パワーエレクトロニクス
第三回　半波整流回路

2026年4月22日

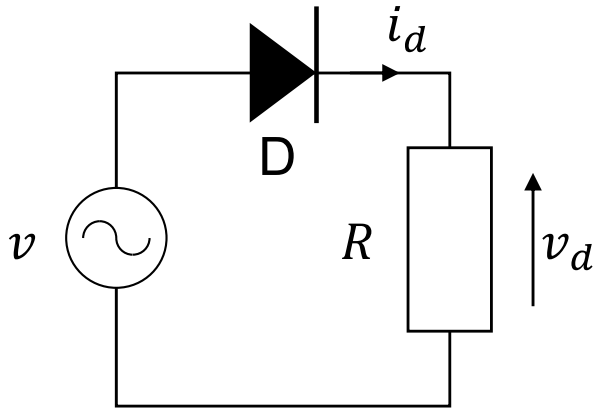
授業の予定

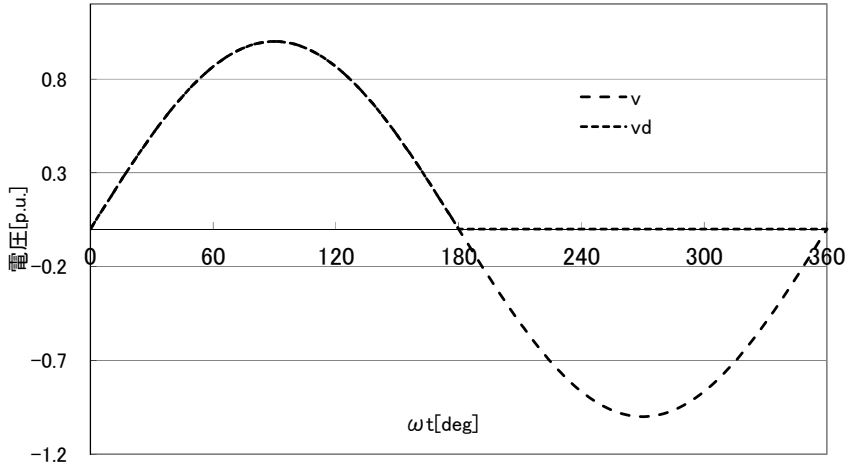
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

半波整流回路

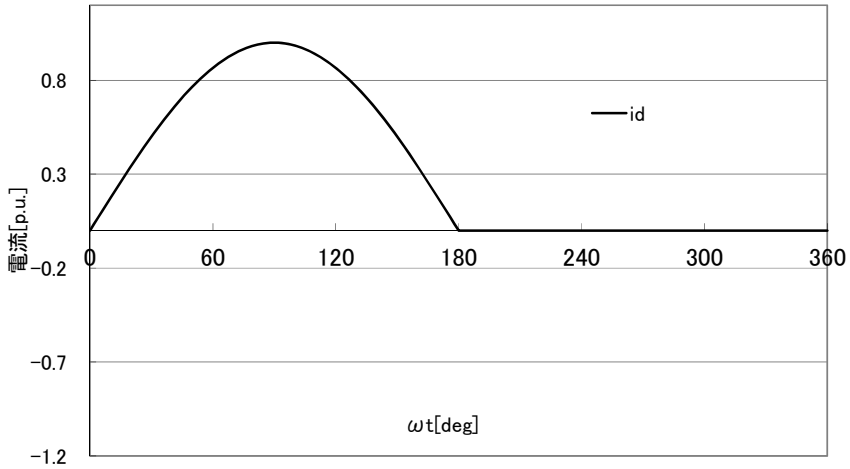
- 負荷条件
  - 抵抗負荷
  - 誘導負荷
  - 容量負荷
- 導通状態
  - 点弧角
  - 消弧角
- 出力
  - 電圧
  - 高調波
  - 歪率
  - 力率

ダイオード整流回路
半波整流回路





- 抵抗負荷
  - 電源交流電圧
    $v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$
  - 導通:$v(t) > 0 \left(0 < t < \frac{\pi}{\omega}\right)$
  - 遮断:$v(t) < 0 \left(\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}\right)$



ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- 負荷直流電圧平均値
  - $V_d = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt = \frac{1}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} v(t)dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 0dt\right\}$

$$= \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin\omega t\, dt = \frac{\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t\, dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[-\frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\{-\cos\pi + \cos 0\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\{1+1\} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}$$

- 直流電流の平均値
  - $I_d = \frac{V_d}{R} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi R}$

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- 出力電圧に含まれる高調波
  - $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt = V_d = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}$
    - $b_0 = 0$
    - $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin\omega t \cos\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0 \cos\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t \cos\omega t\, dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\sin 2\omega t}{2} dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{-\cos 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{2\omega T}\{-\cos 2\pi + 1\} = \frac{\sqrt{2}V}{4\pi}\{-1+1\} = 0$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- $b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin\omega t\,dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V\sin\omega t\sin\omega t\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t\sin\omega t\,dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2}\,dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\frac{T}{2} - 0 - \frac{\sin 2\pi - 0}{2\omega}\right\} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- $a_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos i\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin\omega t \cos i\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0 \cos i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t \cos i\omega t\, dt$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2}\, dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\frac{-\cos(1+i)\pi + 1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)\pi + 1}{1-i}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1-(-1)^{1+i}}{1+i} + \frac{1-(-1)^{1-i}}{1-i}\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- $i = 2k$の場合
  - $a_{2k} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1-(-1)^{1+2k}}{1+2k} + \frac{1-(-1)^{1-2k}}{1-2k}\right\} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1+1}{1+2k} + \frac{1+1}{1-2k}\right\} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\left\{\frac{1}{1+2k} + \frac{1}{1-2k}\right\}$
- $i = 2k + 1$の場合
  - $a_{2k+1} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1-(-1)^{1+2k+1}}{1+2k+1} + \frac{1-(-1)^{1-2k-1}}{1-2k-1}\right\} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1-1}{2+2k} + \frac{1-1}{-2k}\right\} = 0$
- 上下非対称なので偶数次高調波がでる

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

- $b_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin i\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} \sqrt{2}V \sin\omega t \sin i\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0 \sin i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t \sin i\omega t\, dt$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2}\, dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

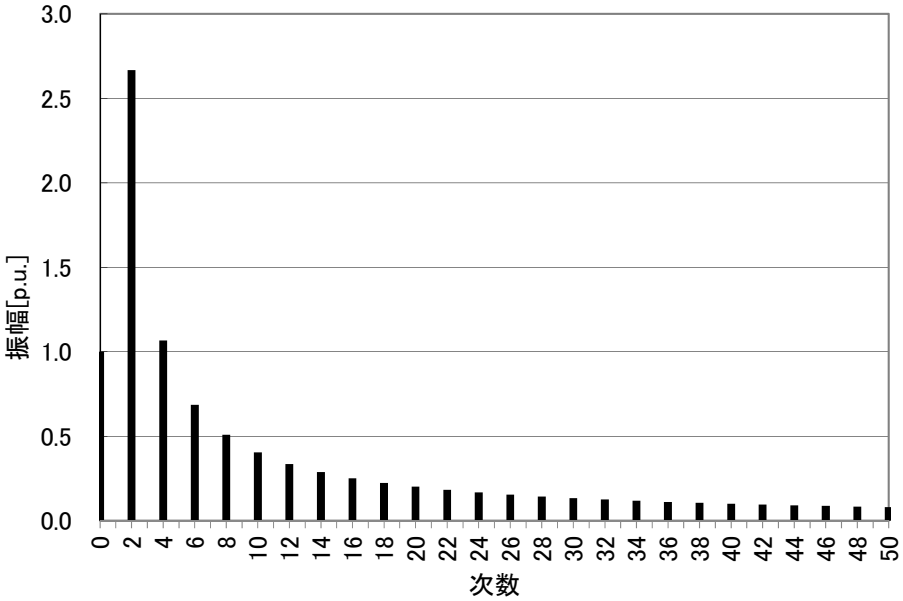
$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\frac{\sin(1-i)\pi - 0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)\pi - 0}{1+i}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\frac{0-0}{1-i} - \frac{0-0}{1+i}\right\} = 0$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　抵抗負荷

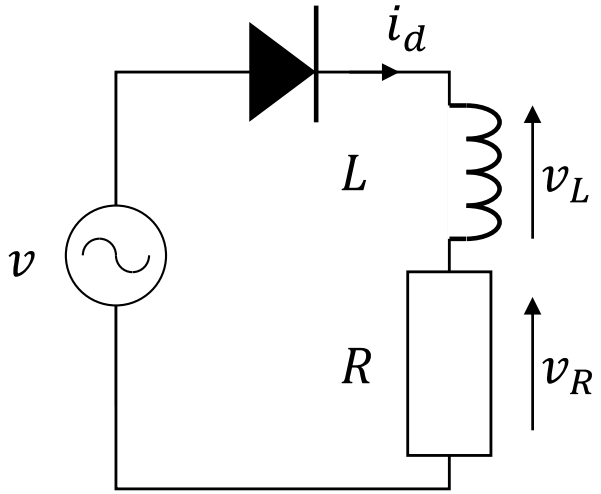
- 直流電圧脈動率
  - (最大電圧-最小電圧)/
    平均電圧
  - $\frac{\sqrt{2}V-0}{V_d}=\frac{\sqrt{2}V}{\frac{\sqrt{2}V}{\pi}}=\pi$

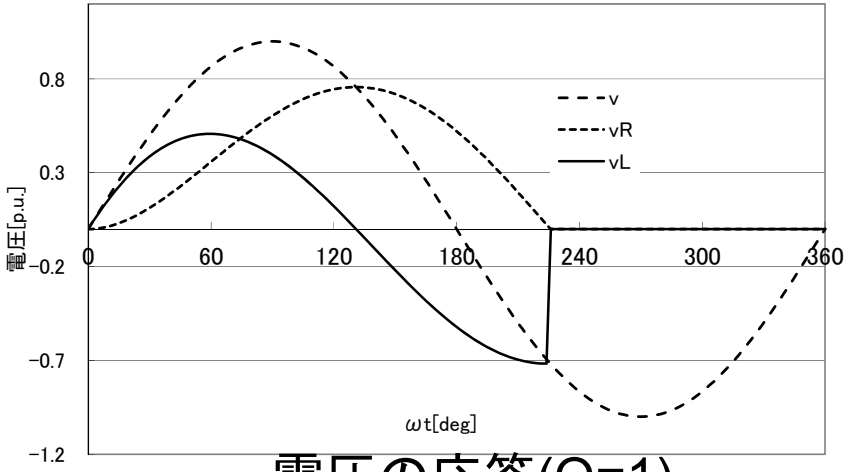
基本波周波数成分$(i=1)$はb_1にのみ現れる
高調波に対応する$b_i(i>1)$の成分は無い
基本波成分はa_1存在しない
高調波成分a_iは 奇数は$a_i=0$,偶数は存在
　出力波形が上下非対称振幅は高調波の
　次数iに反比例



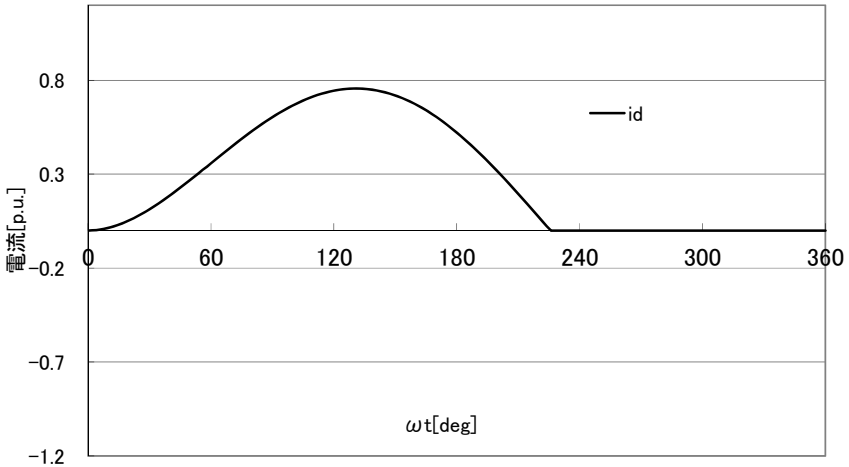
負荷電圧の周波数スペクトル

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

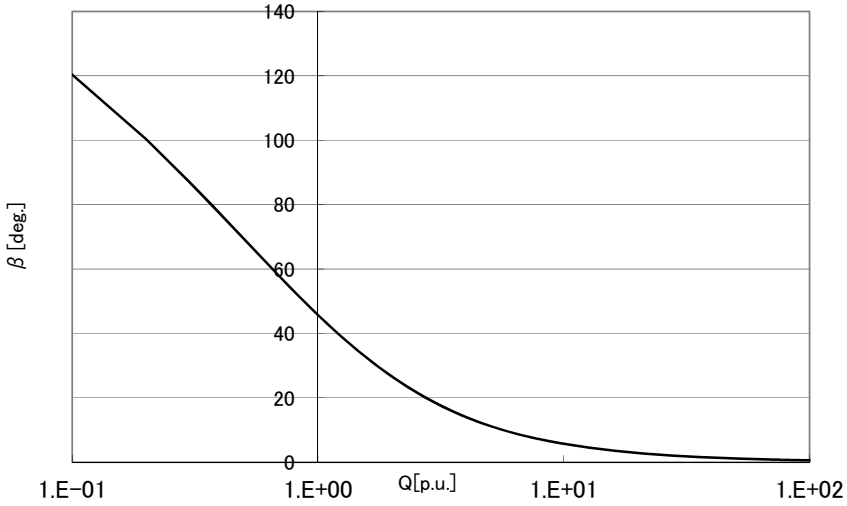




電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)



負荷のQ値に対する消弧角

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- 電源電圧vはRとLで分担
  - $v_R = Ri_d$
  - $v_L = L\dfrac{di_d}{dt}$
- 導通状態のKVL(t=0で導通開始)
  - $v = v_R + v_L = Ri_d + L\dfrac{di_d}{dt}$　　$v(t) = \sqrt{2}V\sin\omega t$
    - 電流初期値:0
    - $\sqrt{2}V\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2} = RI_d + LsI_d$
    - $I_d = \sqrt{2}V\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}\dfrac{1}{Ls+R}$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- $I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{\omega L}{s+\frac{R}{L}} - \omega L\frac{s}{s^2+\omega^2} + R\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right)$
- $i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\omega L e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L\cos\omega t + R\sin\omega t\right)$

  $= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos\omega t\right) + R\sin\omega t\right]$
  - $i_d(t_{off}) = 0$となる時点で遮断状態に遷移
    - 消弧角: $\omega t_{off} = \pi + \beta$
  - $i_d(t_{off}) = i_d\left(\frac{\pi+\beta}{\omega}\right)$

    $= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left\{e^{-\frac{R\pi+\beta}{L\ \omega}} - \cos(\pi+\beta)\right\} + R\sin(\pi+\beta)\right]$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- $\omega L\left\{e^{-\frac{R\pi+\beta}{L\ \omega}}-\cos(\pi+\beta)\right\}+R\sin(\pi+\beta)=0$
- $e^{-\frac{R(\pi+\beta)}{\omega L}}+\cos\beta-\frac{R}{\omega L}\sin\beta=0$
  - 超越方程式→収束計算で解を求める
- $i_d\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{2\pi R}{\omega L}}-\cos 2\pi\right)+R\sin 2\pi\right]<0$
- $e^{-\frac{2\pi R}{\omega L}}-1<0$
- 電流i_dは$t<\frac{2\pi}{\omega}$で0まで低下，ダイオードは遮断状態に遷移

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- インダクタに印加されている電圧
  - $v_L = L\frac{di_d}{dt}$

$$= \frac{\sqrt{2}VL}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(-\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t}+\omega\sin\omega t\right)+R\omega\cos\omega t\right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left[-Re^{-\frac{R}{L}t}+\omega L\sin\omega t+R\cos\omega t\right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left[R\left(-e^{-\frac{R}{L}t}+\cos\omega t\right)+\omega L\sin\omega t\right]$$

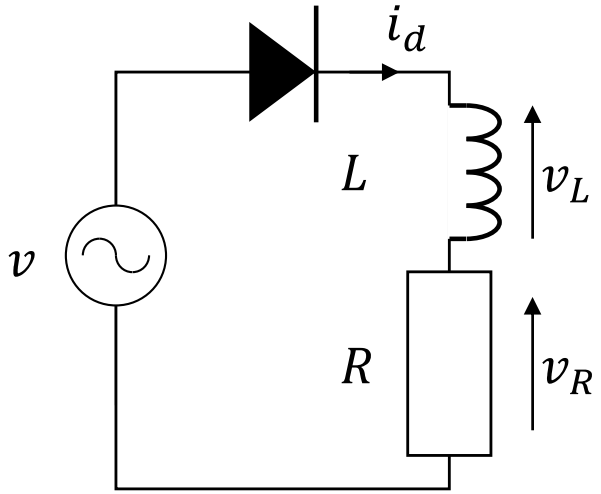
ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

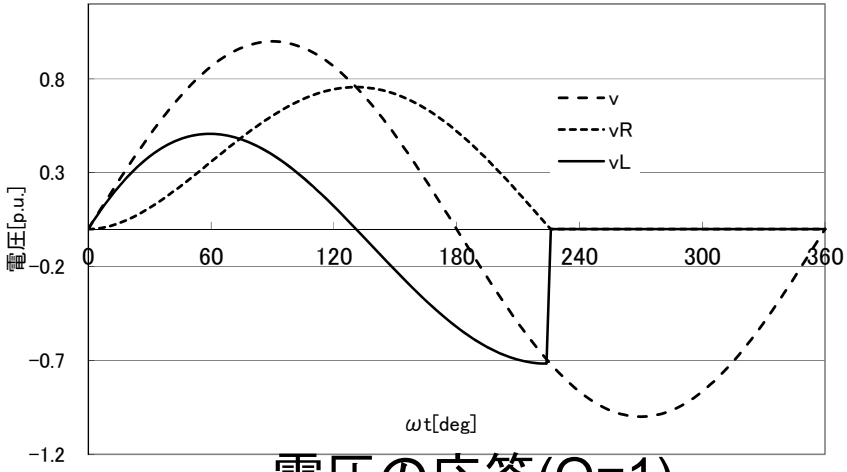
- ダイオードの導通期間中にインダクタの電圧v_Lが正から負に反転
- インダクタが充電から放電に切り替わる時点

$$t_m = \frac{\theta_m}{\omega}$$

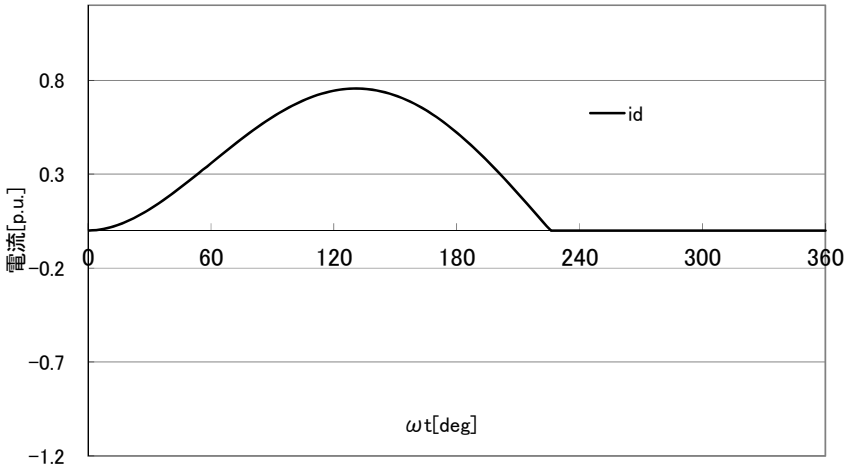
- $$v_L\left(\frac{\theta_m}{\omega}\right) = \frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left[R\left(-e^{-\frac{R\theta_m}{L\ \omega}} + \cos\theta_m\right) + \omega L\sin\theta_m\right] = 0$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

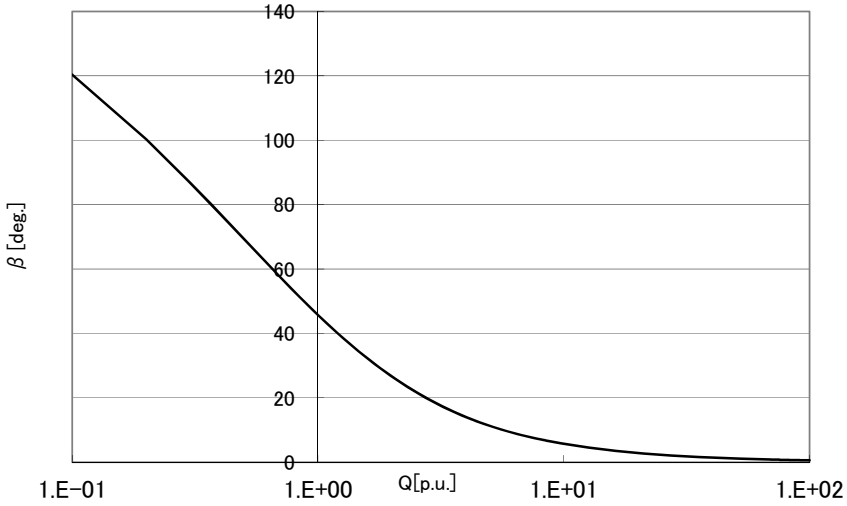




電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)



負荷のQ値に対する消弧角

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- R,L負荷全体に印加される平均電圧
  - $V_d = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt = \frac{1}{T}\left\{\int_0^{t_{off}} v(t)dt + \int_{t_{off}}^T 0dt\right\}$

    $= \frac{1}{T}\int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin\omega t\, dt = \frac{\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \sin\omega t\, dt$

    $= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[-\frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]_0^{t_{off}} = \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\{-\cos(\pi+\beta)+\cos 0\}$

    $= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\{\cos\beta + 1\}$
  - 抵抗負荷より小さい
    - 負の電圧が印加される期間があるため

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- 出力電圧に含まれる高調波
  - $a_0 = V_d = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\{\cos\beta + 1\}$
  - $b_0 = 0$
  - $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos\omega t\,dt = \frac{2}{T}\left\{\int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V\sin\omega t\cos\omega t\,dt + \int_{t_{off}}^{T} 0\cos\omega t\,dt\right\}$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \sin\omega t\cos\omega t\,dt$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \frac{\sin 2\omega t}{2}\,dt = \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{-\cos 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{t_{off}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\omega T}\{-\cos 2(\pi+\beta) + 1\} = \frac{\sqrt{2}V}{4\pi}\{-\cos 2\beta + 1\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- $b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin\omega t\,dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V\sin\omega t\sin\omega t\,dt + \int_{t_{off}}^{T} 0\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \sin\omega t\sin\omega t\,dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2}\,dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{t_{off}} = \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\frac{\pi+\beta}{\omega} - 0 - \frac{\sin 2(\pi+\beta) - 0}{2\omega}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\pi+\beta - \frac{\sin 2\beta}{2}\right\} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\pi+\beta - \frac{\sin 2\beta}{2}\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- $a_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos i\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V \sin\omega t \cos i\omega t\, dt + \int_{t_{off}}^{T} 0 \cos i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \sin\omega t \cos i\omega t\, dt$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2} dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega}\right]_0^{t_{off}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\frac{-\cos(1+i)(\pi+\beta)+1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)(\pi+\beta)+1}{1-i}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{1-(-1)^{1+i}\cos(1+i)\beta}{1+i} + \frac{1-(-1)^{1-i}\cos(1-i)\beta}{1-i}\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

- $b_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin i\omega t\,dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{t_{off}} \sqrt{2}V\sin\omega t\sin i\omega t\,dt + \int_{t_{off}}^{T} 0\sin i\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \sin\omega t\sin i\omega t\,dt = \frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{t_{off}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2}dt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega}\right]_0^{t_{off}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\omega T}\left\{\frac{\sin(1-i)(\pi+\beta)-0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)(\pi+\beta)-0}{1+i}\right\}$$

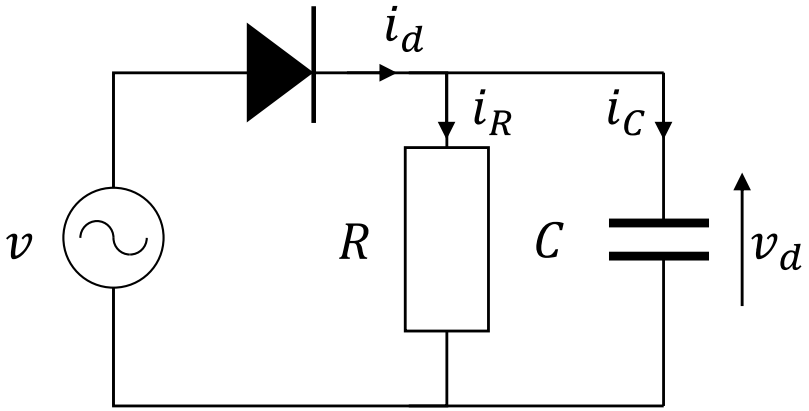
$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{\cos(1-i)\pi\sin(1-i)\beta}{1-i} - \frac{\cos(1+i)\pi\sin(1+i)\beta}{1+i}\right\}$$

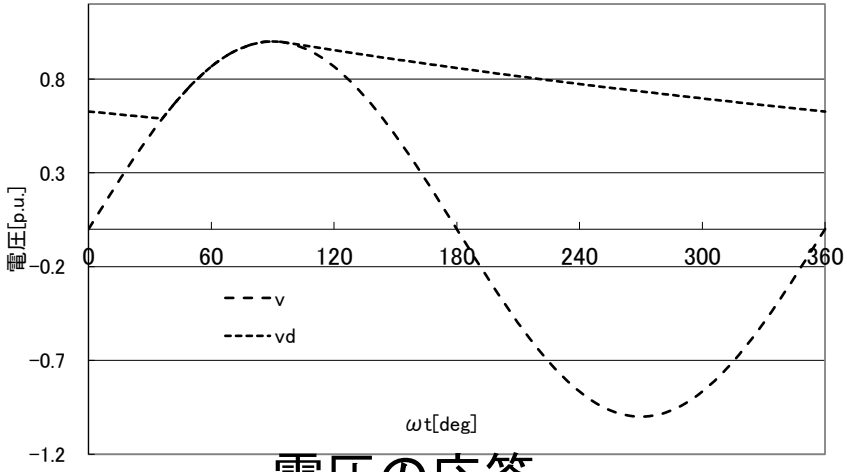
$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{(-1)^{1-i}\sin(1-i)\beta}{1-i} - \frac{(-1)^{1+i}\sin(1+i)\beta}{1+i}\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　誘導性負荷

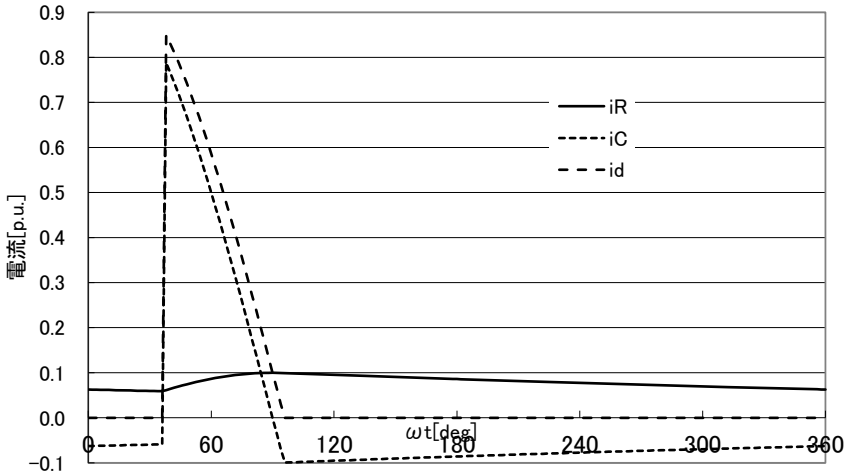
- 直流電圧脈動率
  - $\dfrac{\sqrt{2}V-\sqrt{2}V\ \sin(\pi+\beta)}{V_d}=\dfrac{\sqrt{2}V\{1-\sin(\pi+\beta)\ \}}{\frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\{\cos\beta+1\}}=\dfrac{2\pi\{1-\sin(\pi+\beta)\ \}}{\cos\beta+1}$
    - 平均直流電圧が小さくなった分，抵抗負荷に比べて大きくなる

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷





電圧の応答



電流の応答

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通状態は電源電圧vとコンデンサの充電電圧v_dによって決まる
  - 交流電圧$v(t)$
    - $v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$
    - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin \theta_{con}$
      - ダイオードの導通開始時点$t = t_{con} = \frac{\theta_{con}}{\omega}$
      - コンデンサの電圧初期値v_{dcon}
- 電源電流i_d
  - $i_d = i_C + i_R = C\frac{dv_d}{dt} + \frac{v_d}{R} = \sqrt{2}V\left\{C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R}\right\}$
    - コンデンサ充電電流i_C,負荷電流i_R

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通期間を求める
  - 導通終了時点$t = t_{coff} = \frac{\theta_{coff}}{\omega}$(消弧角$\theta_{coff}$)を求める
    - $i_d(t_{coff}) = \sqrt{2}V\left\{C\omega\cos\theta_{coff} + \frac{\sin\theta_{coff}}{R}\right\} = 0$
    - $C\omega\cos\theta_{coff} + \frac{\sin\theta_{coff}}{R} = 0$
    - $\tan\theta_{coff} = -\omega CR$
      - 電源電圧vが最大値をとった後$\frac{\pi}{2} \leq \theta_{coff} \leq \pi$
      - $\theta_{coff} = \pi - \tan^{-1}\omega CR$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

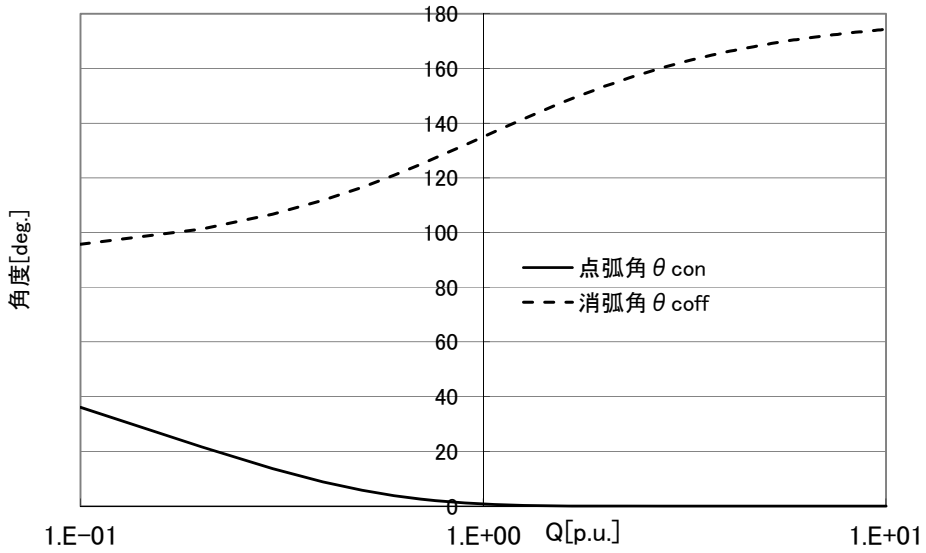
- ダイオードの導通期間
  - 導通開始時点t_{con}(点弧角θ_{con})を求める
    - コンデンサ電流i_Cが負荷電流i_Rと等しい大きさ
      - $i_R = \frac{v_d}{R} = -i_C = -C\frac{dv_d}{dt}$
      - $\frac{V_d}{R} = -C\left(sV_d - v_{dcoff}\right)$
        - $v_{dcoff} = \sqrt{2}V\sin\theta_{coff}$
        - $v_d(t) = v_{dcoff}e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(\omega t-\theta_{coff}\right)}$
    - 次のサイクルで非導通状態から導通状態に遷移
      - $t = t_{con} = \frac{\theta_{con}+2\pi}{\omega}$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通期間
  - 導通開始時点t_{con}(点弧角θ_{con})
    - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin\theta_{con} = v_d\left(\frac{\theta_{con}+2\pi}{\omega}\right)$
      $= v_{dcoff} e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(\omega\frac{\theta_{con}+2\pi}{\omega}-\theta_{coff}\right)}$
      $= \sqrt{2}V \sin\theta_{coff}\, e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}\right)}$
    - $\sin\theta_{con} = \sin\theta_{coff}\, e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}\right)}$
      - 数値解

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 負荷のQ値に対する点弧角θ_{con}，消弧角θ_{coff}
  - Q値が大きい(抵抗小，負荷大)と消弧角θ_{coff}が大きくなり，点弧角θ_{con}は小さくなる
    - ダイオードの導通期間が長くなる



$$Q = \frac{1}{\omega CR}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流最大値i_{dmax}
  - 電源電流i_dが極値をとる条件
    - $\frac{di_d}{dt} = \sqrt{2}V\left\{-C\omega^2 \sin\omega t + \frac{\omega\cos\omega t}{R}\right\}$
      $= \sqrt{2}V\omega\left\{-C\omega \sin\omega t + \frac{\cos\omega t}{R}\right\} = 0$
      - $C\omega \sin\omega t_{max} = \frac{\cos\omega t_{max}}{R}$
      - $\tan\omega t_{max} = \frac{1}{\omega CR}$
        - $\cos\omega t_{max} = \omega CR \sin\omega t_{max}$
        - $\sin\omega t_{max} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流最大値i_{dmax}
  - $i_{dmax} = \sqrt{2}V\left\{\omega^2 C^2 R \sin\omega t_{max} + \frac{\sin\omega t_{max}}{R}\right\}$

$$= \sqrt{2}V \sin\omega t_{max} \frac{1+\omega^2 C^2 R^2}{R}$$

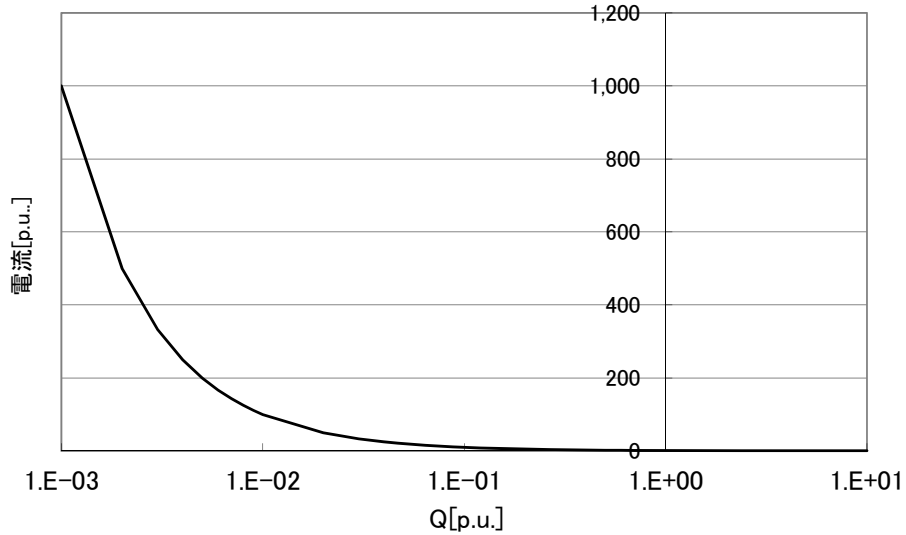
$$= \sqrt{2}V \frac{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R^2}}{R}$$

$$= \sqrt{2}V \sqrt{\frac{1}{R^2} + \boxed{\omega^2 C^2}}$$

Cがある分余分に電流が流れる

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 負荷のQ値に対する電源電流の最大値
  - $Q = \frac{1}{\omega CR}$
  - 負荷のQ値が小さい(負荷が大きく抵抗Rが小さい)，平滑コンデンサの容量Cが大きいほど，電源電流i_dの最大値i_{dmax}が大きくなる
    - より歪んだ電流波形
    - 歪波力率が低い



ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 出力電圧
  - $V_d = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t)dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t)dt\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V \sin\omega t\, dt \right.$$

$$\left. + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V \sin\theta_{coff}\, e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})} dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sin\omega t\, dt + \sin\theta_{coff} \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})} dt\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 出力電圧
  - $V_d = \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\left[-\frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin\theta_{coff}\left[-CRe^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}\right]_{t_{coff}}^{T+t_{con}}\right\}$

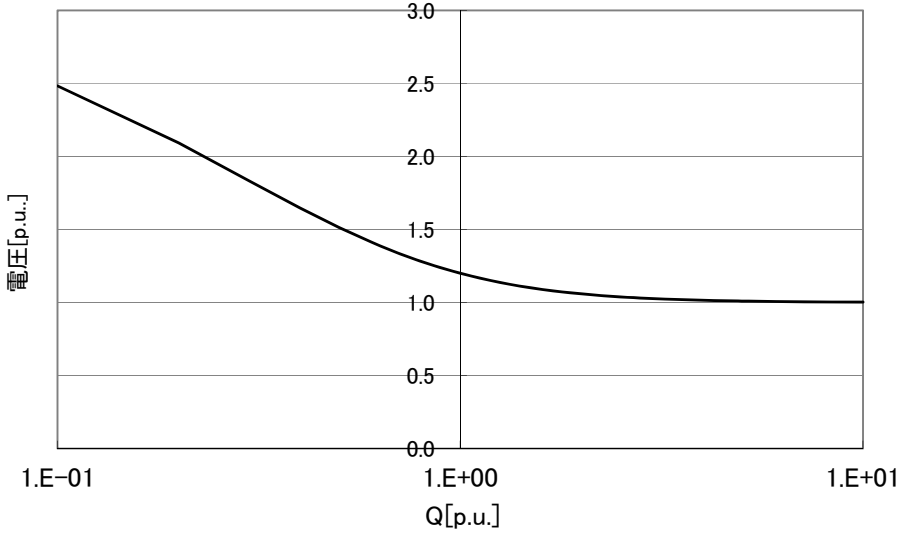
    $= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\frac{1}{\omega}\left[-\cos\theta_{coff}+\cos\theta_{con}\right] - CR\sin\theta_{coff}\left[e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}}{\omega CR}}-1\right]\right\}$

    $= \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{-\cos\theta_{coff}+\cos\theta_{con}\right.$ ←ダイオードON期間

    $\left. -\omega CR\sin\theta_{coff}\left[e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}}{\omega CR}}-1\right]\right\}$ ←ダイオードOFF期間

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 負荷のQ値に対する出力電圧平均値
  - 抵抗性負荷に対する出力電圧平均値$\frac{\sqrt{2}V}{\pi}$を基準
    - 出力電圧平均値は抵抗負荷の場合よりも大
      - ダイオードの導通期間が短くなった一方で，コンデンサCが電源電圧より高い電圧を負荷に印加するため



ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 高調波
  - $a_0 = V_d = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{-\cos\theta_{coff} + \cos\theta_{con} - \omega CR\sin\theta_{coff}\left[e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}}{\omega CR}} - 1\right]\right\}$
  - $b_0 = 0$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 高調波
  - $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos\omega t\,dt$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t)\cos\omega t\,dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t)\cos\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V\sin\omega t\cos\omega t\,dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V\sin\theta_{coff}\,e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}\cos\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \frac{\sin 2\omega t}{2}\,dt + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{t}{CR}}\cos\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\left[\frac{-\cos 2\omega t}{4\omega}\right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\frac{C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2}\left[e^{-\frac{t}{CR}}\left(-\frac{1}{CR}\cos\omega t+\omega\sin\omega t\right)\right]_{t_{off}}^{T+t_{con}}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{-\cos 2\theta_{coff}+\cos 2\theta_{con}}{4} + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\frac{\omega^2C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2}\left[\begin{array}{l} e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\cos\theta_{con}+\sin\theta_{con}\right) \\ -e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\cos\theta_{coff}+\sin\theta_{coff}\right)\end{array}\right]\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 高調波
  - $b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin\omega t\,dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t)\sin\omega t\,dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t)\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sqrt{2}V\sin\omega t\sin\omega t\,dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} \sqrt{2}V\sin\theta_{coff}\,e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \frac{-\cos 2\omega t}{2}dt + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} e^{-\frac{t}{CR}}\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{T}\left\{\left[\frac{-\sin 2\omega t}{4\omega}\right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\frac{C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2}\left[e^{-\frac{t}{CR}}\left(-\frac{1}{CR}\sin\omega t-\omega\cos\omega t\right)\right]_{t_{off}}^{T+t_{con}}\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{-\sin 2\theta_{coff}+\sin 2\theta_{con}}{4} + \sin\theta_{coff}\,e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\frac{\omega^2C^2R^2}{1+\omega^2C^2R^2}\left[\begin{array}{l} e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\sin\theta_{con}-\cos\theta_{con}\right) \\ -e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\sin\theta_{coff}-\cos\theta_{coff}\right)\end{array}\right]\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 高調波
  - $a_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos i\omega t\, dt$

$$= \frac{1}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t)\cos i\omega t\, dt + \int_{t_{coff}}^{T+t_{con}} v_d(t)\cos i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{-\cos(1+i)\theta_{coff}}{2(1+i)} + \frac{-\cos(1-i)\theta_{coff}}{2(1-i)} + \frac{\cos(1+i)\theta_{con}}{2(1+i)} + \frac{\cos(1-i)\theta_{con}}{2(1-i)}\right.$$

$$\left. + \sin\theta_{coff}\, e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\frac{\omega^2C^2R^2}{1+i^2\omega^2C^2R^2}\left[\begin{array}{l} e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\cos i\theta_{con} + i\sin i\theta_{con}\right) \\ -e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\cos i\theta_{coff} + i\sin i\theta_{coff}\right)\end{array}\right]\right\}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 高調波
  - $b_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin i\omega t\,dt = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi}\left\{\frac{\sin(1-i)\theta_{coff}}{2(1-i)} - \frac{\sin(1+i)\theta_{coff}}{2(1+i)} - \frac{\sin(1-i)\theta_{con}}{2(1-i)} + \frac{\sin(1+i)\theta_{con}}{2(1+i)} + \right.$

    $\left. \sin\theta_{coff}\, e^{\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}} \frac{\omega^2C^2R^2}{1+i^2\omega^2C^2R^2}\left[e^{-\frac{2\pi+\theta_{con}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\sin i\theta_{con} - i\cos i\theta_{con}\right)\right.\right.$

    $\left.\left. -e^{-\frac{\theta_{coff}}{\omega CR}}\left(-\frac{1}{\omega CR}\sin i\theta_{cff} - i\cos i\theta_{cff}\right)\right]\right\}$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 出力電圧脈動率
- 直流電圧最大値は交流電源電圧の最大値
  - $V_{dmax} = \sqrt{2}V$
- ダイオードが導通開始時点t_{con}で最小値
  - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin\theta_{con}$
- $\Delta V = V_{dmax} - v_{dcon} = \sqrt{2}V(1 - \sin\theta_{con}) \cong \sqrt{2}V\left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\omega CR}}\right)$
  - $\theta_{coff} \cong \frac{\pi}{2}, \theta_{con} \cong \frac{\pi}{2}$
  - $v_{dcon} = \sqrt{2}V \sin\theta_{coff}\, e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(2\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}\right)}$

$$\cong \sqrt{2}V \sin\frac{\pi}{2} e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(2\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{2}V e^{-\frac{2\pi}{\omega CR}}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流の歪率･力率
  - $I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T {i_d}^2 dt} =$

$$\frac{V}{R}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\begin{array}{c}\{\omega^2C^2R^2+1\}\{\theta_{coff}-\theta_{con}\}\\ +\frac{\omega^2C^2R^2-1}{2}\{\sin 2\theta_{coff}-\sin 2\theta_{con}\}\\ -\omega CR\{\cos 2\theta_{coff}-\cos 2\theta_{con}\}\end{array}\right]}$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流の歪率･力率
  - $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T i_d \cos\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{\sqrt{2}V\left(C\omega\cos\omega t\right.\right.$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi R}\left[\omega CR\left(\theta_{coff}-\theta_{con}\right)\right.$$

$$+ \frac{\omega CR}{2}\left(\sin 2\theta_{coff}-\sin 2\theta_{con}\right)$$

$$\left.- \frac{1}{2}\left(\cos 2\theta_{coff}-\cos 2\theta_{con}\right)\right]$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流の歪率･力率
  - $b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T i_d \sin\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \left\{\sqrt{2}V\left(C\omega\cos\omega t\right.\right.$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{2\pi R}\left[\theta_{coff} - \theta_{con}\right.$$

$$- \frac{\omega CR}{2}\left(\cos 2\theta_{coff} - \cos 2\theta_{con}\right)$$

$$\left.- \frac{1}{2}\left(\sin 2\theta_{coff} - \sin 2\theta_{con}\right)\right]$$

ダイオード整流回路
半波整流回路　容量性負荷

- 電源電流の歪率･力率
  - 力率:$pf = \cos(\theta_1 - \phi_1)$
    - θ_1:電圧基本波位相
    - ϕ_1 :電流基本波位相
  - 歪率: $DF = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$
  - 歪波力率: $pf_d = DF\cos(\theta_1 - \phi_1)$

課題

- 実効値100V、周波数60Hzの交流電源に接続された半波整流回路について
  - 1Ωの抵抗負荷に流れる実効値電流を求めよ
  - 1Ω,1F容量性負荷における負荷電圧の最小値を求めよ
    - 数値解を求めることになるので、試験には出さない