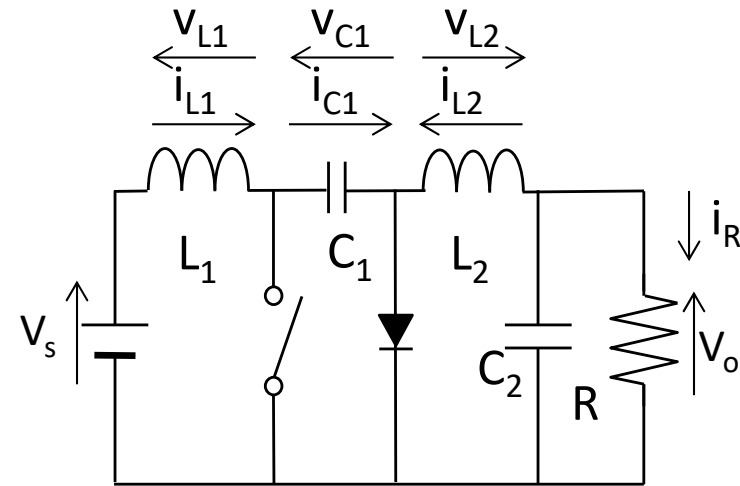


パワーエレクトロニクス
第十回 DC-DCコンバータ③

2023年6月21日

Cukコンバータ

- 電源電圧を昇降圧
 - 昇降圧コンバータ
 - 出力電圧が極性反転
- 回路構成要素
 - C1:エネルギー蓄積
 - L1,L2,C2:ローパスフィルタ
 - 動作解析での仮定
 - 周期定常状態:C1の平均電圧 $V_{C1} = V_S - V_O$
 - スwitchング周期T,デューティ比D
 - L1,L2の電流は連続
 - C2は十分大きく,電圧が V_O に一定に保たれる
 - 理想素子



Cukコンバータ

- スイッチオン時 ($0 \leq t < DT$)

- C1に流れる電流

- L1大:平均電流 I_{L1}

- $i_{C1} = -I_{L2}$

- ダイオード側の電位が低い

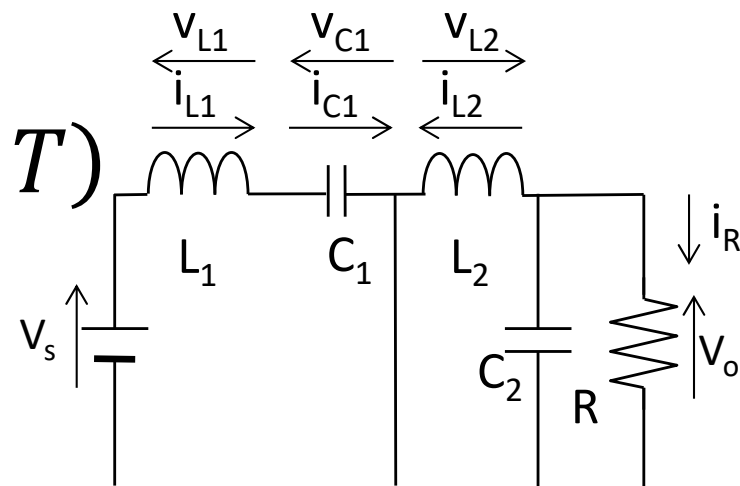
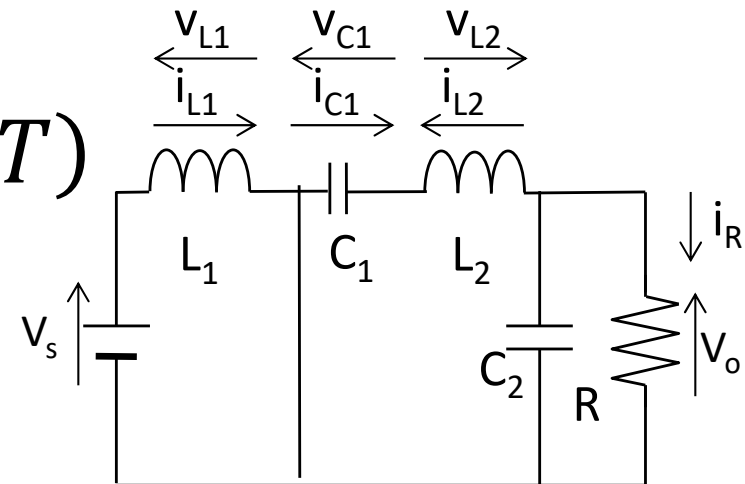
- スイッチオフ時 ($DT \leq t < T$)

- C1に流れる電流

- L2大:平均電流 I_{L2}

- $i_{C1} = I_{L1}$

- ダイオード導通



Cukコンバータ

- 周期定常状態

- 電源電力と負荷電力は等しい

- $V_S I_{L1} = -V_O I_{L2}$

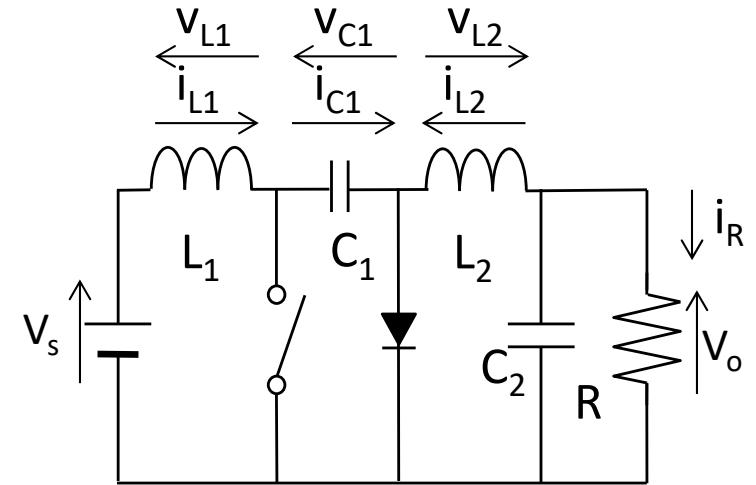
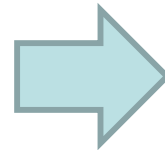
- $\frac{V_O}{V_S} = -\frac{I_{L1}}{I_{L2}}$

- 一周期でC1の電荷は0に戻る

- $-I_{L2}DT + I_{L1}(1-D)T = 0$

- $I_{L2}D = I_{L1}(1-D)$

- $\frac{I_{L1}}{I_{L2}} = \frac{D}{1-D}$



$$\frac{V_O}{V_S} = -\frac{D}{1-D}$$

Cukコンバータ

L1,L2に流れる電流

- L2の平均電流は負荷電流の平均に等しい

$$\bullet I_{L2} = I_R = \frac{-V_O}{R} = \frac{D}{1-D} \frac{V_S}{R}$$

- L1の平均電流

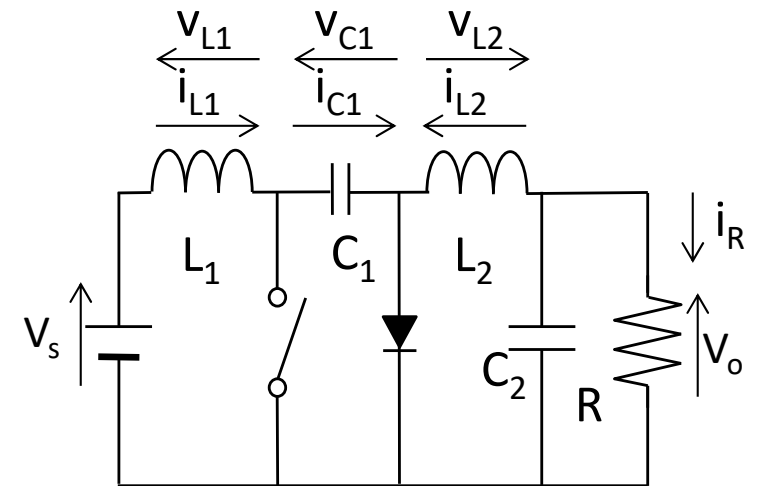
$$\bullet I_{L1} = \frac{D}{1-D} I_{L2} = \left(\frac{D}{1-D} \right)^2 \frac{V_S}{R}$$

- オン時のL1の電流変化

$$\bullet V_{L1} = V_S = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = L_1 \frac{\Delta i_{L1}}{DT}$$

- オン時のL2の電流変化

$$\bullet V_{L2} = V_O + (V_S - V_O) = V_S = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = L_2 \frac{\Delta i_{L2}}{DT}$$



Cukコンバータ L1に流れる電流

- L1の電流最低値

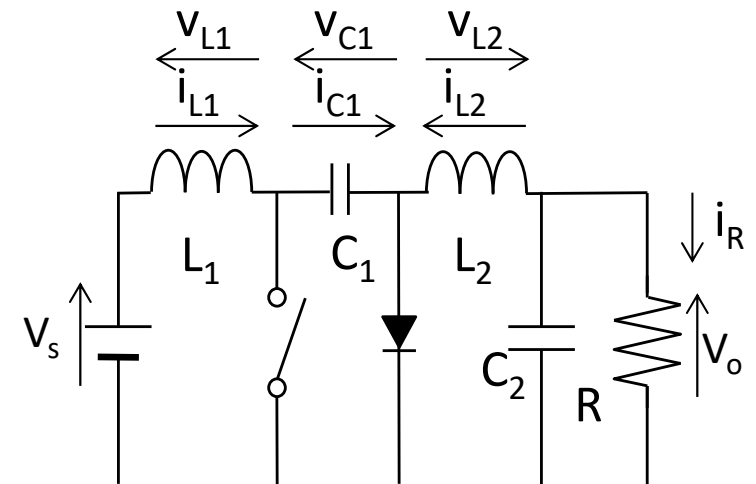
- $$I_{L1min} = I_{L1} - \frac{\Delta i_{L1}}{2} = \left(\frac{D}{1-D}\right)^2 \frac{V_S}{R} - \frac{V_S D T}{2L_1}$$

- 連続導通条件

- $$\left(\frac{D}{1-D}\right)^2 \frac{V_S}{R} - \frac{V_S D T}{2L_1} > 0$$

- $$\frac{D}{(1-D)^2 R} > \frac{T}{2L_1}$$

- $$L_1 > \frac{(1-D)^2 R T}{2D}$$



Cukコンバータ L2に流れる電流

• L2の電流最低値

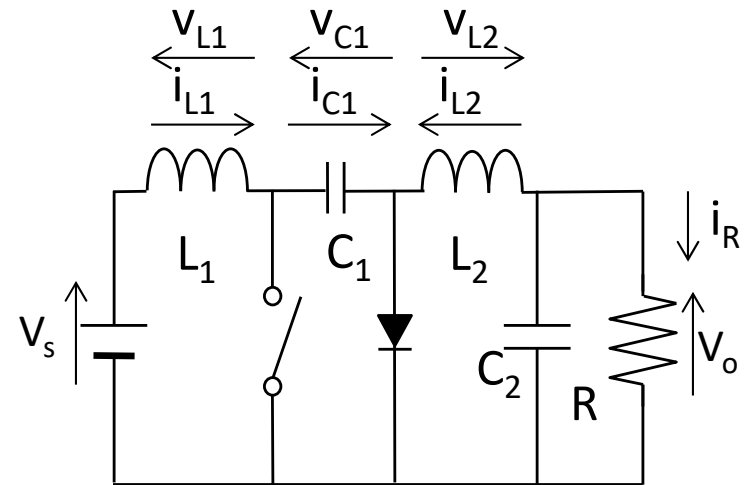
- $$I_{L2min} = I_{L2} - \frac{\Delta i_{L2}}{2} = \frac{D}{1-D} \frac{V_S}{R} - \frac{V_S D T}{2L_2}$$

• 連続導通条件

- $$\frac{D}{1-D} \frac{V_S}{R} - \frac{V_S D T}{2L_2} > 0$$

- $$\frac{1}{(1-D)R} > \frac{T}{2L_2}$$

- $$L_2 > \frac{(1-D)RT}{2}$$



Cukコンバータ 電圧脈動

- C2の電流: $I_{C2} = -I_{L2} - I_R$
- C2の電荷と電圧の関係

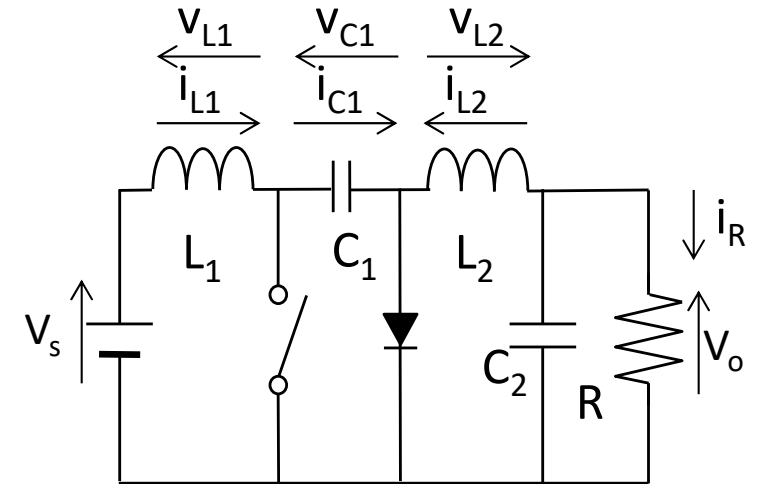
- $Q_{C2} = C_2 V_o$

- 充電電荷について

- $\Delta Q_{C2} = C_2 \Delta V_o = \frac{1}{2} \frac{T}{2} \frac{-\Delta i_{L2}}{2} = -\frac{T \Delta i_{L2}}{8}$

- $\Delta V_o = -\frac{T \Delta i_{L2}}{8 C_2} = -\frac{T}{8 C_2} \frac{-V_o}{L_2} (1-D) T$
 $= \frac{V_o (1-D)}{8 L_2 C_2} T^2$

- リップル率: $\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1-D}{8 L_2 C_2} T^2$

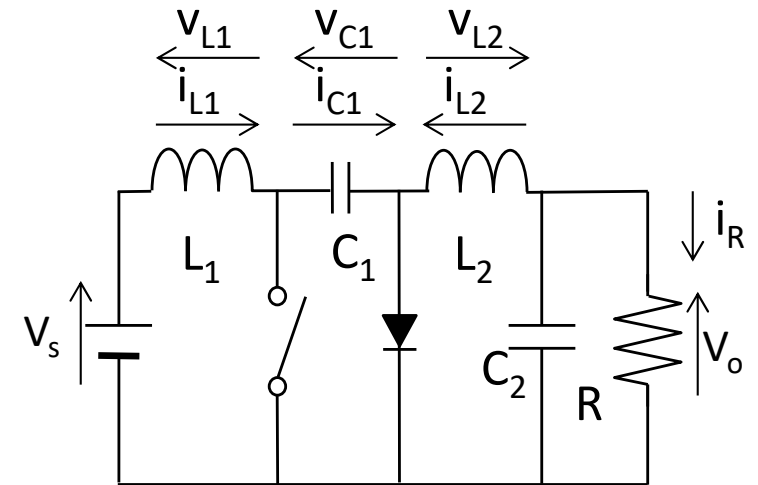


Cukコンバータ 電圧脈動

- C1の電圧変化
 - オフ期間

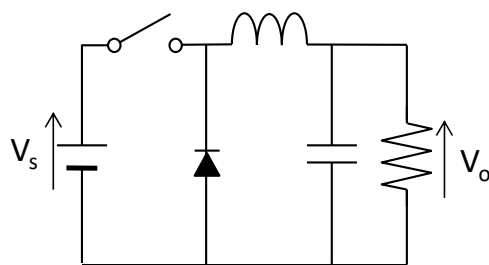
$$\begin{aligned}
 \bullet \Delta v_{C1} &= \frac{1}{C_1} \int_{DT}^T I_{L1} dt = \frac{I_{L1}(1-D)T}{C_1} = \frac{(1-D)T}{C_1} \left(\frac{D}{1-D} \right)^2 \frac{V_S}{R} \\
 &= \frac{V_S D^2 T}{RC_1(1-D)} \\
 &= \frac{\frac{D}{1-D} V_S}{RC_1} = \frac{DT}{RC_1}
 \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{\frac{V_S D^2 T}{RC_1(1-D)}}{\frac{D}{1-D} V_S} = \frac{DT}{RC_1}$$

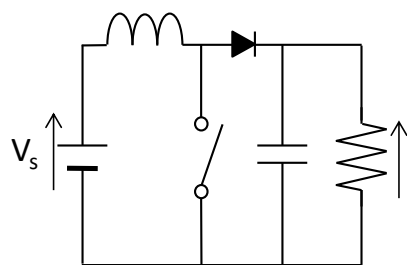


DC-DCコンバータの比較 (連続導通動作)

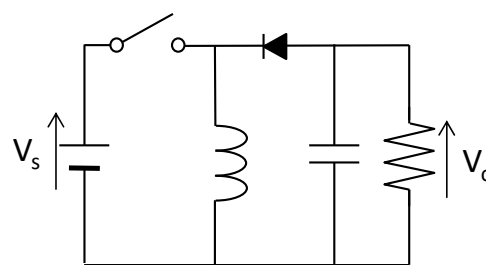
Buckコンバータ



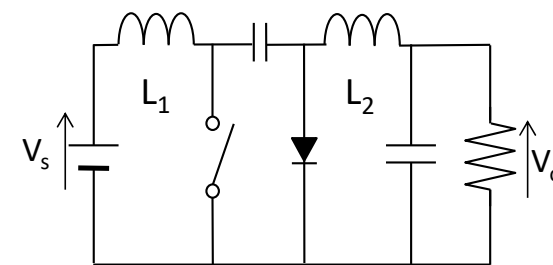
Boostコンバータ



Buck-boost
コンバータ



Cukコンバータ



昇圧比

$$V_o/V_s$$

$$D$$

$$\frac{1}{1-D}$$

$$\frac{-D}{1-D}$$

$$\frac{-D}{1-D}$$

電圧脈動率

$$\Delta V_o/V_o$$

$$\frac{1-D}{8LCf^2}$$

$$\frac{D}{RCf}$$

$$\frac{D}{RCf}$$

$$\frac{1-D}{8LCf^2}$$

連続導通

$$L_{min}$$

$$\frac{(1-D)R}{2f}$$

$$\frac{D(1-D)^2R}{2f}$$

$$\frac{(1-D)^2R}{2f}$$

$$L_{1min} = \frac{(1-D)^2R}{2f}$$

$$L_{2min} = \frac{(1-D)R}{2f}$$

非理想素子の影響 スイッチの導通損失

- スイッチでの電圧降下の影響は低電圧回路で大
- バックコンバータの例(周期定常状態)

- スイッチON時 → スイッチでの電圧降下 V_Q

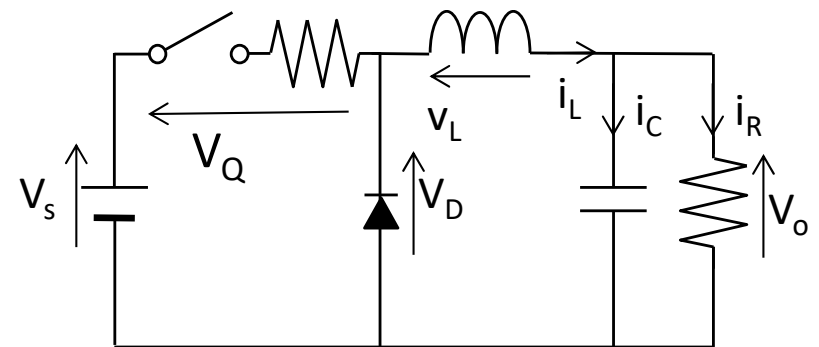
- インダクタにかかる電圧

$$v_L = V_s - V_o - V_Q$$

- スイッチOFF時 → ダイオードでの電圧降下 V_D

- インダクタにかかる電圧

$$v_L = -V_o + V_D$$



非理想素子の影響 スイッチの導通損失

- 周期定常状態では, スイッチング一周期でインダクタにかかる平均電圧は0となる

- $v_L = (V_s - V_o - V_Q)D + (-V_o + V_D)(1 - D)$

- 出力電圧

- $V_o = V_s D - V_Q D + V_D (1 - D)$

- 理想スイッチでの出力電圧

$$V_o = V_s D$$

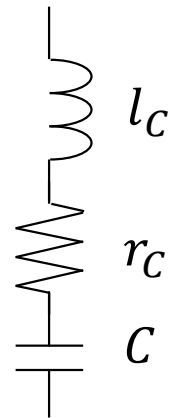
- スイッチでの電圧降下による出力電圧の低下分

- $\Delta V_o = -V_Q D + V_D (1 - D)$

非理想素子の影響

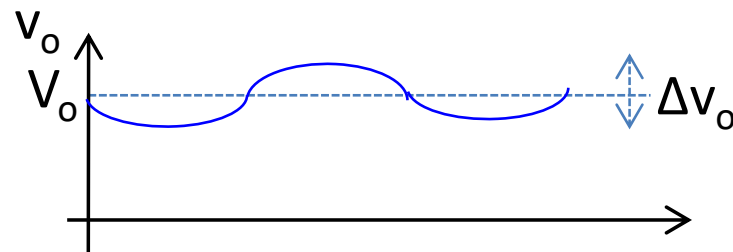
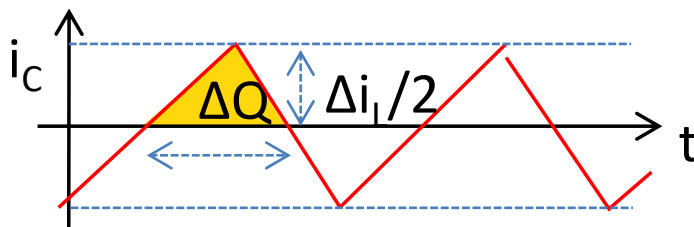
コンデンサESRの出力電圧脈動への影響

- コンデンサには等価直列抵抗ESR, 等価直列リアクタンスESLがある
 - ESLの影響は数100kHz以下では小
 - ESRは出力電圧の脈動成分に影響する



- 理想コンデンサでのバックコンバータ出力電圧脈動成分

$$\Delta V_{o,c} = \frac{V_o(1-D)}{8LCf^2}$$



非理想素子の影響

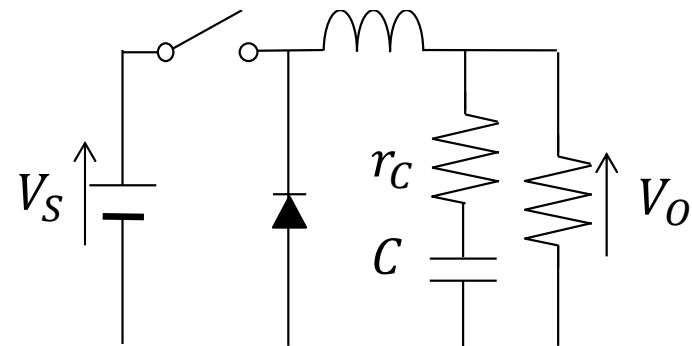
コンデンサのESR

- バックコンバータの周期定常状態
 - 理想コンデンサに流れる電流で近似
 - 連続導通
 - コンデンサ電流(Δi_c)とESR(r_c)による電圧変化

$$V_{O,ESR} = \Delta i_c r_c$$

- ESRによるピーク-ピークの脈動電圧 ΔV_O は若干小さくなる

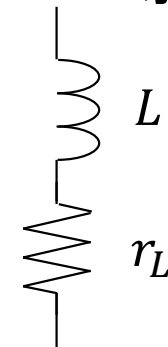
$$\Delta V_O < \Delta V_{O,C} + \Delta V_{O,ESR}$$



非理想素子の影響

インダクタのESR

- インダクタのESR(抵抗)は小さくなるように設計
 - 鉄損, 銅損
 - 損失低減・効率向上
- ブーストコンバータにおけるインダクタのESRの影響
 - 仮定
 - インダクタ電流はほぼ一定
 - 電源電流はインダクタ電流に等しい
 - ダイオードと負荷の平均電流は等しい
 - $I_D = \frac{V_o}{R}$
 - 電源の供給電力 P_S は, 負荷電力 P_o とインダクタのESR(r_L)の消費電力 P_L の和に等しい
 - $P_S = P_o + P_L$



非理想素子の影響(ブーストコンバータ) インダクタのESR

- ESR(r_L)の消費電力

- $P_L = r_L I_L^2$

- ダイオードの平均電流

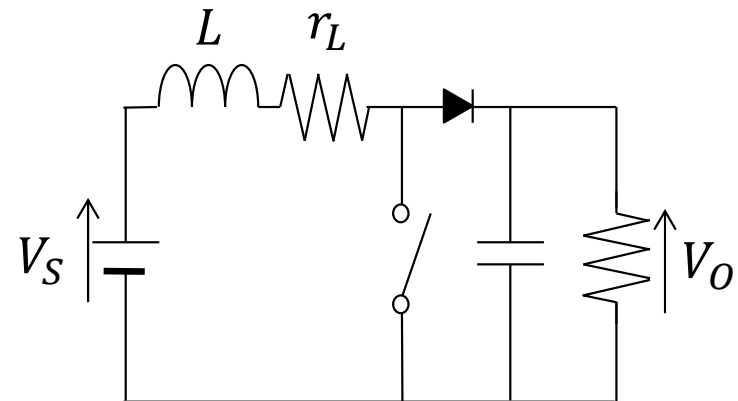
- $I_D = I_L(1 - D)$

- $I_L = \frac{I_D}{1 - D} = \frac{V_O}{R(1 - D)}$

- まとめる

- $P_S = V_S I_L = P_O + P_L = V_O I_L(1 - D) + r_L I_L^2$

- $V_S = V_O(1 - D) + r_L I_L = V_O(1 - D) + r_L \frac{V_O}{R(1 - D)}$



非理想素子の影響 インダクタのESR

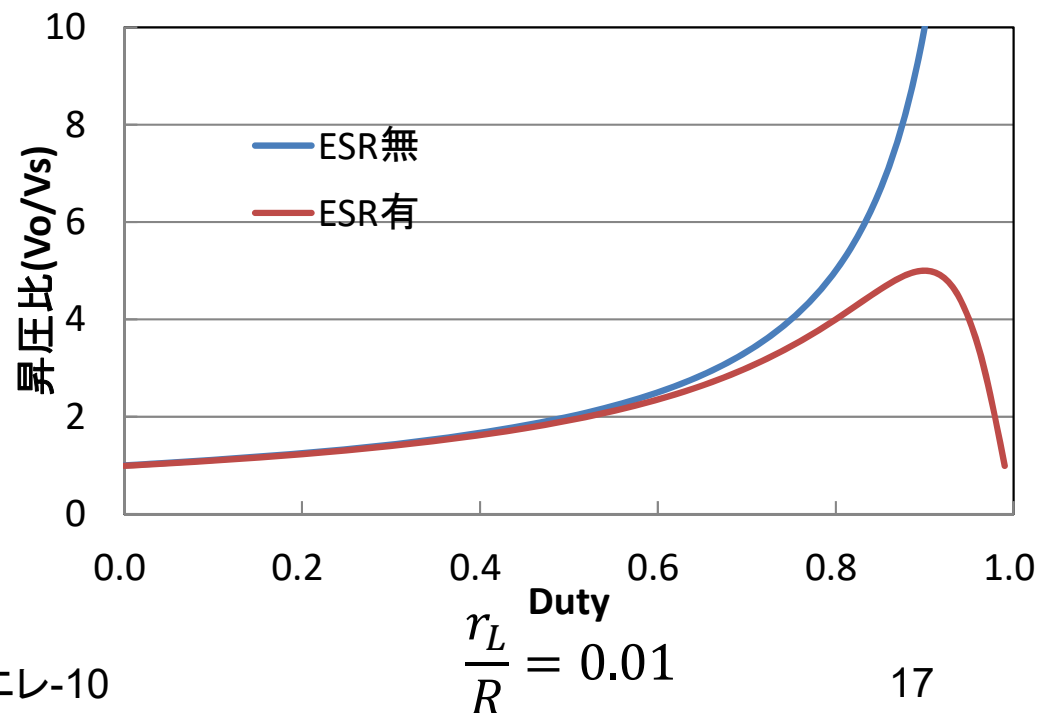
- 昇圧比

- 理想ブーストコンバータ: $\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{1-D}$

- インダクタのESRがある場合

- $\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{1-D} \times \frac{1}{1 + \frac{r_L}{R(1-D)^2}}$
ESRによる修正係数

$$V_s = V_o \left\{ (1-D) + \frac{r_L}{R(1-D)} \right\}$$
$$= V_o \frac{R(1-D)^2 + r_L}{R(1-D)}$$



非理想素子の影響(ブーストコンバータ) インダクタのESR

- 効率

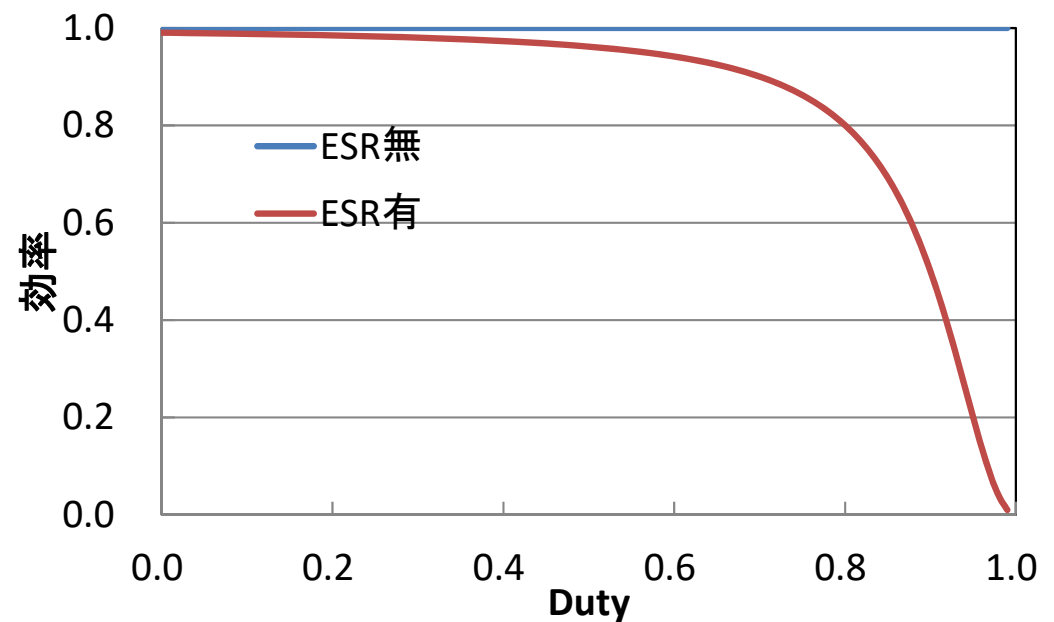
- 理想ブーストコンバータ: $\eta = 1$
- インダクタのESRがある場合

- $$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_L}$$

$$= \frac{V_o^2 / R}{V_o^2 / R + r_L I_L^2}$$

$$= \frac{V_o^2 / R}{V_o^2 / R + r_L \left(\frac{V_o}{R(1-D)}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{r_L}{R(1-D)^2}}$$



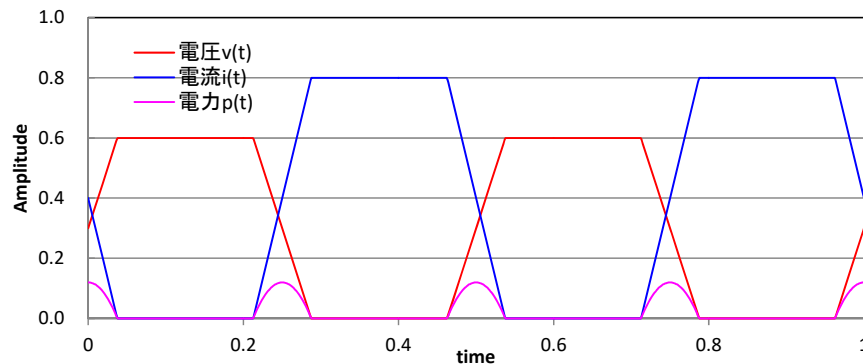
D大のとき効率低

パワーデバイスでの損失

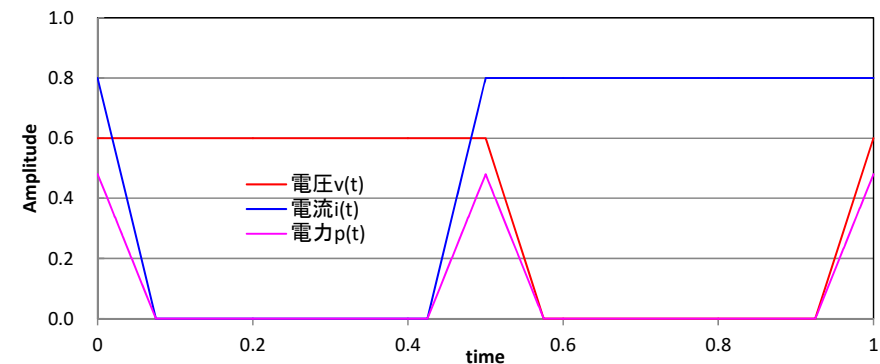
- 導通損失
 - オン状態における順方向電圧降下による損失
 - PN接合があると立ち上がり電圧が重畳される
 - PNの接合がないMOSFETが有利
- スイッチング損失
 - ターンオン・ターンオフの状態遷移時の損失
 - 状態遷移に有限の時間が必要
 - ゲート容量の充電・放電
 - 空乏層電荷の充電・放電
 - 少数キャリアの注入・排出

スイッチング損失

- ターンオン・ターンオフ時に発生
 - 電圧・電流積
 - ZVSターンオン, ZCSターンオフで低減可能
- スwitching周波数に比例して大きくなる



電圧・電流が同時変化
抵抗負荷等



電圧・電流のタイミングがずれて変化
ダイオードクランプ誘導負荷
(実際のデバイス動作に近い)

状態空間平均化法

- スイッチング周期で変化する回路の一般化した表記法

- システムの状態方程式

- $\dot{x} = Ax + Bv$

- x :状態変数, v :入力電圧

- システムの出力方程式

- $v_o = C^T x$

- v_o :出力電圧

- 各スイッチ状態において線形時不変

状態変数 → 電圧・電流

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$$

状態空間平均化法

- スイッチの状態に分けた状態変数表示(区分別線形)
 - オン状態($0 \leq t < dT$)
 - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 \boldsymbol{v}$
 - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_1^T \boldsymbol{x}$
 - 期間 dT
 - オフ状態($dT \leq t < T$)
 - $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_2 \boldsymbol{v}$
 - $\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{C}_2^T \boldsymbol{x}$
 - 期間 $(1 - d)T$

状態空間平均化法

- 状態変数の重み付き平均
 - $\dot{\boldsymbol{x}} = [\boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1 - d)]\boldsymbol{x} + [\boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1 - d)]\boldsymbol{v}$
 - $\boldsymbol{v}_o = [\boldsymbol{C}_1^T d + \boldsymbol{C}_2^T(1 - d)]\boldsymbol{x}$
- 状態変数を平均化するための一般化表現
 - $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 d + \boldsymbol{A}_2(1 - d)$
 - $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 d + \boldsymbol{B}_2(1 - d)$
 - $\boldsymbol{C}^T = \boldsymbol{C}_1^T d + \boldsymbol{C}_2^T(1 - d)$

状態空間平均化法による応答解析

- 定常状態(微分値が0)
 - $\dot{x} = 0$
 - $0 = AX + BV \quad \rightarrow \quad X = -A^{-1}BV$
 - $V_o = C^T X = -C^T A^{-1}BV$
 - $X, V, D \quad \rightarrow \quad x, v, d$ の平均値
- 小信号(摂動)を定常状態に重畳
 - $x = X + \tilde{x}, v = V + \tilde{v}, d = D + \tilde{d}$
 - $\tilde{x}, \tilde{v}, \tilde{d} \quad \rightarrow \quad x, v, d$ の小信号

状態空間平均化法による応答解析

- 平均値の応答

- $\dot{X} = [A_1 D + A_2(1 - D)]X + [B_1 D + B_2(1 - D)]V = 0$

- 小信号解析

- $\dot{x} = \dot{X} + \dot{\tilde{x}} = 0 + \dot{\tilde{x}} = \dot{\tilde{x}}$

- $\dot{\tilde{x}} = [A_1(D + \tilde{d}) + A_2\{1 - (D + \tilde{d})\}][X + \tilde{x}] + [B_1(D + \tilde{d}) + B_2\{1 - (D + \tilde{d})\}][V + \tilde{v}]$

状態空間平均化法による応答解析

- ゼロ入力応答: $\tilde{v} = 0 \quad \rightarrow \quad V = v$
 - 二次以上の項を無視: $\tilde{x}\tilde{d} = 0$
 - $\dot{\tilde{x}} = [A_1(D + \tilde{d}) + A_2\{1 - (D + \tilde{d})\}][X + \tilde{x}]$
 $+ [B_1(D + \tilde{d}) + B_2\{1 - (D + \tilde{d})\}][V + \tilde{v}]$
 $= [A_1\tilde{d} - A_2\tilde{d}]X + [A_1D + A_2(1 - D)]\tilde{x}$
 $+ [B_1\tilde{d} - B_2\tilde{d}]V$
 $= [A_1D + A_2(1 - D)]\tilde{x}$
 $+ [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V]\tilde{d}$

状態空間平均化法による応答解析

- 出力方程式

- $V_o = [\mathbf{C}_1^T D + \mathbf{C}_2^T \{1 - D\}] \mathbf{X}$

- $V_o + \widetilde{v}_o = [\mathbf{C}_1^T (D + \widetilde{d}) + \mathbf{C}_2^T \{1 - (D + \widetilde{d})\}] [\mathbf{X} + \widetilde{\mathbf{x}}]$

- $\begin{aligned} \widetilde{v}_o &= [\mathbf{C}_1^T \widetilde{d} - \mathbf{C}_2^T \widetilde{d}] \mathbf{X} + [\mathbf{C}_1^T D + \mathbf{C}_2^T (1 - D)] \widetilde{\mathbf{x}} \\ &= [\mathbf{C}_1^T D + \mathbf{C}_2^T (1 - D)] \widetilde{\mathbf{x}} + [(\mathbf{C}_1^T - \mathbf{C}_2^T) \mathbf{X}] \widetilde{d} \end{aligned}$