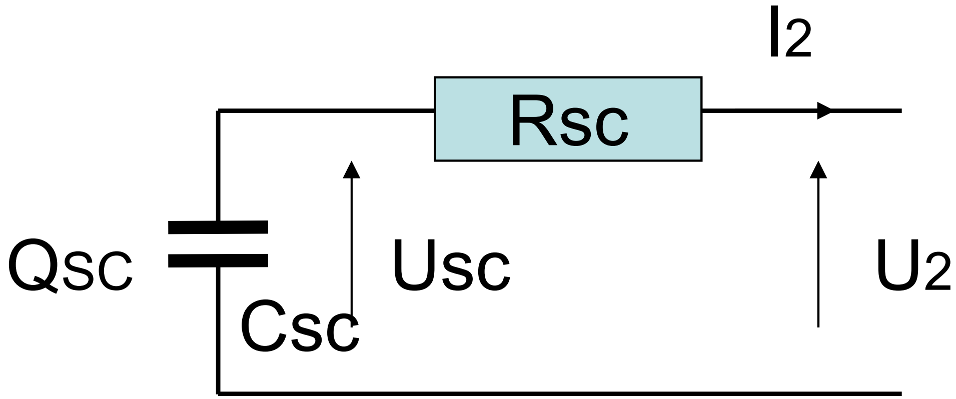
- 入力変数
  - 端子出力電力P_2(t)
- 出力変数
  - 蓄積電荷量Q(t)
    - 定格容量Q_0
- 内部変数
  - 端子電圧U_2(t)
  - 端子電流I_2(t)

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

- SOCは端子電流I_2と容量Q_0から求まる

EDLCの準定常モデル 等価回路

- 電池の等価回路
  - コンデンサC_{SC}
  - 内部直列抵抗R_{SC}
  - 抵抗，多孔質電極中の蓄積電荷の分布的性質を考えると複雑なモデルになる



EDLCの準定常モデル 等価回路

- 等価回路の回路方程式
  - KVL

$$U_{sc}(t) - R_{sc} I_2(t) = U_2(t) \Rightarrow U_2(t) + R_{sc} I_2(t) - U_{sc}(t) = 0$$

  - 微分方程式

$$I_2(t) = -\frac{d}{dt} Q_{sc}(t)$$

  - 線形なC_{sc}

$$U_{sc}(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}$$

EDLCの準定常モデル 等価回路

- 端子電圧を充電電荷の関数として表す
  - I_2,U_{SC}消す

$$U_2(t)+R_{sc}I_2(t)-U_{sc}(t)=U_2(t)+R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)}-\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}=0$$

$$U_2(t)^2-\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}U_2(t)+R_{sc}P_2(t)=0$$

$$U_2(t)=\frac{\dfrac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}\pm\sqrt{\left(\dfrac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}\right)^2-4R_{sc}P_2(t)}}{2}=\frac{Q_{sc}(t)}{2C_{sc}}\pm\sqrt{\frac{Q_{sc}(t)^2}{4C_{sc}{}^2}-R_{sc}P_2(t)}$$

EDLCの準定常モデル
充放電効率

- 大域的な充放電効率
  - 完全充放電サイクルで定義
    - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
    - 充放電状態に依存する
      - 定電流充放電　Peukert test
      - 定電力充放電　Ragone test
  - EDLCのR,Cが一定(線形モデル)の仮定

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 放電
  - 初期充電電荷量Q_0
  - 空乏化に要する時間 $t_f = \dfrac{Q_0}{I_2}$
  - 電荷の時間変化 $Q_{sc}(t) = Q_0 - I_2 t$
  - 端子電圧 $U_2(t) = \dfrac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc}\dfrac{P_2(t)}{U_2(t)}$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 放電電力量

$$E_d = \int_0^{t_f} U_2(t) I_2 dt = \int_0^{t_f} \left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] I_2 dt$$

$$= \int_0^{t_f} \left[\frac{Q_0 - I_2 t}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{U_2(t) I_2}{U_2(t)} \right] I_2 dt = \int_0^{t_f} \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} t + \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right] I_2 dt$$

$$= \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} \frac{t^2}{2} + \left\{ \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right\} t \right]_0^{t_f} = I_2 \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} \frac{1}{2} \left(\frac{Q_0}{I_2} \right)^2 + \left\{ \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right\} \frac{Q_0}{I_2} \right] I_2$$

$$= \left[-\frac{{Q_0}^2}{2 C_{sc} I_2} + \frac{{Q_0}^2}{I_2 C_{sc}} - R_{sc} Q_0 \right] I_2 = \frac{{Q_0}^2}{2 C_{sc}} - R_{sc} Q_0 I_2$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 充電
  - 充電電流 $I_2 = -I_c$
  - 充電に要する時間 $t_f = \dfrac{Q_0}{\left|I_2\right|}$
  - 電荷の時間変化 $Q_{sc}(t) = \left|I_2\right| t$
  - 端子電圧 $U_2(t) = \dfrac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc}\dfrac{P_2(t)}{U_2(t)}$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 充電電力量

$$E_c = \int_0^{t_f} U_2(t)|I_2|dt = \int_0^{t_f}\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)}\right]|I_2|dt$$

$$= \int_0^{t_f}\left[\frac{|I_2|t}{C_{sc}} - R_{sc}\frac{U_2(t)|I_2|}{U_2(t)}\right]|I_2|dt = \int_0^{t_f}\left[\frac{|I_2|t}{C_{sc}} + R_{sc}\frac{U_2(t)I_2}{U_2(t)}\right]|I_2|dt$$

$$= \int_0^{t_f}\left[\frac{|I_2|}{C_{sc}}t + R_{sc}I_2\right]|I_2|dt = \left[\frac{|I_2|}{C_{sc}}\frac{t^2}{2} + R_{sc}I_2 t\right]_0^{t_f}|I_2|$$

$$= \left[\frac{|I_2|}{C_{sc}}\frac{1}{2}\left(\frac{Q_0}{I_2}\right)^2 + R_{sc}I_2\frac{Q_0}{I_2}\right]|I_2| = \left[\frac{{Q_0}^2}{2I_2C_{sc}} + R_{sc}Q_0\right]|I_2|$$

$$= \frac{{Q_0}^2}{2C_{sc}} + R_{sc}Q_0|I_2|$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 充放電効率

$$\eta_{sc} = \frac{E_d}{E_c}$$

$$= \frac{\dfrac{{Q_0}^2}{2C_{sc}} - R_{sc} Q_0 I_2}{\dfrac{{Q_0}^2}{2C_{sc}} + R_{sc} Q_0 \left| I_2 \right|}$$

$$= \frac{Q_0 - 2R_{sc} C_{sc} I_2}{Q_0 + 2R_{sc} C_{sc} \left| I_2 \right|}$$

EDLCの準定常モデル
充放電効率(定電力Ragone試験)

- 放電
  - 放電終了条件を求める(P_2により変わる)
    - 定電力(P_2)を出す事ができなくなった時点
      =出力電力の最大値(極値)がP_2
      - 極値をとる条件 $$\frac{dP_2}{dI_2(t)}=0$$

$$\frac{dP_2}{dI_2(t)}=\frac{d}{dI_2(t)}\left[U_2(t)I_2(t)\right]$$

$$=\frac{d}{dI_2(t)}\left[\left\{\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}-R_{sc}I_2(t)\right\}I_2(t)\right]$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$\frac{dP_2}{dI_2(t)} = \frac{d}{dI_2(t)}\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} I_2(t) - R_{sc} I_2(t)^2\right]$$

$$= \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - 2R_{sc} I_2(t)$$

$$= 0$$

  - 出力最大時の電流 $\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - 2R_{sc} I_2(t) = 0$

$$I_2(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{2R_{sc}C_{sc}}$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 境界条件
  - 放電終了時t_fの電力がP_2に等しい

$$
\begin{aligned}
P_2 &= U_2(t_f) I_2(t_f) \\
&= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2(t_f) \right\} I_2(t_f) \\
&= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}} \right\} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}} \\
&= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - \frac{Q_{sc}(t_f)}{2C_{sc}} \right\} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}}
\end{aligned}
$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$P_2 = \frac{Q_{sc}(t_f)}{2C_{sc}} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}}$$

$$= \frac{Q_{sc}(t_f)^2}{4R_{sc}{C_{sc}}^2}$$

  - 放電終了時の残存電荷

$$Q_{sc}(t_f)^2 = 4R_{sc}{C_{sc}}^2 P_2$$

$$Q_{sc}(t_f) = 2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 放電終了時の端子電圧

$$
\begin{aligned}
U_2\left(t_f\right) &= \frac{Q_{sc}\left(t_f\right)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2\left(t_f\right) \\
&= \frac{Q_{sc}\left(t_f\right)}{C_{sc}} - R_{sc}\frac{Q_{sc}\left(t_f\right)}{2R_{sc}C_{sc}} = \frac{2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}}{C_{sc}} - R_{sc}\frac{2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}}{2R_{sc}C_{sc}} \\
&= 2\sqrt{R_{sc}P_2} - \sqrt{R_{sc}P_2} \\
&= \sqrt{R_{sc}P_2}
\end{aligned}
$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 放電終了時点を求める
  - 端子電圧U_2の微分方程式の解を求める
    - 充電電圧の境界条件U_0,$U(t_f)$を用いて求める
    - KVL

$$U_2(t)-\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}+R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)}=0$$

– 時間微分

$$U_2(t)^2-\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}U_2(t)+R_{sc}P_2(t)=0$$

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2-\frac{1}{C_{sc}}\frac{d}{dt}\left[Q_{sc}(t)U_2(t)\right]+R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)=0$$

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2-\frac{1}{C_{sc}}\left[U_2(t)\frac{d}{dt}Q_{sc}(t)+Q_{sc}(t)\frac{d}{dt}U_2(t)\right]+R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)=0$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$\frac{d}{dt}Q_{sc}(t) = -I_2(t)$$

$$U_{sc}(t) = R_{sc}I_2(t) + U_2(t)$$

$$Q_{sc}(t) = C_{sc}U_{sc}(t) = C_{sc}\left[R_{sc}I_2(t) + U_2(t)\right]$$

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}}\left[U_2(t)\{-I_2(t)\} + C_{sc}\left[R_{sc}I_2(t) + U_2(t)\right]\frac{d}{dt}U_2(t)\right] + R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)$$

$$= \frac{d}{dt}U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}}\left[-P_2(t) + C_{sc}\left[R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)} + U_2(t)\right]\frac{d}{dt}U_2(t)\right] + R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)$$

$$= 0$$

EDLCの準定常モデル
充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2 = 2U_2(t)\frac{d}{dt}U_2(t) \Longrightarrow \frac{d}{dt}U_2(t) = \frac{1}{2U_2(t)}\frac{d}{dt}U_2(t)^2$$

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}}\left[-P_2(t) + C_{sc}\left[R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)} + U_2(t)\right]\frac{1}{2U_2(t)}\frac{d}{dt}U_2(t)^2\right]$$

$$+R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2 + \frac{1}{C_{sc}}\left[P_2(t) - \frac{C_{sc}}{2}\left[R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)^2} + 1\right]\frac{d}{dt}U_2(t)^2\right] + R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t) = 0$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$\frac{d}{dt}U_2(t)^2+\frac{P_2(t)}{C_{sc}}-\frac{1}{2}\left[R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)^2}+1\right]\frac{d}{dt}U_2(t)^2+R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)=0$$

$$\left\{1-\frac{1}{2}\left[R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)^2}+1\right]\right\}\frac{d}{dt}U_2(t)^2+\frac{P_2(t)}{C_{sc}}+R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)=0$$

$$\frac{1}{2}\left[1-R_{sc}\frac{P_2(t)}{U_2(t)^2}\right]\frac{d}{dt}U_2(t)^2=-\frac{P_2(t)}{C_{sc}}-R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)$$

$$\left[1-\frac{R_{sc}P_2(t)}{U_2(t)^2}\right]\frac{d}{dt}U_2(t)^2=-\frac{2P_2(t)}{C_{sc}}-2R_{sc}\frac{d}{dt}P_2(t)$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

定電力条件 $P_2(t) = P_2 = const$ $\qquad \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$

$$\left[1 - \frac{R_{sc} P_2}{U_2(t)^2}\right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 = -\frac{2P_2}{C_{sc}}$$

$X(t) = U_2(t)^2$ とおく

$$\left[1 - \frac{R_{sc} P_2}{X(t)}\right] \frac{d}{dt} X(t) = -\frac{2P_2}{C_{sc}}$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

境界条件 $t:0 \to t \qquad X(t):{U_{20}}^2 \to U_2(t)^2$

$$\int_{{U_{20}}^2}^{U_2(t)^2} \left[1 - \frac{R_{sc}P_2}{X(t)}\right] dX(t) = \int_0^t -\frac{2P_2}{C_{sc}}\,dt$$

$$\left[X(t) - R_{sc}P_2 \log_e X(t)\right]_{{U_{20}}^2}^{U_2(t)^2} = \left[-\frac{2P_2}{C_{sc}}t\right]_0^t$$

$$\left[U_2(t)^2 - R_{sc}P_2 \log_e U_2(t)^2\right] - \left[{U_{20}}^2 - R_{sc}P_2 \log_e {U_{20}}^2\right] = -\frac{2P_2}{C_{sc}}(t-0)$$

$$U_2(t)^2 - {U_{20}}^2 - R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{{U_{20}}^2} = -\frac{2P_2}{C_{sc}}t$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$t = -\frac{C_{sc}}{2P_2}\left[U_2(t)^2 - U_{20}{}^2 - R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{U_{20}{}^2}\right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2P_2}\left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{U_{20}{}^2} - U_2(t)^2 + U_{20}{}^2\right]$$

定電力放電の終端値条件　$U_2(t_f) = \sqrt{R_{sc}P_2}$

$$t_f = \frac{C_{sc}}{2P_2}\left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t_f)^2}{U_{20}{}^2} - U_2(t_f)^2 + U_{20}{}^2\right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2P_2}\left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{U_{20}{}^2} - R_{sc}P_2 + U_{20}{}^2\right]$$

EDLCの準定常モデル
充放電効率(定電力Ragone試験)

- 放電電力量

$$E_d = P_2 t_f = P_2 \frac{C_{sc}}{2P_2}\left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{{U_{20}}^2} - R_{sc}P_2 + {U_{20}}^2\right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2}\left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{{U_{20}}^2} - R_{sc}P_2 + {U_{20}}^2\right]$$

- 定電力充電
  - 充電電力 $P_c = -P_2$
  - 初期電圧 $U_2(0) = \sqrt{R_{sc}P_2}$
  - 終端電圧 $U_2(t_f) = U_{20}$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 充電電力量

$$\left|E_c\right| = \left|P_c t_f\right|$$

$$= \frac{C_{sc}}{2}\left[R_{sc}\left|P_2\right|\log_e \frac{{U_{20}}^2}{R_{sc}\left|P_2\right|} - R_{sc}\left|P_2\right| + {U_{20}}^2\right]$$

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 定電力充放電効率

$$\eta_{sc} = \frac{E_d}{E_c} = \frac{\frac{C_{sc}}{2}\left[R_{sc} P_2 \log_e \frac{R_{sc} P_2}{{U_{20}}^2} - R_{sc} P_2 + {U_{20}}^2 \right]}{\frac{C_{sc}}{2}\left[R_{sc} \left| P_2 \right| \log_e \frac{{U_{20}}^2}{R_{sc} \left| P_2 \right|} - R_{sc} \left| P_2 \right| + {U_{20}}^2 \right]}$$

$$= \frac{R_{sc} P_2 \log_e \frac{R_{sc} P_2}{{U_{20}}^2} - R_{sc} P_2 + {U_{20}}^2}{R_{sc} \left| P_2 \right| \log_e \frac{{U_{20}}^2}{R_{sc} \left| P_2 \right|} - R_{sc} \left| P_2 \right| + {U_{20}}^2}$$

EDLCの準定常モデル
充放電効率

- 電力効率

$$\eta_{sc}(I_2) = \frac{P_{2,d}}{|P_{2,c}|} = \frac{\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2\right] I_2}{\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} + R_{sc}|I_2|\right]|I_2|}$$

$$= \frac{\left[Q_{sc}(t) - C_{sc}R_{sc}|I_2|\right] I_2}{\left[Q_{sc}(t) + C_{sc}R_{sc}|I_2|\right]|I_2|}$$

$$= \frac{Q_{sc}(t) - C_{sc}R_{sc}|I_2|}{Q_{sc}(t) + C_{sc}R_{sc}|I_2|}$$