

電力システム解析論

第3回 送電線路のインダクタンス2

2023年10月17日

導体対の線路インダクタンス



- 導体のインダクタンス(H/m)

- $L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$ ただし $r_1' = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$

- $L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_2'}$ ただし $r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

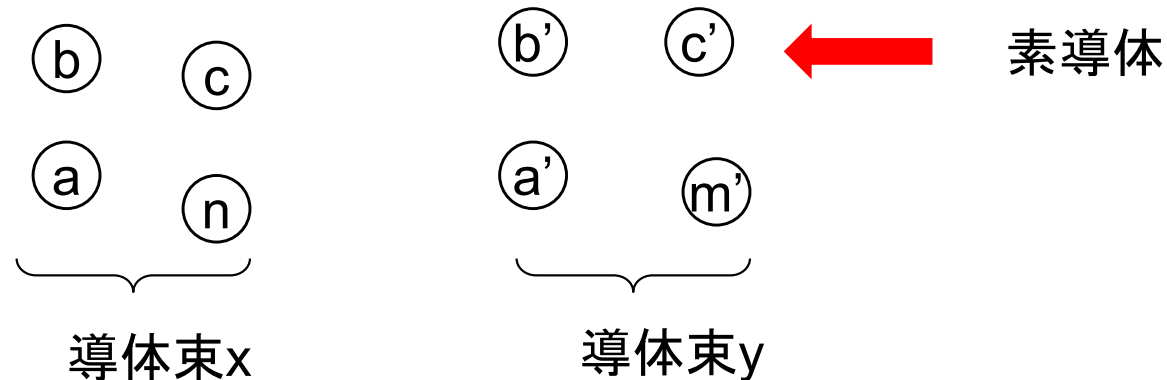
- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$

- 同じ導体サイズ($r_1' = r_2' = r'$)の場合

- $L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$

多条導体送電線

- 細い電線インダクタンス大きい
- 太い電線インダクタンス小さい
 - 太い電線を使用するのは効果的でない→表皮効果もある
 - 等価的に電線を太くする方法
 - 単相2線式送電線路の多導体化を考える



- 導体束Xを一様な n 個の導体で構成。各素導体には電流 I/n (A)が流れる
- 導体束Yを一様な m' 個の導体で構成。各素導体には電流 $-I/m'$ (A)が流れる
- 導体間距離を D_{ij} と表す

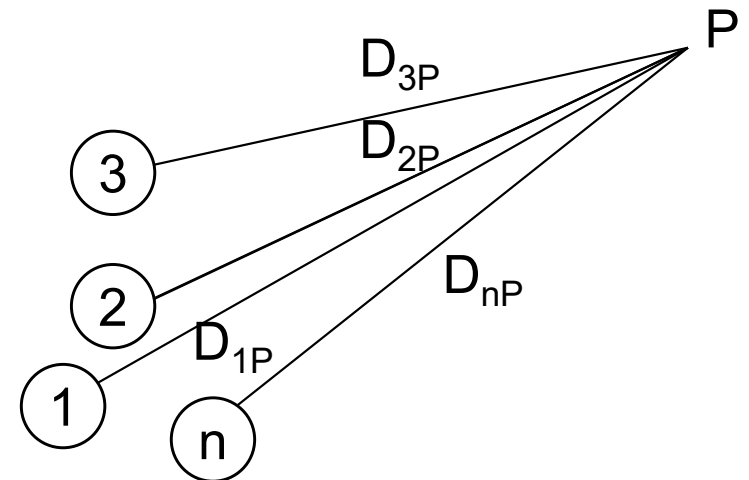
多条導体の鎖交磁束

- 全導体(1,2,3...n)の電流 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ の和は0
- 或る点Pから各導体の距離 $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$
 - 電流 I_1 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P1} (WbT/m)
 - 内部鎖交磁束を含む
 - 点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない

$$\psi_{1P1} = I_1 \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

$$= I_1 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'}$$

$$r_1' = \epsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$



多条導体の鎖交磁束

- 電流 I_2 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P2} (WbT/m)
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)
 - 導体1を超え, 点Pを越えない部分に鎖交する磁束

$$\psi_{1P2} = I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} \times 2 \times 10^{-7}$$

- 全導体に流れる電流により, 導体1に鎖交する全磁束 ψ_{1P} (WbT/m)
(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \psi_{1P1} + \psi_{1P2} + \psi_{1P2} \cdots + \psi_{1Pn} \\ &= \left(I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

多条導体の鎖交磁束

- 対数の展開

$$\psi_{1P} = \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots + I_n \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 電流の条件

$$I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1})$$

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots \\ -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}) \log_e D_{nP} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= \left(\begin{array}{l} I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{nP}} \cdots + I_{n-1} \log_e \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \\ + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \end{array} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

多条導体の鎖交磁束

- $P \rightarrow \infty$ として導体1に鎖交する磁束 ψ_1 (WbT/m)

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \log_e \frac{D_{iP}}{D_{nP}} = \log_e 1 = 0$$

$$\psi_1 = \left(I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

多条導体送電線

- 導体束xの素導体aに対する鎖交磁束 ψ_a (WbT/m)

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{I}{n} \left(\log_e \frac{1}{r'_a} + \log_e \frac{1}{D_{ab}} + \log_e \frac{1}{D_{ac}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{an}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &\quad - \frac{I}{m} \left(\log_e \frac{1}{D_{aa'}} + \log_e \frac{1}{D_{ab'}} + \log_e \frac{1}{D_{ac'}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{am}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= I \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7}\end{aligned}$$

多条導体送電線

- 導体束xの素導体aのインダクタンス L_a (H/m)
 - 流れる電流が I/n (A)より

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$r'_a = D_{aa}$$

とする

- 導体束xの素導体bのインダクタンス L_b (H/m)

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$r'_b = D_{bb}$$

とする

- 導体束xの素導体のインダクタンス平均値 L_{av} (H/m)

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n}$$

多条導体送電線

- 導体束xのインダクタンス L_x (H/m)
 - 全ての素導体が等しいインダクタンス L_{av} (H/m)を持つ
 - n本の素導体の並列接続
 - 総インダクタンスは平均インダクタンス L_{av} の1/n

$$\begin{aligned}
 L_x &= \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n^2} \\
 &= \frac{1}{n} \left\{ \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am'}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} + \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} + \cdots \right\} \times 2 \times 10^{-7} \\
 &= \log_e \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} \cdots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} \cdots D_{bm'}) \cdots (D_{na'} D_{nb'} \cdots D_{nm'})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \cdots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na} D_{nb} \cdots D_{nn})}} \times 2 \times 10^{-7}
 \end{aligned}$$

多条導体送電線

- 分子

- 導体xのn個の素導体から導体yのm個の素導体への距離の積のmn乗根
 - 導体xと導体y間の幾何学的平均距離 D_m (GMD: geometrical mean distance), 二導体間の相互GMD

$$D_m = \sqrt[mn]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am'})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm'}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm'})}$$

- 分母

- 導体xのn個の素導体から各素導体への距離の積の n^2 乗根
 - 素導体自身間の距離 D_{ii} は実効半径 $r_i' = r_i e^{-\frac{1}{4}}$
 - 導体xの幾何学的平均半径 r' (GMR: geometrical mean radius), 導体の自己GMD: D_s

$$D_s = \sqrt{n^2 (D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

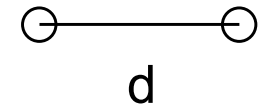
$$L_x = \log_e \frac{D_m}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

送電線の多導体化

- 送電線の等価半径(GMR)を大きくしてコロナ放電を防ぐ

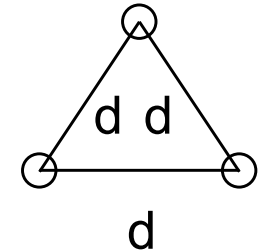
- 二導体 GMR

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s d)^2} = \sqrt{D_s d}$$



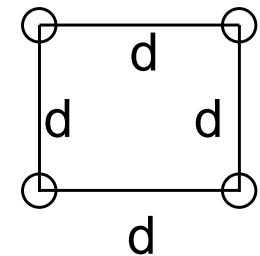
- 三導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s d d)^3} = \sqrt[3]{D_s d^2}$$



- 四導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \sqrt{2} d d d)^4} \cong 1.09 \sqrt[4]{D_s d^3}$$



三相送電線のインダクタンス 等間隔配置

- a相の鎖交磁束 ψ_a (WbT/m) D_s :GMR

$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 三相交流(3線式)

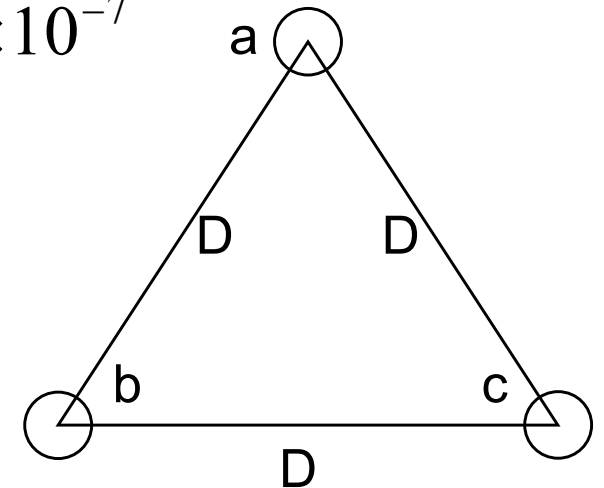
- 電流条件 $I_a + I_b + I_c = 0$

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

- a相のインダクタンス L_a (H/m)

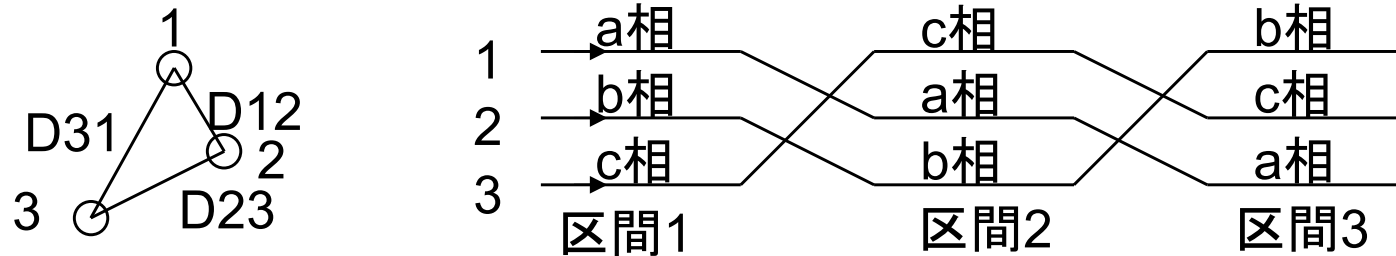
$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$



三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合，不等間隔配置となる



- a相の鎖交磁束

- 区間1 $\psi_{a1} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
- 区間2 $\psi_{a2} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$
- 区間3 $\psi_{a3} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3} \\ &= \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}\end{aligned}$$

- 三相交流 $I_a = -(I_b + I_c)$

$$\psi_a = \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\text{GMD} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$