

電力システム解析論

第1回 送電線路のモデル 抵抗

2023年10月3日

電力系統の構成

- 発電機(発電所)
- 負荷
- 変圧器(変電所)
- 送電線(送電・配電)
 - 架空線
 - ケーブル
 - 地中
 - 海底
 - ガス管路

送電線

- 要素
 - 抵抗
 - インダクタンス
 - キャパシタンス
 - コンダクタンス
- 材料の変化
 - 銅→アルミニウム
 - コスト
 - 重量
 - 同抵抗で断面積大
 - 導電率:
硬銅97.3%, Al61%
 - 撚りにより1~2%増
 - 導体表面での電界強度低くなる
 - コロナ放電がおきにくい

送電線の直流抵抗

- 直流抵抗

- $R_0 = \frac{\rho l}{A} [\Omega]$

- ρ :導体の抵抗率, l :導体長, A :導体断面積

- 交流抵抗は異なる

- 表皮効果, 近接効果

- 温度特性

- $\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$

- R_1, R_2 :温度 t_1, t_2 の導体抵抗, T :温度

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 線形・等方・均質な金属導体
 - ε :誘電率
 - μ :透磁率
 - σ :導電率
- Maxwellの方程式
 - $\nabla \times \dot{E} = -j\omega\mu\dot{H}$
 - $\nabla \times \dot{H} = \dot{J} + j\omega\varepsilon\dot{E} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\dot{E} \cong \sigma\dot{E}$
 - $\dot{J} = \sigma\dot{E}$:オームの法則
 - 金属導体では $\sigma \gg \omega\varepsilon$ とできる。

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 仮定

- x, y 平面で一様な電磁界

- $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$

- 電界は x 方向成分 \dot{E}_x のみ

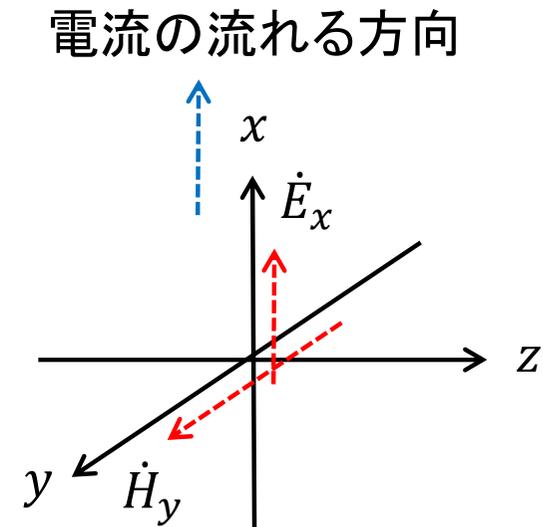
- $\dot{E}_y = \dot{E}_z = 0$

- 磁界は y 方向成分 \dot{H}_y のみとなる

- $\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{i}_y \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z}$

- $\text{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}$

- $$= \mathbf{i}_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{i}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{i}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$



送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $$\begin{cases} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -j\omega\mu\dot{H}_y \\ \frac{d\dot{H}_y}{dz} = -\sigma\dot{E}_x \end{cases} \rightarrow \text{もう一度 } z \text{ で微分}$$
$$\begin{cases} \frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} = -j\omega\mu\frac{d\dot{H}_y}{dz} = j\omega\mu\sigma\dot{E}_x = \gamma^2\dot{E}_x \\ \frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} = -\sigma\frac{d\dot{E}_x}{dz} = \gamma^2\dot{H}_y \end{cases}$$
 - ただし $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 微分方程式の解

- $$\begin{cases} \dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ \dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z} \end{cases}$$

- ただし A_1, A_2, B_1, B_2 は積分定数

- \dot{E}_x と \dot{H}_y は従属関係

- $$\begin{aligned} \dot{H}_y &= -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{d\dot{E}_x}{dz} = -\frac{1}{j\omega\mu} (-A_1\gamma e^{-\gamma z} + A_2\gamma e^{\gamma z}) \\ &= \frac{\gamma}{j\omega\mu} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) = \frac{1}{\eta} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) \end{aligned}$$

- ただし $\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$ より $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$ を用いて

- $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1 + j)$
 $= \frac{1}{\delta}(1 + j) = \alpha + j\beta$

- ただし $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

- また $\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \frac{1}{\delta\sigma}(1 + j)$

表皮効果

- $\dot{E}_x = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$
 $= A_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + A_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $\dot{H}_y = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}$
 $= B_1 e^{-(\alpha + j\beta)z} + B_2 e^{(\alpha + j\beta)z}$
- $e^{-(\alpha + j\beta)z}$: 正のz方向に伝搬
- $e^{(\alpha + j\beta)z}$: 負のz方向に伝搬
- 正のz方向に進行する電磁界を考える

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 正のz方向に進行する電磁界を考える
 - 導体表面の電磁界
 - \dot{E}_S, \dot{H}_S
 - 導体中を+z方向に進行する電磁界
 - $\dot{E}_{x+} = \dot{E}_S e^{-\gamma z} = \dot{E}_S e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
 - $\dot{H}_{y+} = \dot{H}_S e^{-\gamma z} = \dot{H}_S e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$
 - z = δ で \dot{E}_{x+} と \dot{H}_{y+} の振幅は $\frac{1}{e}$ となる
 - δ : 表皮深さ

送電線の交流抵抗(表皮効果)

- 導体中をx方向に流れる電流密度

- オームの法則

- $$j_c = \sigma \dot{E}_{x+} = \sigma \dot{E}_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}} = j_s e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}}$$

- ただし $j_s = \sigma \dot{E}_s$

- $\delta = z$ で \dot{E}_{x+} と \dot{H}_{y+} の振幅は $\frac{1}{e}$ となる

表深さの計算例

周波数	表皮深さ (mm)	
	銅(5.82×10^7 S/m)	アルミニウム (3.55×10^7 S/m)
100Hz	6.6	8.4
1kHz	2.1	2.7
10kHz	0.66	0.84
100kHz	0.209	0.27
1MHz	0.066	0.084
10MHz	0.021	0.027
100MHz	0.0066	0.0084
1GHz	0.0021	0.0027

比透磁率 1

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

固体物性の視点での抵抗

- 物体の2点間に電位差があると電流が流れる。
- 電位差 V , 電流 I , 物体の電気抵抗 R の関係
 $V = RI$ オームの法則
 - 電荷を持った粒子が外部から加えられた電界によって物質中を移動すると電流となる
 - 金属では電荷を持ったキャリアは電子, 半導体では電子および正孔, 電解質ではイオン

固体物性の視点での抵抗

- 一様な断面積 S の物体中を流れる電流 I は物体の断面を単位時間に通過する電荷の量

$$I = nqvS$$

ただしキャリアの電荷 q , 単位体積あたりの数 n , 平均速度 v

- v は電界強度 E に比例。

$$v = \mu E$$

ただし, 物質中のキャリアの動きやすさをあらわす移動度 μ

固体物性の視点での抵抗

- 物体の長さを d , 両端にかかる電圧を E とすると

$$E = \frac{V}{d} \quad \text{電界強度}$$

$$V = \frac{d}{nq\mu S} I \quad \text{電圧}$$

$$R = \frac{d}{nq\mu S} \quad \text{電気抵抗}$$

$$\rho = \frac{d}{nq\mu S} \quad \text{抵抗率}$$

金属と半導体は n と μ の大きさと温度による変化が異なる

固体物性の視点での抵抗

- 金属

- 温度が変化しても電子の単位体積あたりの数 n は変化しない
- 移動度 μ が温度上昇にともなって減少する。
- 抵抗は電子が格子振動(フォノン)によって散乱される移動度 μ に依存するため、温度上昇に従い抵抗率 ρ は大きくなる。

固体物性の視点での抵抗

- 半導体
 - 温度の上昇とともに移動度 μ は減少する
 - 温度でキャリア(電子と正孔)の単位体積あたりの数 n が変化する
 - n は絶対零度では0。温度の上昇で増加し, 抵抗は主として n によって支配される
 - 温度上昇に従い抵抗率 ρ は絶対温度 T に対して指数関数的に小さくなる

固体物性の視点での抵抗

- 電気抵抗の温度係数

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$$

温度 t , 抵抗 R

- 金属は室温付近では α はほぼ一定

- $\alpha_{0,100} = \frac{1}{R_0} \frac{R_{100} - R_0}{100}$

- $\alpha(t) = R_0(1 + \alpha t)$

- 半導体は物質により α は異なる。温度によっても α は異なる。

金属の電気抵抗と温度係数

金属名	温度(°C)	比抵抗 ρ	温度係数 α	温度(°C)	比抵抗 ρ
		($10^{-8} \Omega \text{ m}$)	($10^{-3}/^{\circ}\text{C}$)		($10^{-8} \Omega \text{ m}$)
銀	20	1.62	4.1	100	2.08
銅	20	1.72	4.3	100	2.28
アルミニウム	20	2.75	4.2	100	3.55
金	20	2.4	4	100	2.88