

電力システム解析論

第6回 クラーク座標法

2023年12月5日

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い
 - 相座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

- 対称座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix}$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \quad \dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

- 対称分の各相を独立に表現可能

- 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$

- 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$

- 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$

- 送電線の回路が簡単に描ける

クラーク座標法

α - β -0変換

- 対称座標法
 - 零, 正, 逆相
 - 変換に複素ベクトルを用いる
 - 交流回路(単一周波数)解析に適している
 - 実波形への適用が煩雑
 - 実波形を複素回転ベクトルに変換する必要あり
- クラーク座標法
 - α , β , 0成分
 - 変換は実数で行なう
 - 状態変数(電圧・電流等)は実数でも複素数でも可
 - 実波形の変換が簡単
 - 過渡解析への適用が容易

クラーク座標法の変換式

- 順変換

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

- 逆変換

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}$$

- 変換行列は実数行列

- V_a, V_b, V_c が実数なら V_α, V_β, V_0 も実数
- V_a, V_b, V_c が複素数なら V_α, V_β, V_0 も複素数

クラーク座標法の変換式の意味

- 各成分

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}$$

- α相成分

- A相に含まれる成分の-1/2がB,C相に分配される
 - A相にα成分が注入され, B,C相から半分ずつ帰ってくる

- β相成分

- B相に $\sqrt{3}/2$ 倍が注入され, C相から帰ってくる

- 0相成分

- A, B, C相各相に均等に流れる, 大地から帰ってくる
- 対称座標法の零相と同じ定義

対称座標法とクラーク座標法の変換量の比較

• 三相平衡な基本波電圧(実数)の変換

$$\begin{cases} v_a = V \sin \omega t \\ v_b = V \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ v_c = V \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{cases} \quad \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \sin \omega t \\ V \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ V \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} = \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \\ \sqrt{3} \{ \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \} \\ \sin \omega t + \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) + \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi + \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi \\ \sqrt{3} \{ \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi \} \\ \sin \omega t + \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi + \sin \omega t \cos \frac{2}{3}\pi + \cos \omega t \sin \frac{2}{3}\pi \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin \omega t(-\frac{1}{2}) - \sin \omega t(-\frac{1}{2}) \\ \sqrt{3} \{ -\cos \omega t(\frac{\sqrt{3}}{2}) - \cos \omega t(\frac{\sqrt{3}}{2}) \} \\ \sin \omega t + \sin \omega t(-\frac{1}{2}) + \sin \omega t(-\frac{1}{2}) \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ -\cos \omega t \\ 0 \end{bmatrix} \quad \leftarrow \begin{matrix} \beta \text{は} \alpha \text{の} \\ 90 \text{度遅れ} \end{matrix}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

- 相座標のインピーダンス

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha \\ \dot{V}_\beta \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha \\ \dot{V}_\beta \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

- クラーク座標のインピーダンス

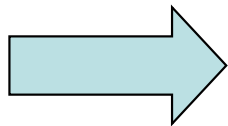
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha \\ \dot{V}_\beta \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

• クラーク座標のインピーダンス

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix}$$

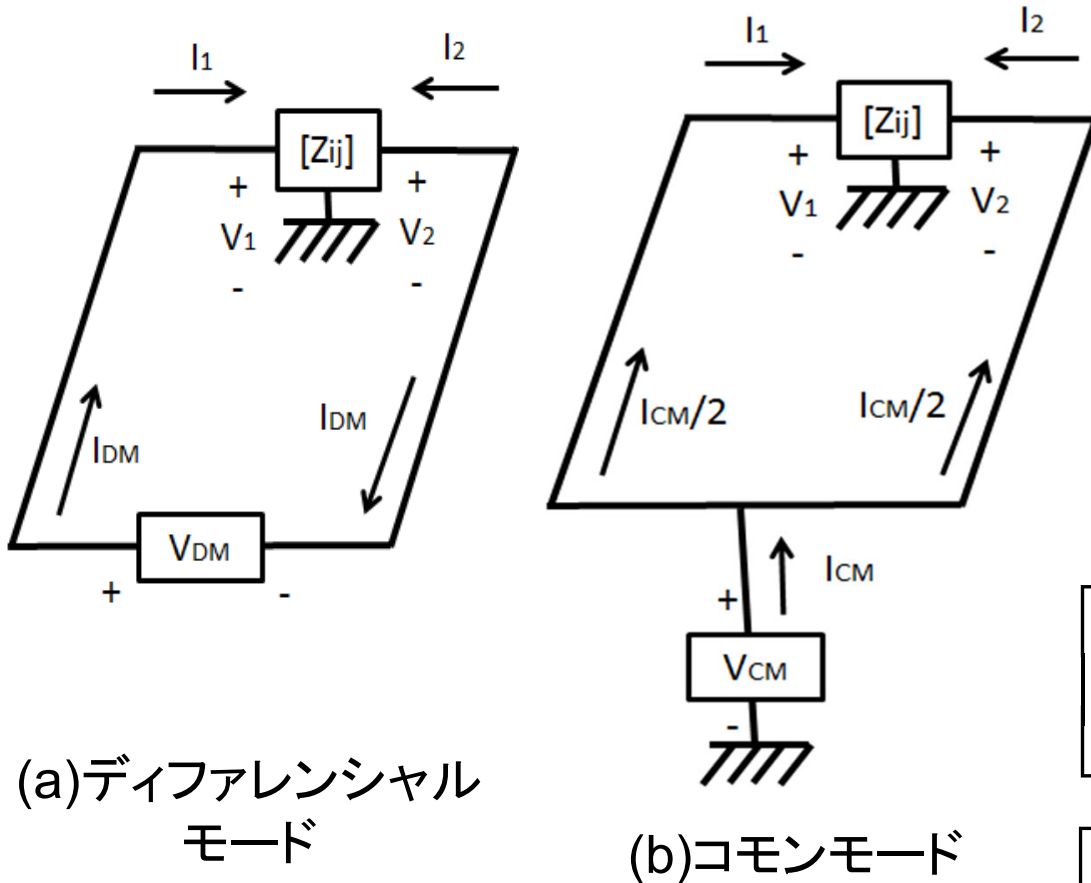
$$\begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha \\ \dot{V}_\beta \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$



対称座標
と同じ形

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix}$$

モードインピーダンス①



線路電流・電圧をコモンモード・ディファレンシャルモード電流・電圧で示す

$$I_1 = I_{DM} + I_{CM}/2 \quad V_1 = V_{DM}/2 + V_{CM}$$

$$I_2 = -I_{DM} + I_{CM}/2 \quad V_2 = -V_{DM}/2 + V_{CM}$$



行列表現

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{DM} \\ V_{CM} \end{bmatrix} = T_v \begin{bmatrix} V_{DM} \\ V_{CM} \end{bmatrix}$$

伝送線路系

モードインピーダンス②



インピーダンスZを成分に振り分ける

Z1・・・回路の行き線路のインピーダンス

Z2・・・回路の帰り線路のインピーダンス

Z3・・・回路からグラウンドに流れる線路のインピーダンス(寄生成分)

$$\begin{bmatrix} V_{DM} \\ V_{CM} \end{bmatrix} = T_V^{-1} [Z_{ij}] T_i \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & (Z_1 - Z_2)/2 \\ (Z_1 - Z_2)/2 & (Z_1 + Z_2 + 4Z_3)/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{DM} \\ I_{CM} \end{bmatrix}$$

$Z_1 = Z_2$ で各モードは独立となる

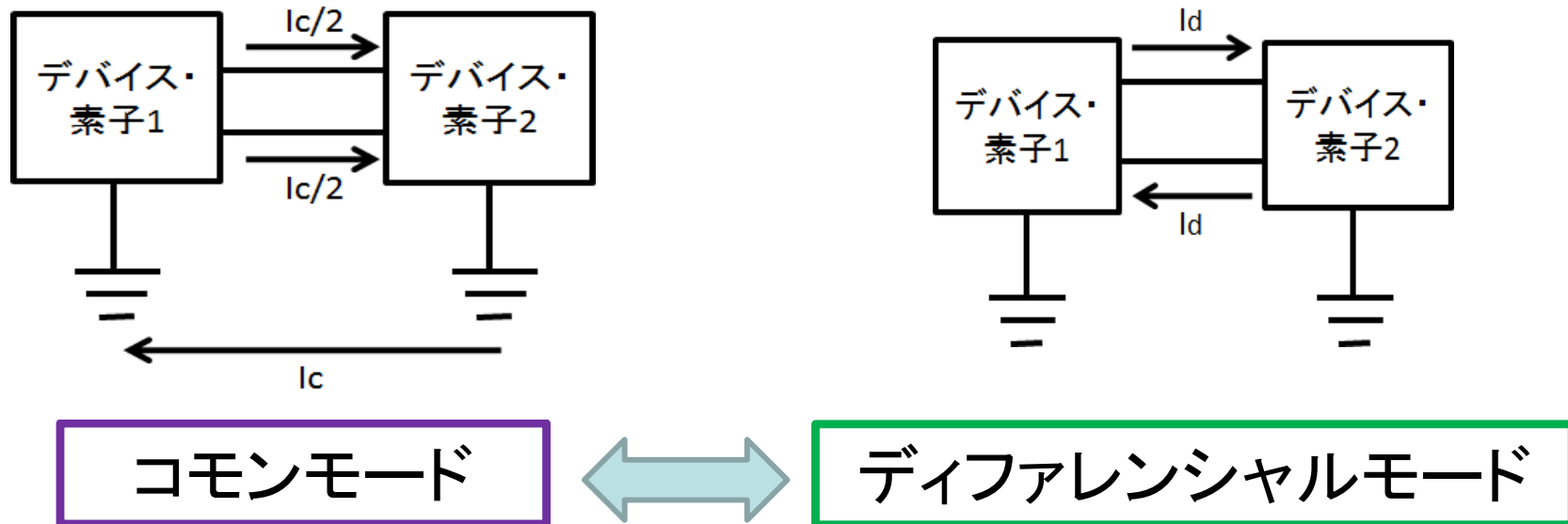
$$V_{DM} = (Z_1 + Z_2) I_{DM}$$

回路インピーダンスの平衡化を行うことで、
コモンモードノイズ抑制可能

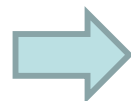
$$V_{CM} = (Z_1 + Z_2 + 4Z_3) I_{CM} / 4$$

LCL(CISPR16-1)

LCL(縦電圧変換損(不平衡減衰量): longitudinal conversion loss)
1あるいは2ポートの回路において、回路の端子の接続線に存在する縦方向(不平衡モード)信号によって、その端子に誘起する希望しない横方向(平衡モード)信号の程度を表す尺度(dB表示の比)



お互いが変換しあう



回路の対称化による変換の低減

モードインピーダンス③

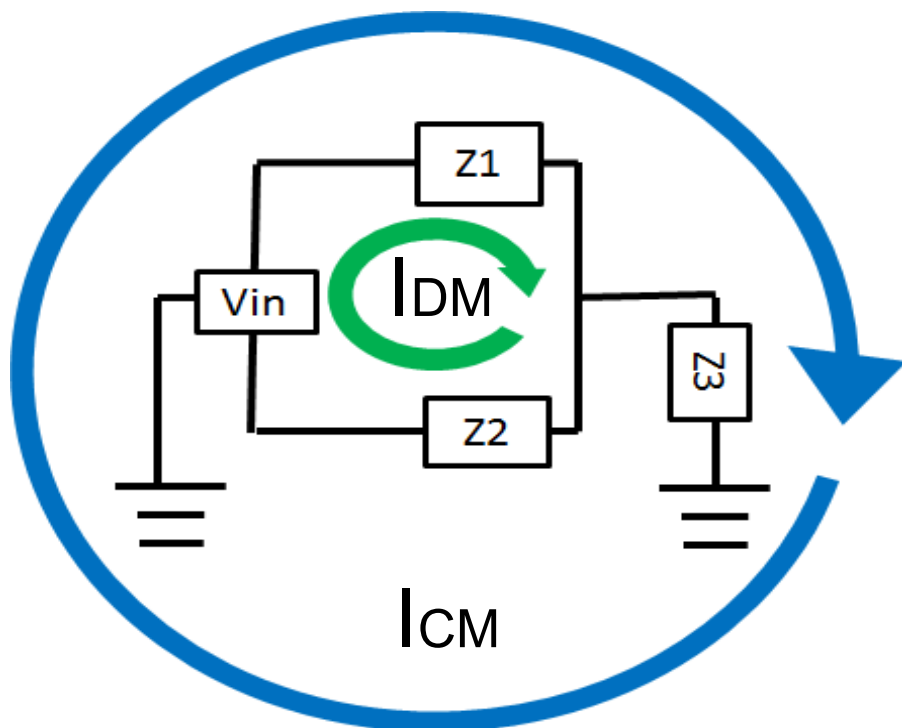
ディファレンシャルモードインピーダンス

$$Z_{DM} = Z_1 + Z_2$$

コモンモードインピーダンス

$$Z_{CM} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_3$$

Z_{CM}を大きくするとコモンモード電流が流れにくい
※例:コモンモードチョークコイル
※Z₃は主に寄生成分であり調整難



電流の流れ