

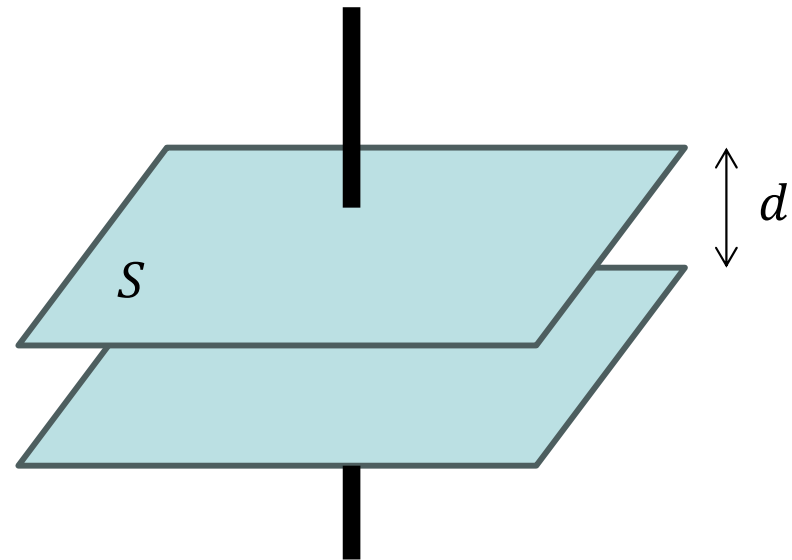
電力システム解析論

第4回 線路のキャパシタンス1

2023年11月14日

平行平板の静電容量

- C [F]: 平行板コンデンサの静電容量
- S [m²]: 平行板電極の面積
- d [m]: 板間距離
- ϵ_0 : 真空の誘電率
- ϵ_r : 比誘電率
- $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$: 誘電率
- $C = \epsilon \frac{S}{d}$



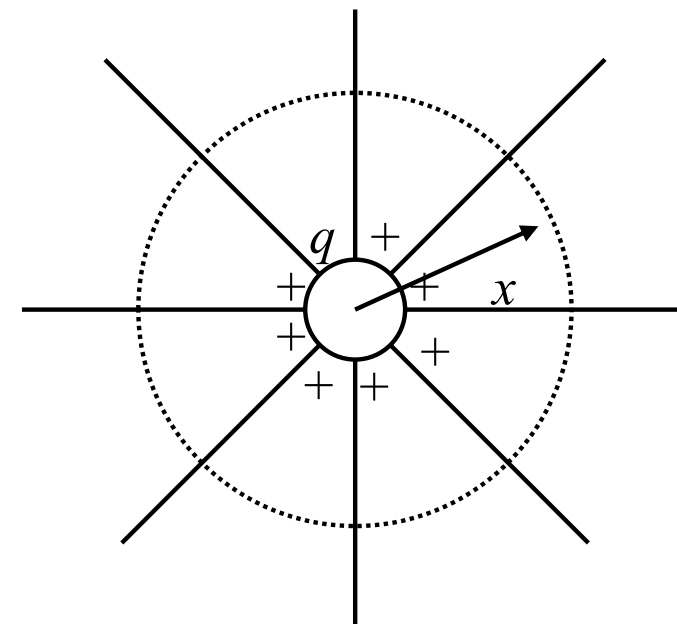
線路の静電容量 円柱導体の電界

- 一様媒体中の十分に長い真直ぐな円柱導体
 - 導体上に電荷が一様分布
 - 電束は放射状に伸びる
 - 円柱表面上の電位は同じ
 - 表面の電束密度同じ
- 中心から距離 x の位置における電束密度(単位長あたり)

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2$$

- q : 導体上の単位長あたり電荷
- 電界強度

$$e = \frac{q}{2\pi x \epsilon} \quad V/m$$



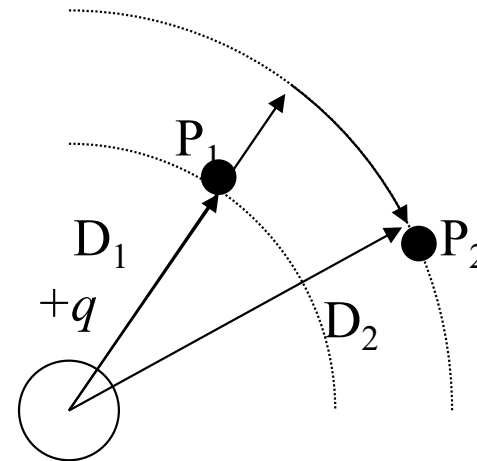
真空の誘電率 $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$

線路の静電容量

電荷による二点間の電位差

- 単位長当り電荷 q C/mを持つ円柱導体
- 点 P_1, P_2 は各々導体の中心から D_1, D_2 離れている
- P_1, P_2 間の電位差

$$\begin{aligned}v_{12} &= \int_{D_1}^{D_2} edx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \epsilon} dx \\ &= \frac{q}{2\pi \epsilon} [\log_e x]_{D_1}^{D_2} \\ &= \frac{q}{2\pi \epsilon} \log_e \frac{D_2}{D_1} \quad V\end{aligned}$$

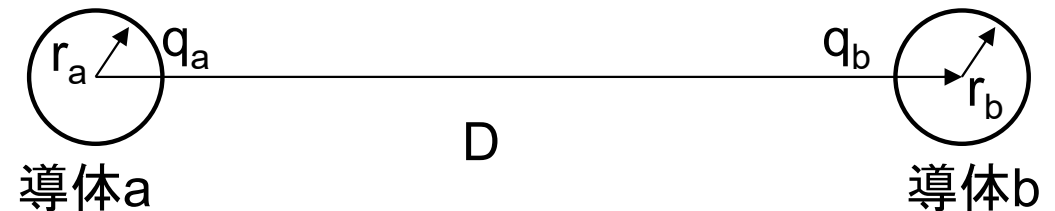


線路の静電容量

二線間の静電容量

- 二線間の静電容量の定義
 - 単位電位差あたりの導体上の電荷

$$C = \frac{q}{v} \quad F/m$$



- 二導体間の電位差

- 導体a上の電荷 q_a による電圧降下 $V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} \quad V$

- 導体b上の電荷 q_b による電圧降下 $V_b = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

- 重ね合わせ $V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} \quad V$

線路の静電容量

二線間の静電容量

- 二線が対になっている場合 $q_a = -q_b$

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r_a} - \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_b}{D} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b} \quad V$$

- 線間の静電容量

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{q_a}{\frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r_a r_b}} \quad F/m$$

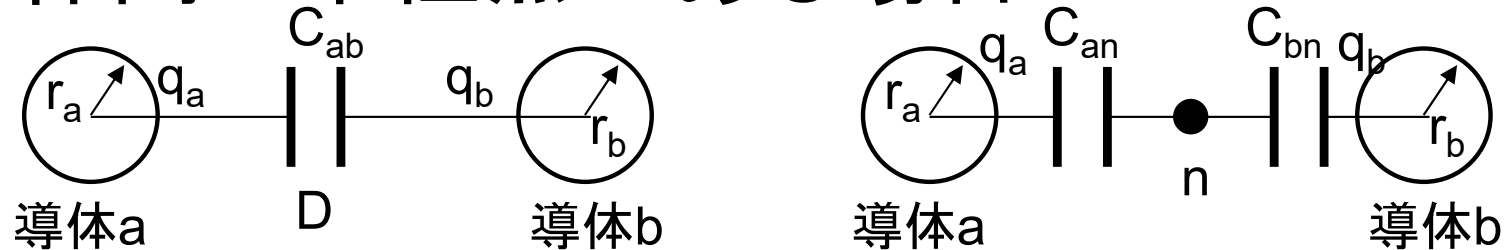
- 導体径が等しい場合 $r_a = r_b = r$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D^2}{r^2}} = \frac{2\pi\epsilon}{2 \log_e \frac{D}{r}} = \frac{\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

線路の静電容量

二線間の静電容量

- 導体間に中性点がある場合



$$C_n = C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

- 周波数 f におけるリアクタンス(比誘電率 $\epsilon_r=1$)

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2.862}{f} \times 10^9 \log_e \frac{D}{r} \quad \Omega m$$

線路の静電容量

等間隔配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D
- 導体 a, b 上の電荷 q_a, q_b による ab 間の電圧降下

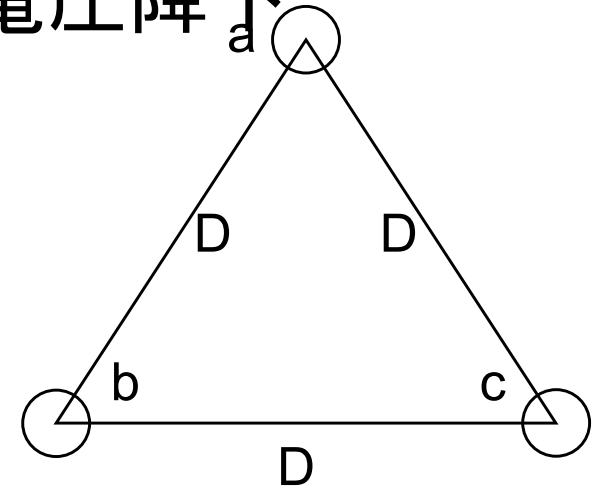
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 導体 c 上の電荷 q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体 a, b, c 上の電荷 q_a, q_b, q_c による ab 間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$



線路の静電容量

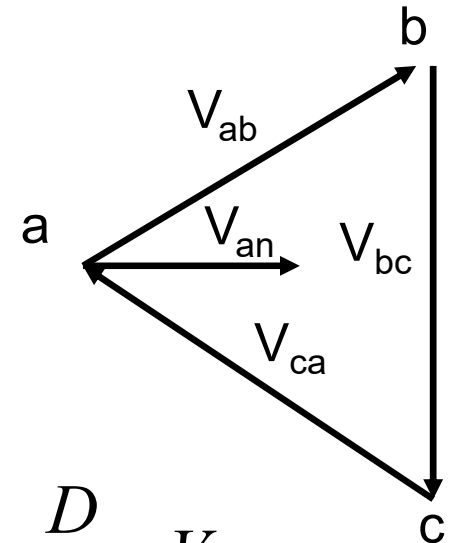
等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an} e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 + j0.5)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an} e^{-j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}V_{an} (0.866 - j0.5)$$

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \quad V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$



- 中性点に対する静電容量

導出は次ページ

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$

線路の静電容量

等間隔配置された三相線路

- 中性点に対する静電容量を求める
- 導体a,b,c上の電荷 q_a, q_b, q_c によるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 三相交流 $q_a = -q_b - q_c$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

線路の静電容量

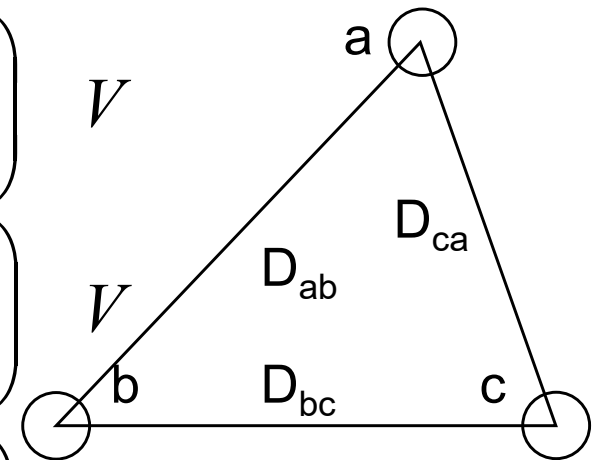
非対称配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D_{ab}, D_{bc}, D_{ca}
- 導体 a, b, c 上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \right) V$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{bc}} \right) V$$

$$V_{ca} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \right) V$$



線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
 - 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{array}{l} q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + q_a \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{bc}} \\ + q_b \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_a \log_e \frac{D_{ca}}{r} \end{array} \right) V$$

線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{1}{6\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc} D_{ca} D_{ab}}{D_{ca} D_{ab} D_{bc}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \\ D_{eq} &= \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \end{aligned}$$

線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) V$$

- 中性点に対する相電圧

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_b \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

線路の静電容量

非対称配置された三相線路

- 三相交流の条件 $q_a + q_b + q_c = 0$

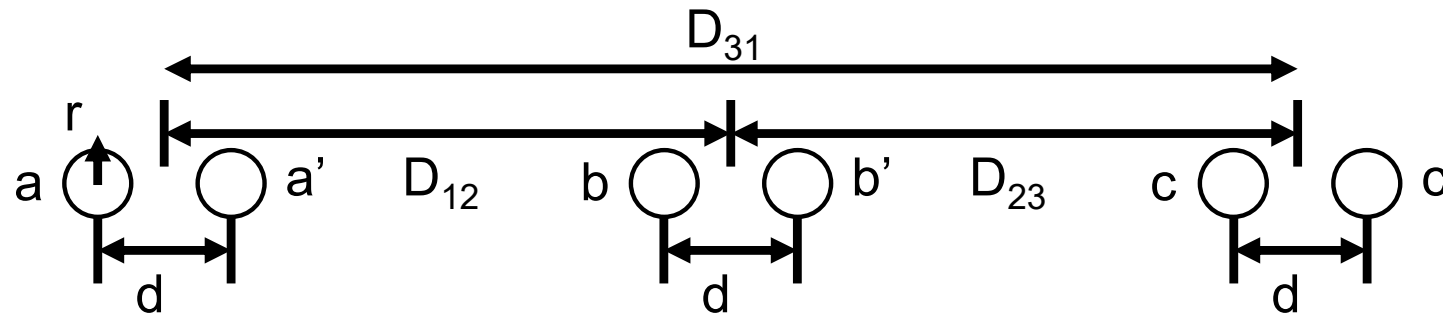
$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{3}{2\pi\epsilon} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

- 静電容量 $C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{r}}$

線路の静電容量 多導体送電線



- 二導体の三相回路

- $D_{12} \gg d$

- $D_{12} \pm d/2 \doteq D_{12}$

A相の電荷を q_a とし、
導体 a, a' に各々 $q_a/2$ の電荷を持つ

線路の静電容量

多導体送電線

- 相間電圧ab

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\begin{aligned} & \frac{q_a}{2} \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} + \log_e \frac{D_{12}}{d} \right] \\ & + \frac{q_b}{2} \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} + \log_e \frac{d}{D_{12}} \right] + \frac{q_c}{2} \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} + \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right] \end{aligned} \right) V$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \log_e \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right)$$

- 撚架した場合の対地静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}}$

線路の静電容量

多導体送電線

- インダクタンス導出時のGMRと同様に
 - 二導体 GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[4]{(rd)^2} = \sqrt{rd}$$

- 三導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$

- 四導体GMR

$$D_{sC}^b = \sqrt[16]{(r\sqrt{2}ddd)^4} \cong 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$

$$C_n = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{D_{sC}^b}}$$

