

電力システム解析論

第2回 送電線路のインダクタンス1

2023年10月10日

送電線のインダクタンス

- 誘導電圧

$$e = \frac{d\tau}{dt}$$

- e:誘導電圧(V), τ :鎖交磁束 (Wbt)

- Wbt:磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
 - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
- 透磁率一定の場合, 鎖交磁束は電流に比例
 - 誘導電圧は電流変化率に比例

$$e = L \frac{di}{dt}$$

- L:比例定数・回路のインダクタンス(H), di/dt :電流変化率(A/s)

$$L = \frac{d\tau}{di}$$

- 線形システムの場合

- 鎖交磁束は電流に比例
 - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

$$L = \frac{\tau}{i}$$

送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)

- 自己インダクタンスの定義
電流に対する鎖交磁束

$$\tau = Li$$

- 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{\Psi} = L\dot{I}$$

Ψ :鎖交磁束のフェーザ, I :電流のフェーザ

- 鎖交磁束による電圧降下

$$\begin{aligned}\dot{V} &= j\omega\dot{\Psi} \\ &= j\omega L\dot{I}\end{aligned}$$

送電線のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
 - 相互インダクタンスの定義
他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束
 - 鎖交磁束のフェーザ表示

$$\dot{M}_{12} = \frac{\dot{\Psi}_{12}}{\dot{I}_2}$$

I_2 : 回路2に流れる電流のフェーザ, Ψ_{12} : 回路2に流れる電流 I_2 により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ

- 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$\dot{V}_1 = j\omega M_{12} \dot{I}_2 = j\omega \dot{\Psi}_{12}$$

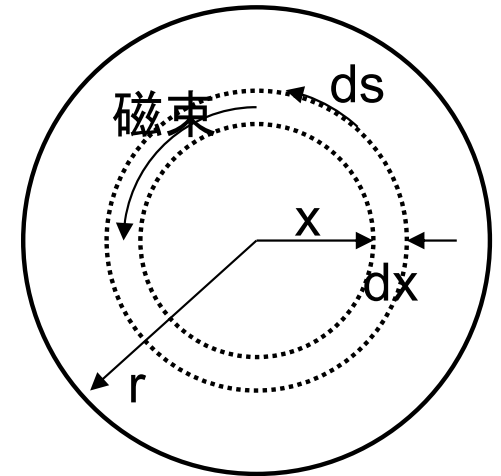
送電線のインダクタンス

内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく、電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
 - 送電線を円柱導体として考える
 - 一様電流
 - 帰路は十分離れていると仮定
 - 磁束は同心円状に分布すると仮定
 - 起磁力は電流経路のATに比例

$$\bullet \quad mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m), s:経路(m), I:電流(A)



送電線のインダクタンス

内部鎖交磁束

- 中心から距離 x (m)の内側の電流 I_x (A)による磁界強度 H_x (AT/m) $\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$

- 全電流 I (A)に対する I_x (A)の割合 $I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$

- 全電流に対する H_x (AT/m) $H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$

- H_x に対する磁束密度 B_x (Wb/m²) $B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$

ただし μ は導体の透磁率

送電線のインダクタンス

内部鎖交磁束

- 厚さ dx (m)の円筒導体の磁束 $d\phi$ (Wb/m)
 - 磁束密度 B_x (Wb/m²)と磁力線の法線方向 dx (m)積

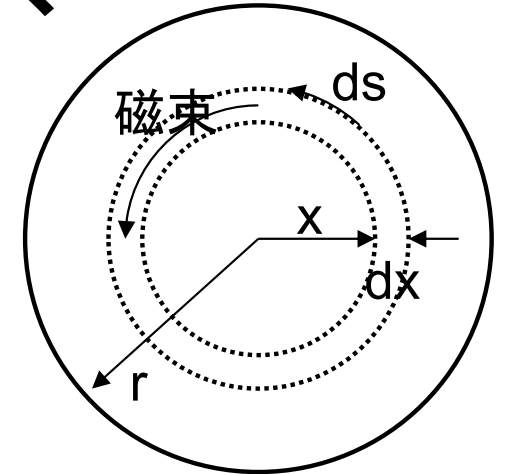
$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒内部の電流に鎖交する単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ (WbT/m)

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

送電線のインダクタンス

内部鎖交磁束



- 全内部鎖交磁束 ψ_{int} (WbT/m)
 - 半径方向に積分

$$\psi_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率 1
- 真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$

$$\Psi = LI$$

$$\psi_{\text{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

内部インダクタンス
 導体径には関係しない

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点P1,P2間に鎖交する磁束
 - 磁束は同心円状に分布
 - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

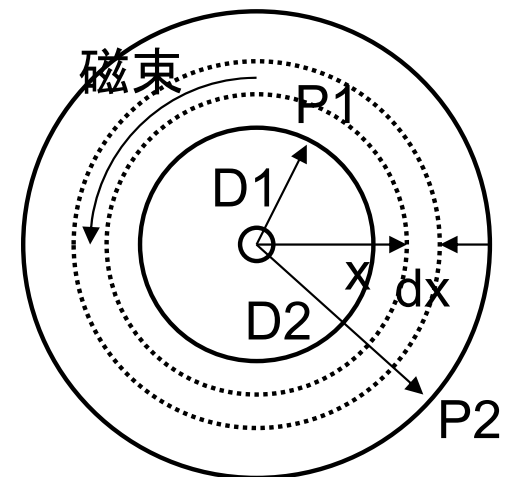
$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$

- 磁束密度Bx(Wb/m²)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

- 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$



導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は，導体中の電流を一度だけ鎖交する
 - 単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ は磁束 $d\phi$ に等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束
 - D1,D2間の鎖交磁束

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \left[\log_e x \right]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi} (\log_e D_2 - \log_e D_1) = \frac{\mu I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

- 空気の比透磁率1として，真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ より

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad \Rightarrow \quad L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

外部インダクタンス

送電線のインダクタンス

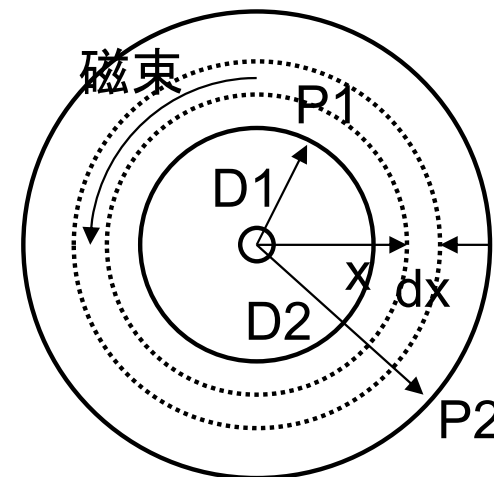
- 全内部鎖交磁束 ψ_{int} (WbT/m), 内部インダクタンス L_{int} [H/m]

$$\psi_{\text{int}} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{ただし} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

- 導体の中心より距離 D_1, D_2 離れた点 P_1, P_2 間の全鎖交磁束

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$



導体対の線路インダクタンス

- 距離 D (m)離れた半径 r_1, r_2 (m)の導体対
 - 導体1,2に流れる電流の和は0 $I_1 + I_2 = 0$
 - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
 - 導体1の中心から $D + r_2$ 以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
 - 導体1の中心から $D - r_2$ 以内の磁束は全回路電流に鎖交する
 - 厳密には $r_1 \leq x \leq D - r_2$
 - 導体1の中心より $D - r_2$ から $D + r_2$ の磁束が鎖交する回路電流は0 ~ 1の範囲で変化する
 - $D \gg r_1, D \gg r_2$ を仮定して簡略化



導体対の線路インダクタンス

- 導体1のインダクタンス

- 内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

- 外部磁束によるインダクタンス(H/m)

- 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,int} + L_{1,ext} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} = \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現
 - 擬似導体半径 r_1' を導入
 - 半径 r_1 に $\varepsilon=0.7788$ をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \quad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(-\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス

- 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆符号
 - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
 - 合成磁束は2倍となる
- 導体2のインダクタンス L_2 (H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'_2} \quad r'_2 = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンス L (H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\log_e \frac{D}{r'_1} + \log_e \frac{D}{r'_2} \right) = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}}$$

- 同じ導体サイズの場合

$$r'_1 = r'_2 = r' \sqrt{r'_1 r'_2} = r' \quad L = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$$

導体対の線路インダクタンス



- 導体のインダクタンス(H/m)

- $L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$ ただし $r_1' = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$

- $L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_2'}$ ただし $r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$

- 同じ導体サイズ($r_1' = r_2' = r'$)の場合

- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$