回路とシステム
第七回
1ポート回路

舟木　剛

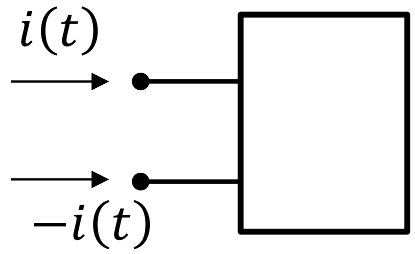
2025年12月1日2限

講義計画

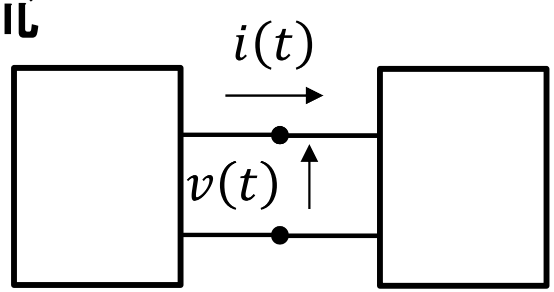
- 回路方程式　1回
  - 節点方程式と閉路方程式
- ラプラス変換による回路解析　1回
- 線形回路の応答　2回
  - 零入力応答（重ね合わせの理、零入力応答の時間応答、漸近安定性）
  - 零状態応答（伝達関数、重ね合わせの理、インパルス応答と合成積、安定伝達関数、周波数応答）
- １ポート回路　3回
  - テブナン・ノートンの定理
  - 安定性と正実性（開放安定性、短絡安定性、正実関数）
- ２ポート回路　4回
  - 2ポート回路の行列表現
  - 相反2ポート回路
  - 相互接続
  - 分布定数回路の等価回路（T形等価回路、π 形等価回路）
- 状態方程式による回路解析　2回
  - 状態方程式の導出（状態変数、状態方程式、出力方程式）
  - 状態方程式の解（零入力応答、零状態応答）
- 三相交流　1回
  - 平衡三相回路

1ポート等価回路

- ポート条件
  - 2つの端子の電流の和が0
    - 端子対 ⇔ ポート



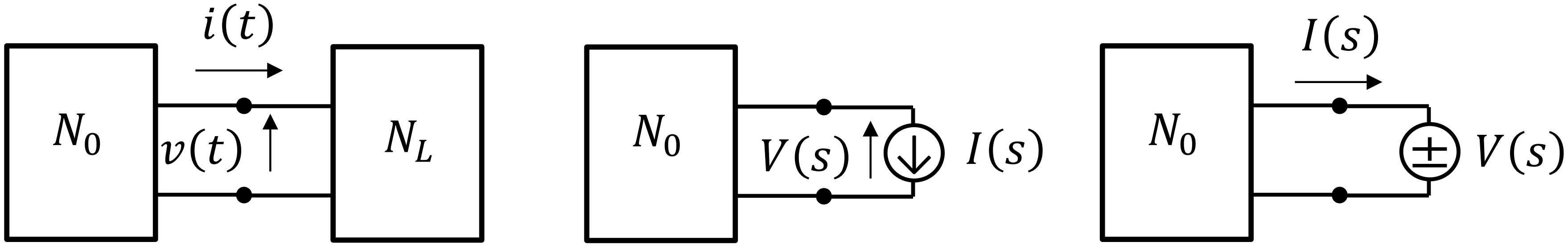
- ポートが1つの回路→1ポート回路
  - 2つの端子を介して2つの回路を接続
  - $v(t)$:端子間電圧 ⇔ ポート電圧
  - $i(t)$:端子電流 ⇔ ポート電流



1ポート等価回路

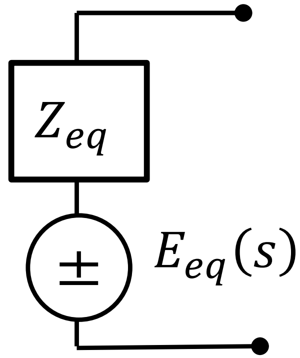
- 線形時不変回路のラプラス変換
  - インピーダンス$Z(s)$ → $V(s) = Z(s)I(s)$
    - 零状態応答
    - 独立変数$I(s)$，従属変数$V(s)$
  - アドミタンス$Y(s)$ → $I(s) = Y(s)V(s)$
    - 零状態応答
    - 独立変数$V(s)$，従属変数$I(s)$

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$$

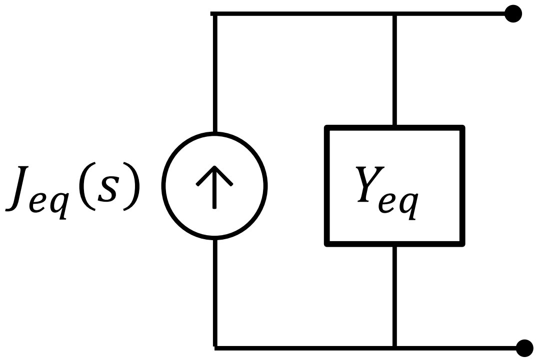


テブナン・ノートン等価回路

テブナン等価回路

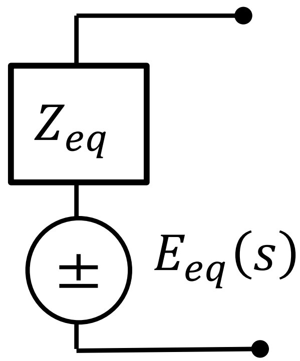


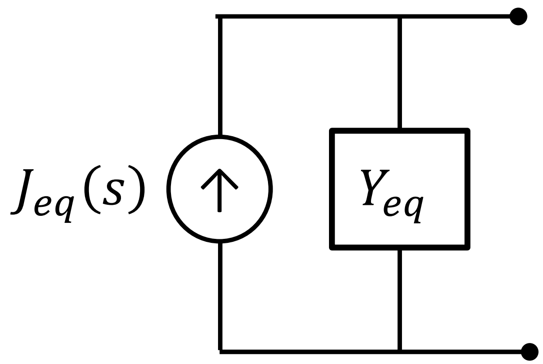
ノートン等価回路



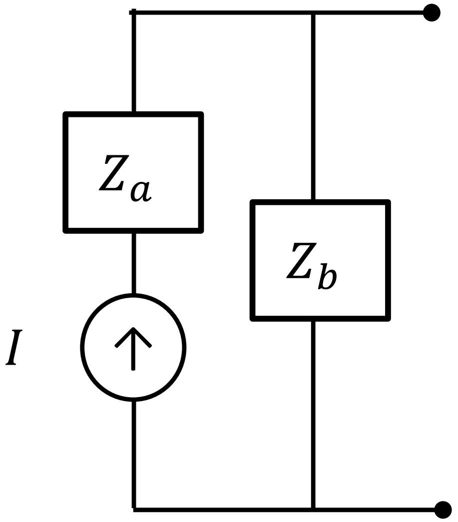
テブナン・ノートン変換

- テブナン等価回路の短絡電流
  - $I_{sh} = \frac{E_{eq}}{Z_{eq}} = \frac{V_{op}}{Z_{eq}}$
- ノートン等価回路の開放電圧
  - $V_{op} = \frac{J_{eq}}{Y_{eq}} = \frac{I_{sh}}{Y_{eq}}$
- 等価回路のインピーダンス
  - $Z_{eq} = \frac{V_{op}}{I_{sh}}$
- 等価回路のアドミタンス
  - $Y_{eq} = \frac{I_{sh}}{V_{op}}$





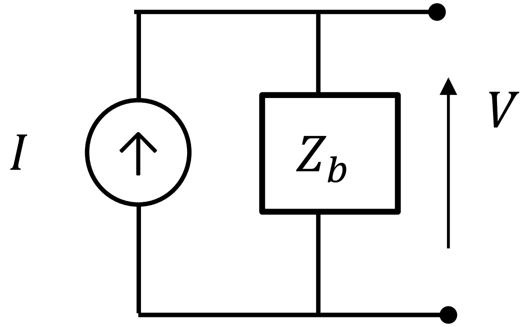
テブナン・ノートン回路

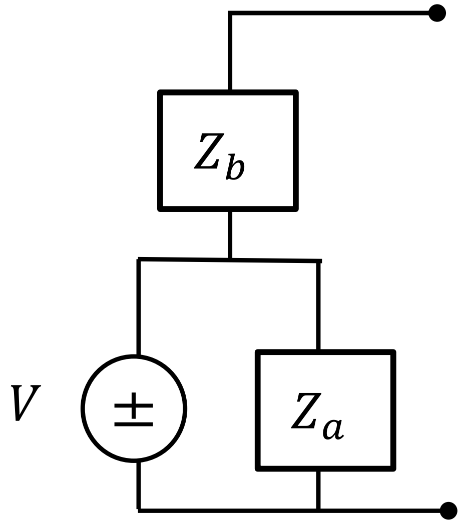


開放電圧: $V_{op} = Z_b I$

短絡電流: $I_{sh} = I$

内部インピーダンス: $Z = \frac{V_{op}}{I_{sh}} = Z_b$

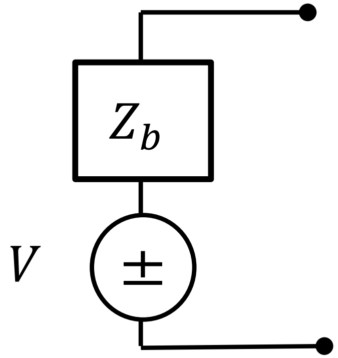




開放電圧: $V_{op} = V$

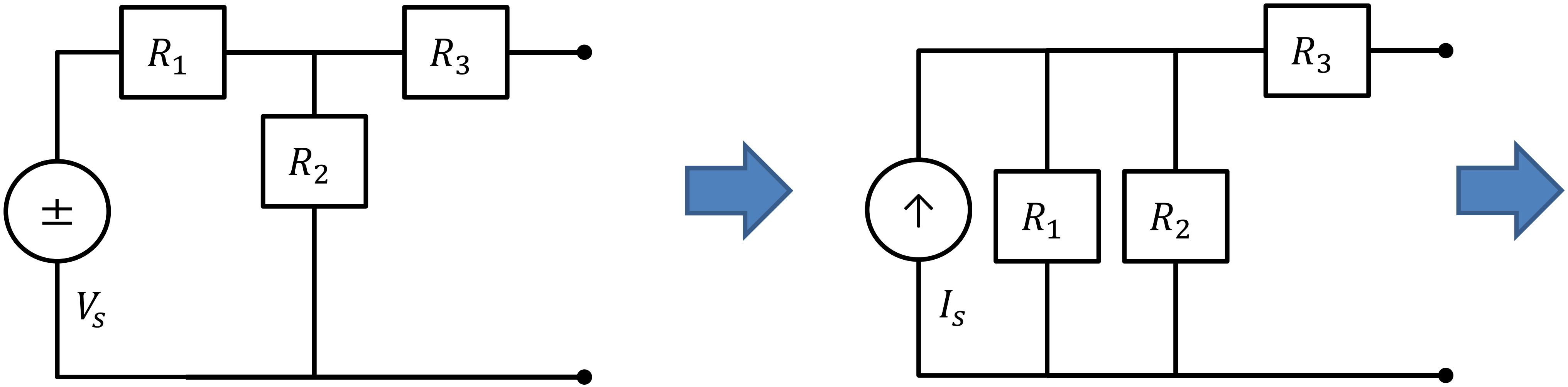
短絡電流: $I_{sh} = \frac{V}{Z_b}$

内部インピーダンス: $Z = \frac{V_{op}}{I_{sh}} = Z_b$



テブナン·ノートン回路

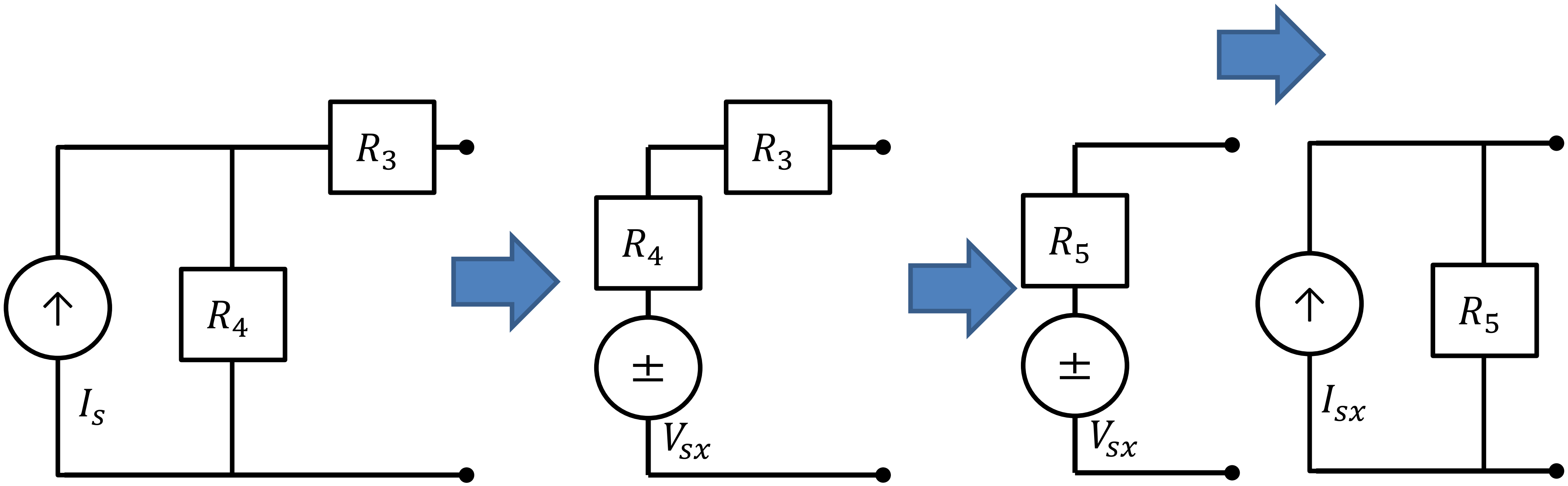
例1



$$I_s = \frac{V_s}{R_1}$$

テブナン・ノートン回路

例1



$$R_4 = R_1 // R_2$$

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

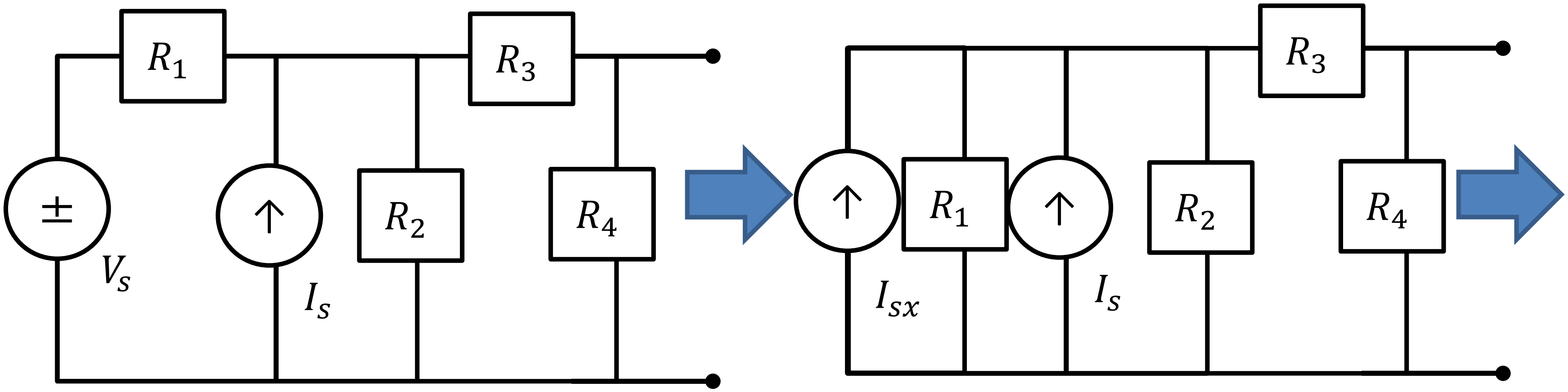
$$V_{sx} = R_4 I_s$$

$$R_5 = R_3 + R_4$$

$$I_{sx} = \frac{V_{sx}}{R_5}$$

テブナン・ノートン回路

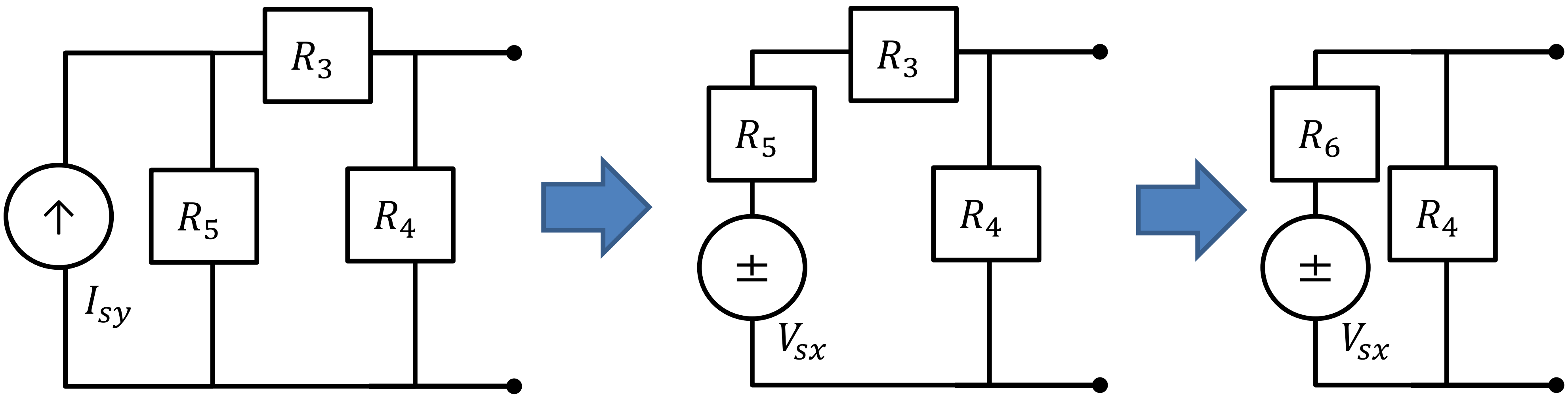
例2



$$I_{sx} = \frac{V_s}{R_1}$$

テブナン・ノートン回路

例2



$$I_{sy} = I_s + I_{sx}$$

$$R_5 = R_1 // R_2$$

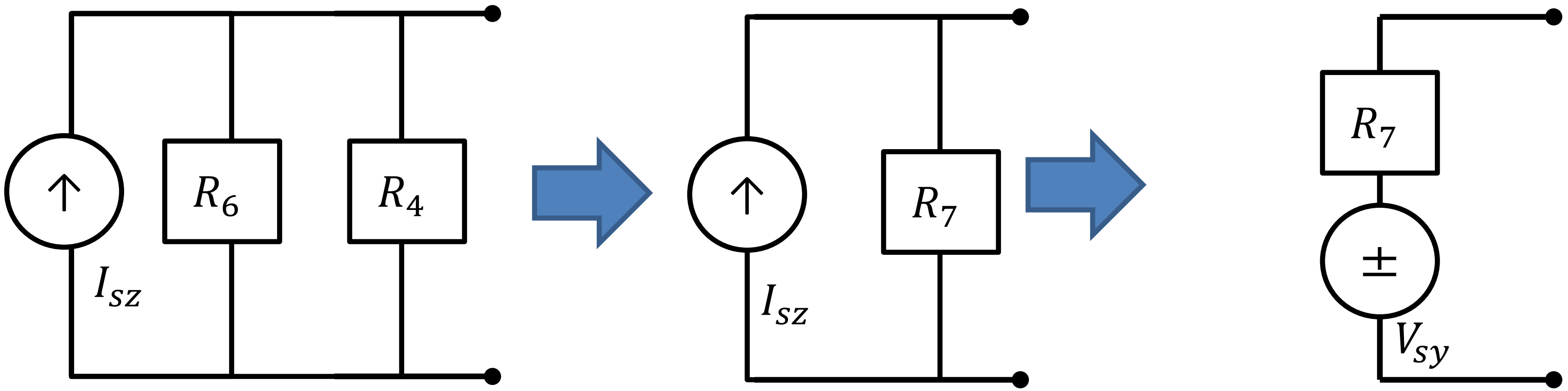
$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$V_{sx} = R_5 I_{sy}$$

$$R_6 = R_3 + R_5$$

テブナン・ノートン回路

例2



$$I_{sz} = \frac{V_{sx}}{R_6}$$

$$R_7 = R_4 // R_6$$

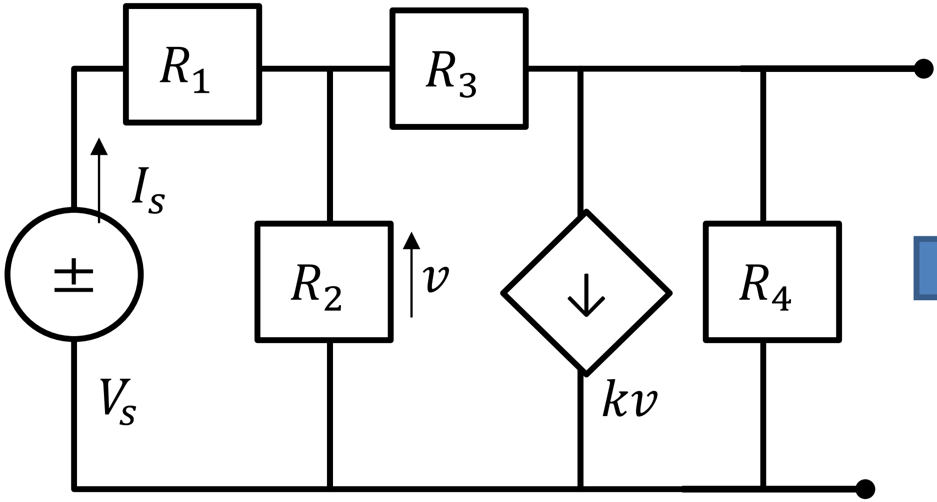
$$\frac{1}{R_7} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6}$$

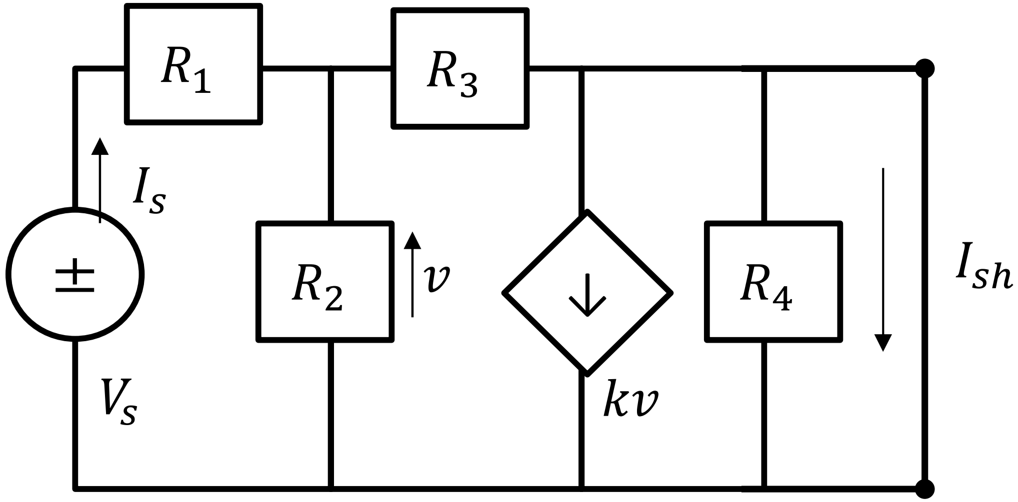
$$V_{sy} = R_7 I_{sz}$$

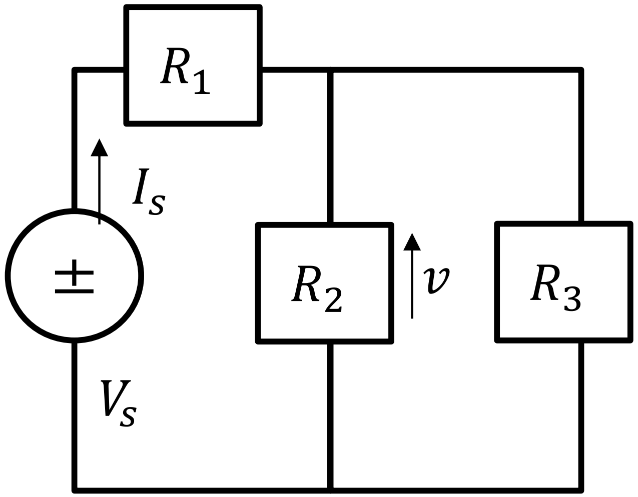
テブナン·ノートン回路

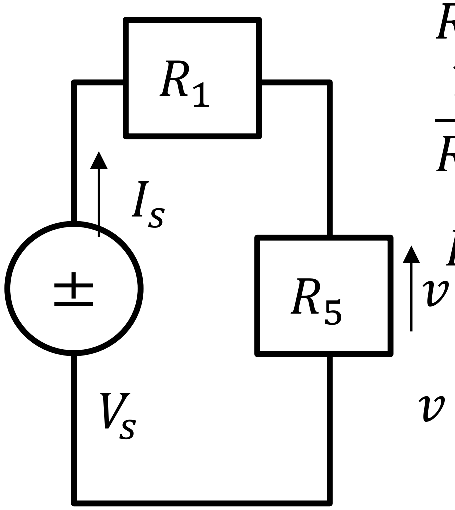
例3

ノートン等価回路の
短絡電流I_{sh}を求める









$$R_5 = R_2 // R_3$$

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$I_s = \frac{V_s}{R_1 + R_5}$$

$$v = \frac{R_5}{R_1 + R_5} V_s$$

$$kv = k \frac{R_5}{R_1 + R_5} V_s$$

$$\begin{aligned} I_{sh} &= I_s - kv - \frac{v}{R_2} \\ &= \frac{V_s}{R_1 + R_5} - \left(k + \frac{1}{R_2}\right) \frac{R_5}{R_1 + R_5} V_s \\ &= \frac{V_s}{R_1 + R_5} \left(1 - kR_5 - \frac{R_5}{R_2}\right) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
I_{sh} &= \frac{V_s}{R_1 + R_5}\left(1 - kR_5 - \frac{R_5}{R_2}\right) \\
&= \frac{V_s}{R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}}\left(1 - k\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} - \frac{\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}}{R_2}\right) \\
&= \frac{V_s(R_2 + R_3)}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}\left(\frac{R_2(R_2 + R_3)}{R_2(R_2 + R_3)} - k\frac{{R_2}^2R_3}{R_2(R_2 + R_3)} - \frac{R_2R_3}{R_2(R_2 + R_3)}\right) \\
&= \frac{V_s(R_2 + R_3)}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}\left(\frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3} - k\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} - \frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \frac{V_s(R_2 + R_3)}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}\left(\frac{R_2 + R_3 - kR_2R_3 - R_3}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \frac{V_s(R_2 + R_3)}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}\left(\frac{R_2 - kR_2R_3}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \frac{V_s(R_2 + R_3)R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}\left(\frac{1 - kR_3}{R_2 + R_3}\right) \\
&= \frac{V_sR_2(1 - kR_3)}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3} \\
&= \frac{V_sR_2(1 - kR_3)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}
\end{aligned}
$$

$$V_s = R_1 I_1 + R_2(I_1 + I_2)$$
$$V_s = I_1(R_1 + R_2) + I_2 R_2$$

$$R_2(I_1 + I_2) = kvR_4 - (R_3 + R_4)I_2$$
$$v = R_2(I_1 + I_2)$$

$$R_2(I_1 + I_2) = kR_2(I_1 + I_2)R_4 - (R_3 + R_4)I_2$$
$$I_1\,(R_2 - kR_2R_4) + I_2\,(R_2 - kR_2R_4 + R_3 + R_4) = 0$$
$$I_1R_2(1 - kR_4) + I_2\,[R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4] = 0$$

$$I_1 = -I_2\,\frac{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4}{R_2(1 - kR_4)}$$

$$V_s = -I_2\,\frac{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4}{R_2(1 - kR_4)}(R_1 + R_2) + I_2R_2$$
$$= I_2\left[R_2 - \frac{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4}{R_2(1 - kR_4)}(R_1 + R_2)\right]$$

$$V_s = I_2 \frac{{R_2}^2(1-kR_4) - \{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4\}(R_1+R_2)}{R_2(1-kR_4)}$$
$$= I_2 \frac{-(R_3+R_4)(R_1+R_2) - \{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4\}R_1}{R_2(1-kR_4)}$$

$$I_2 = V_s \frac{R_2(1-kR_4)}{-(R_3+R_4)(R_1+R_2) - \{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4\}R_1}$$

$$I_1 = -I_2 \frac{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4}{R_2(1-kR_4)}$$
$$= -V_s \frac{R_2(1-kR_4)}{-(R_3+R_4)(R_1+R_2) - \{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4\}R_1} \frac{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4}{R_2(1-kR_4)}$$
$$= V_s \frac{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4}{(R_3+R_4)(R_1+R_2) + \{R_2(1-kR_4)+R_3+R_4\}R_1}$$

$$
\begin{aligned}
V_{op} &= kvR_4 - R_4 I_2 \\
&= kR_2(I_1 + I_2)R_4 - R_4 I_2 \\
&= kR_2R_4V_s \frac{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&+ (kR_2 - 1)R_4V_s \frac{R_2(1 - kR_4)}{-(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) - \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&= kR_2R_4V_s \frac{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&- (kR_2 - 1)R_4V_s \frac{R_2(1 - kR_4)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&= V_s \frac{kR_2R_4\{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\} - (kR_2 - 1)R_4R_2(1 - kR_4)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&= V_sR_2R_4 \frac{k\{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\} - (kR_2 - 1)(1 - kR_4)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&= V_sR_2R_4 \frac{k(R_3 + R_4) + (1 - kR_4)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1} \\
&= \frac{V_sR_2R_4(1 + kR_3)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1}
\end{aligned}
$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{op}}{I_{sh}} = \frac{\dfrac{V_s R_2 R_4 (1 + kR_3)}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + \{R_2(1 - kR_4) + R_3 + R_4\}R_1}}{\dfrac{V_s R_2 (1 - kR_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}}$$