回路とシステム
第七回
1ポート回路

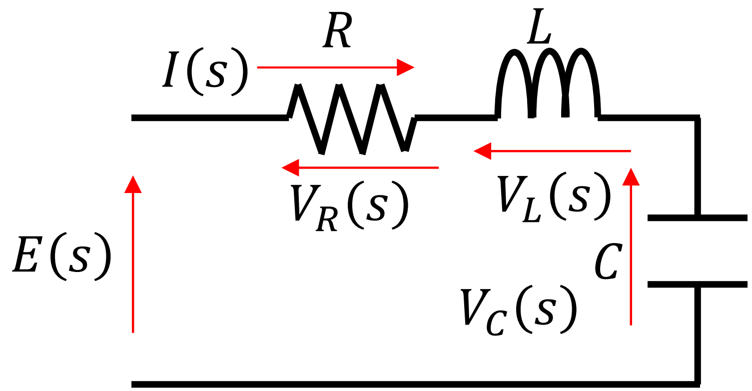
舟木　剛

2023年11月27日2限

講義計画

- 回路方程式　1回
  - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析　1回
- 線形回路の応答　2回
  - 零入力応答（重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性）
  - 零状態応答（伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答）
- １ポート回路　3回
  - テブナン・ノートンの定理
  - 安定性と正実性（開放安定性、短絡安定性、正実関数）
- ２ポート回路　4回
  - 2ポート回路の行列表現
  - 相反2ポート回路
  - 相互接続
  - 分布定数回路の等価回路（T形等価回路、π 形等価回路）
- 状態方程式による回路解析　2回
  - 状態方程式の導出（状態変数、状態方程式、出力方程式）
  - 状態方程式の解（零入力応答、零状態応答）
- 三相交流　1回
  - 平衡三相回路

回路の周波数応答



- 入力　電圧:$E(s)$
- 出力　電圧:$V_R(s)$
- 伝達関数:$H(s) = \dfrac{V_R(s)}{E(s)}$

$$= \frac{R}{R + sL + 1/(sC)} = \frac{CRs}{LCs^2 + CRs + 1}$$

- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$　　$\mathrm{Q} = \omega_0 \dfrac{L}{R}$
- $H(s) = \dfrac{(\omega_0/Q)s}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0{}^2}$

回路の周波数応答

- 周波数伝達関数:$H(j\omega) = \dfrac{(\omega_0/Q)j\omega}{(j\omega)^2+(\omega_0/Q)j\omega+{\omega_0}^2}$

$$= \frac{j\omega(\omega_0/Q)}{{\omega_0}^2 - \omega^2 + j\omega(\omega_0/Q)}$$

$$= \frac{j\omega(\omega_0/Q)\{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\omega(\omega_0/Q)\}}{\{{\omega_0}^2 - \omega^2 + j\omega(\omega_0/Q)\}\{{\omega_0}^2 - \omega^2 - j\omega(\omega_0/Q)\}}$$

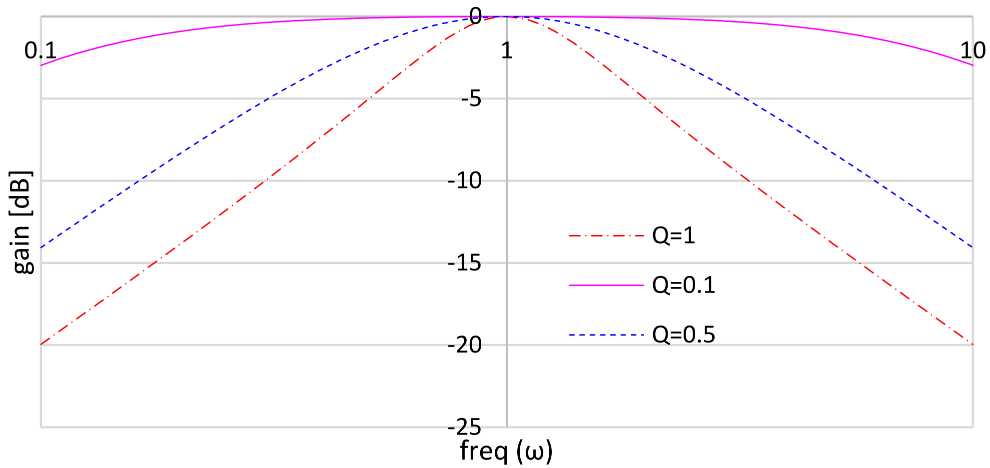
$$= \frac{\{\omega(\omega_0/Q)\} + j\omega(\omega_0/Q)\{{\omega_0}^2 - \omega^2\}}{\{{\omega_0}^2 - \omega^2\}^2 + \{\omega(\omega_0/Q)\}^2}$$

回路の周波数応答

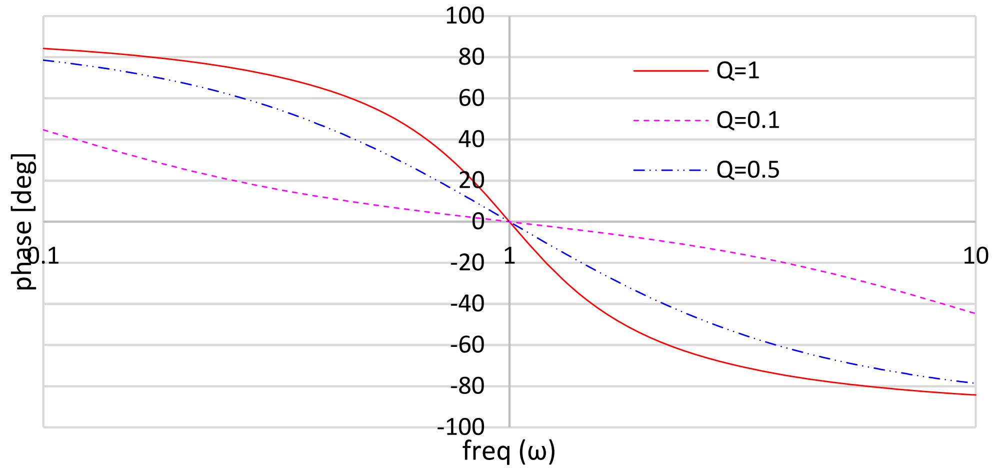
- ゲイン:$A(\omega) = \dfrac{(\omega_0/Q)\omega}{\sqrt{(\omega^2 - {\omega_0}^2)^2 + (\omega_0/Q)^2\omega^2}}$
  - $\omega = \omega_0$で最大値となる$A(\omega_0) = 1$
  - $A(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}A(\omega_0)$となる周波数
    - $\dfrac{(\omega_0/Q)\omega}{\sqrt{(\omega^2 - {\omega_0}^2)^2 + (\omega_0/Q)^2\omega^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
    - $\omega^2 \pm (\omega_0/Q)\omega - {\omega_0}^2 = 0$
    - $\omega = \dfrac{\omega_0}{2}\left\{\sqrt{\dfrac{1}{Q^2} + 4} \pm \dfrac{1}{Q}\right\}$

回路の周波数応答

ゲイン:$A(\omega) = \dfrac{(\omega_0/Q)\omega}{\sqrt{(\omega^2 - {\omega_0}^2)^2 + (\omega_0/Q)^2\omega^2}}$

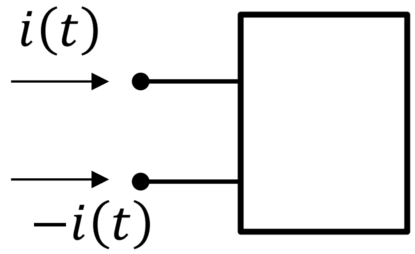


位相:$\tan^{-1}\dfrac{(\omega_0/Q)\omega({\omega_0}^2 - \omega^2)}{(\omega_0/Q)^2\omega^2}$

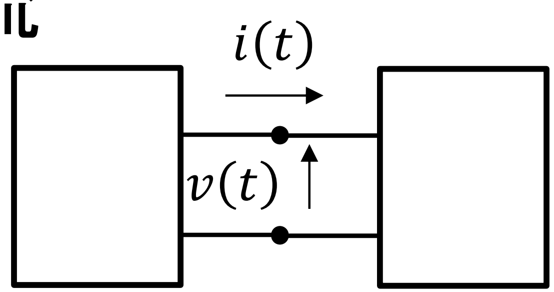


1ポート等価回路

- ポート条件
  - 2つの端子の電流の和が0
    - 端子対　⇔　ポート

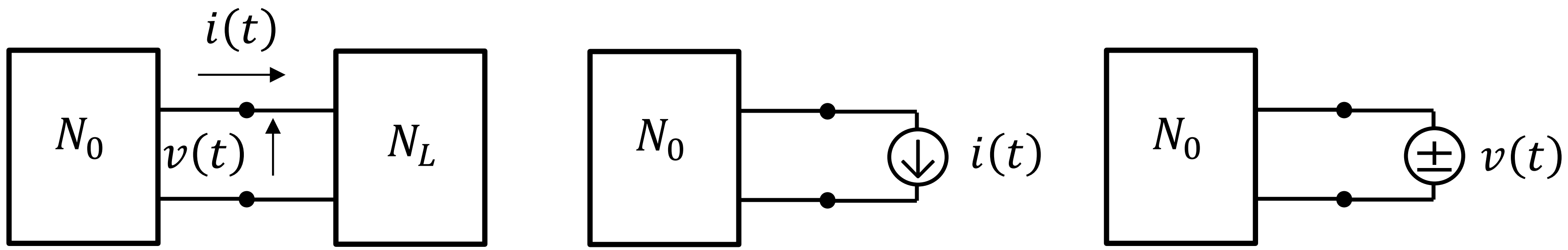


- ポートが1つの回路→1ポート回路
  - 2つの端子を介して2つの回路を接続
  - $v(t)$:端子間電圧　⇔　ポート電圧
  - $i(t)$:端子電流　⇔　ポート電流



代入定理

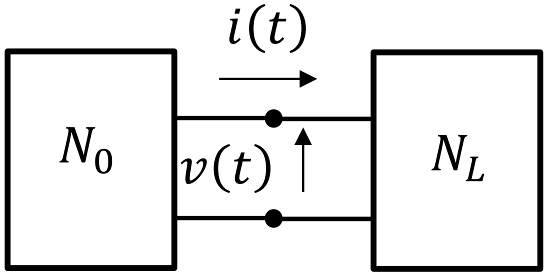
- 回路N_0と回路N_Lをポートを介して接続した回路N
  - 端子間電圧$v(t)$，端子電流$i(t)$
  - 回路N_Lは独立電源($v(t)$または$i(t)$)としてあらわすことができる
    - N_Lを枝とみなす
      - KCL,KVLを満たす

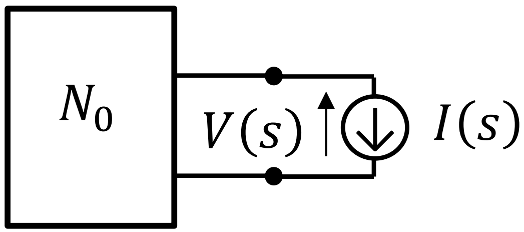


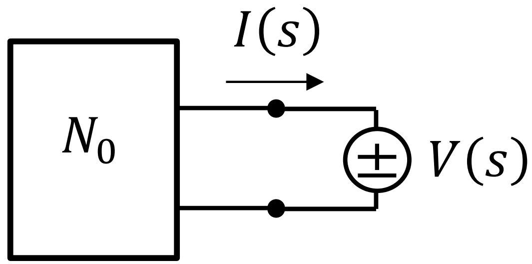
1ポート等価回路

- 線形時不変回路のラプラス変換
  - インピーダンス$Z(s)$ → $V(s) = Z(s)I(s)$
    - 零状態応答
    - 独立変数$I(s)$，従属変数$V(s)$
  - アドミタンス$Y(s)$ → $I(s) = Y(s)V(s)$
    - 零状態応答
    - 独立変数$V(s)$，従属変数$I(s)$

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$$

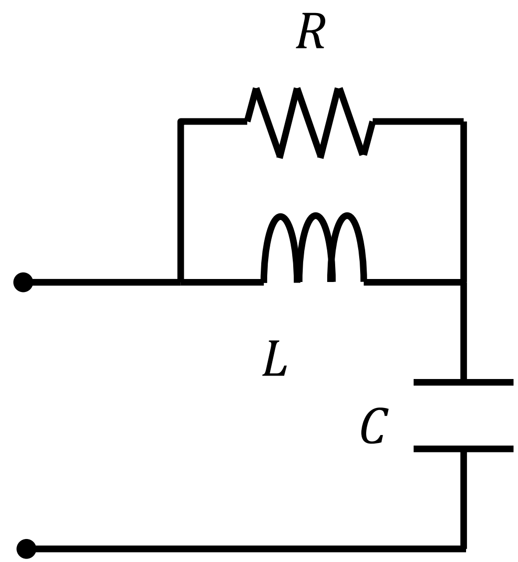




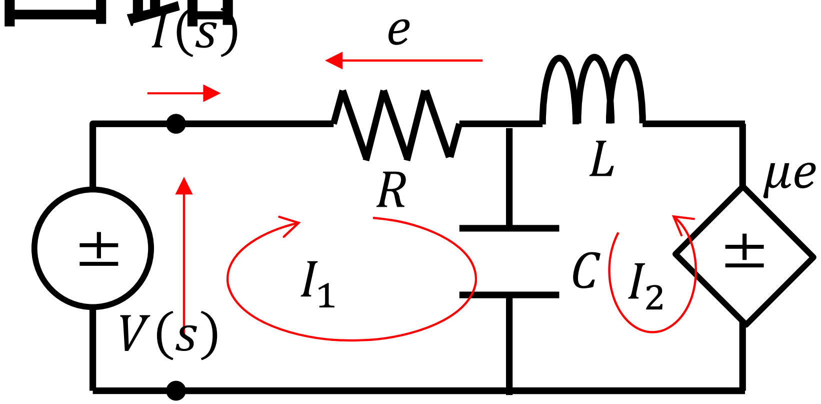


1ポート等価回路

- 実際の1ポート回路のインピーダンス
  - RL並列回路のインピーダンス
    - $\frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}} = \frac{sLR}{sL+R}$
  - 合成インピーダンス
    - $Z(s) = \frac{1}{sC} + \frac{sLR}{sL+R}$
  - 合成アドミタンス
    - $Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$



1ポート等価回路



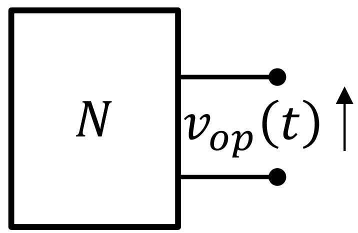
- 従属電源を含む場合
  - ループ電流I_1, I_2に対するKVL
    - $RI_1 + \frac{1}{sC}(I_1 + I_2) = V$
    - $\frac{1}{sC}(I_1 + I_2) + sLI_2 = \mu e = \mu RI_1$
      - $\left(\frac{1}{sC} + sL\right) I_2 = \left(-\frac{1}{sC} + \mu R\right) I_1 \rightarrow I_2 = \frac{-\frac{1}{sC}+\mu R}{\frac{1}{sC}+sL} I_1 = \frac{-1+sC\mu R}{1+s^2CL} I_1$
  - $RI_1 + \frac{1}{sC}\left(I_1 + \frac{-1+sC\mu R}{1+s^2CL} I_1\right) = V$
    - $\frac{sCR(1+s^2CL)+1+s^2CL-1+sC\mu R}{sC(1+s^2CL)} I_1 = V$

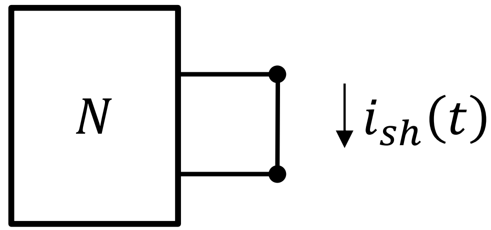
$\frac{sCR(1+s^2CL)+s^2CL+sC\mu R}{sC(1+s^2CL)} I_1 = V \quad \frac{R(1+s^2CL)+sL+\mu R}{(1+s^2CL)} I = V$

  - $Y = \frac{I}{V} = \frac{1+s^2CL}{s^2CLR+sL+R(1+\mu)}$

テブナン・ノートンの定理

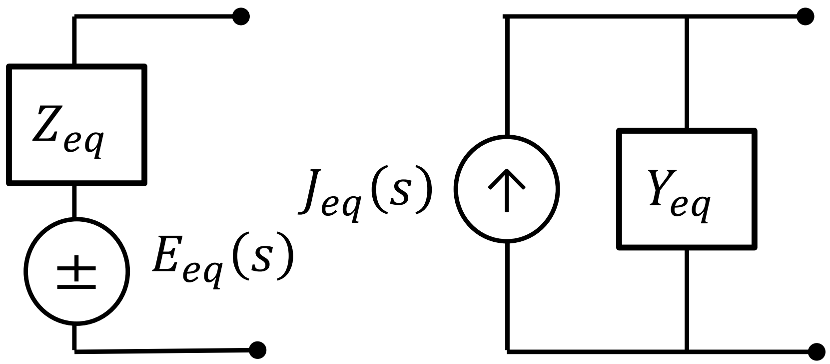
- 内部電源を持つ1ポート回路の等価回路表現
  - 1つのインピーダンスまたはアドミタンスと電源(電圧源または電流源)で表される
- 重要な関係
  - 開放電圧$v_{op}(t)$
    - ポートを開放した時の端子間電圧
  - 短絡電流$i_{sh}(t)$
    - ポートを短絡した時に流れる電流





テブナン・ノートンの定理

- 線形時不変回路でのラプラス変換
  - 電圧源$E_{eq}(s) = \mathcal{L}\left[v_{op}(t)\right]$
  - 電流源 $J_{eq}(s) = \mathcal{L}[i_{sh}(t)]$
  - 零状態の回路のポートから見たインピーダンスZ_{eq}，アドミタンスY_{eq}
  - テブナン等価回路
    - 電圧源で表す
  - ノートン等価回路
    - 電流源で表す



テブナン・ノートン変換

- テブナン等価回路の短絡電流
  - $I_{sh} = \frac{E_{eq}}{Z_{eq}} = \frac{V_{op}}{Z_{eq}}$
- ノートン等価回路の開放電圧
  - $V_{op} = \frac{J_{eq}}{Y_{eq}} = \frac{I_{sh}}{Y_{eq}}$
- 等価回路のインピーダンス
  - $Z_{eq} = \frac{V_{op}}{I_{sh}}$
- 等価回路のアドミタンス
  - $Y_{eq} = \frac{I_{sh}}{V_{op}}$