パワーエレクトロニクス
第四回　全波整流回路

2026年5月8日

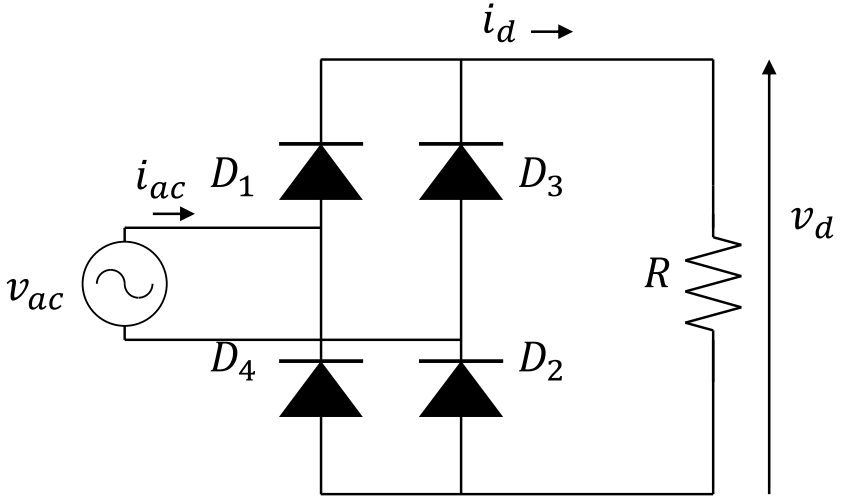
授業の予定

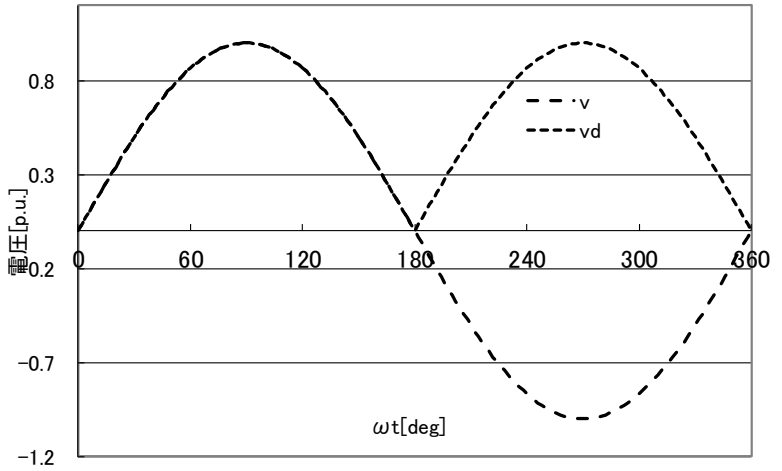
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

全波整流回路

- 負荷条件
  - 抵抗負荷
  - 誘導負荷
  - 容量負荷
- 導通状態
  - 点弧角
  - 消弧角
- 出力
  - 電圧
  - 高調波
  - 歪率
  - 力率
- 可制御素子
  - サイリスタを用いた点弧位相制御
    - 誘導負荷
    - 起電力付誘導負荷

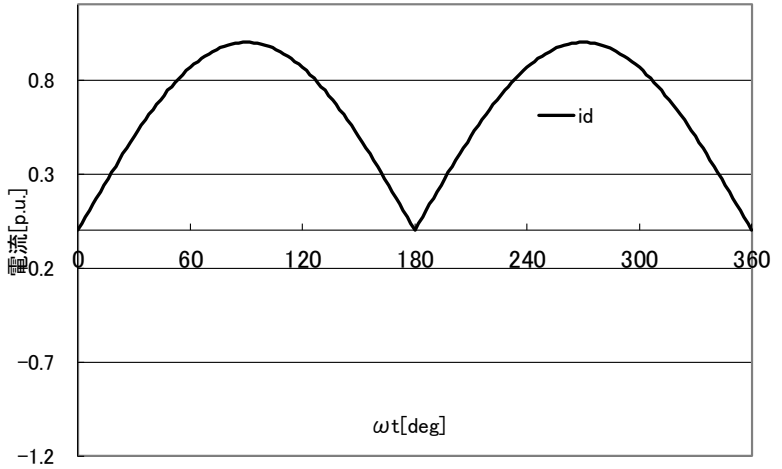
ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷





電圧

- 電源交流電圧:$v_{ac}(t) = V \sin \omega t$
- $v_{ac}(t) > 0 \left(0 < t < \frac{\pi}{\omega}\right)$
  - 導通D1, D2, 遮断:D3,D4
- $v_{ac}(t) < 0 \left(\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}\right)$
  - 導通D3, D4, 遮断:D1,D2



電流

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

- 直流電圧平均値
  - $V_d = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt = \frac{1}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} v(t)dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -v(t)dt\right\}$

$$= \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} V\sin\omega t\, dt = \frac{2V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin\omega t\, dt$$

$$= \frac{2V}{T}\left[-\frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2V}{\omega T}\{-\cos\pi + \cos 0\}$$

$$= \frac{2V}{2\pi}\{1+1\} = \frac{2V}{\pi}$$

半波整流の2倍

- 直流電流の平均値
  - $I_d = \frac{V_d}{R} = \frac{2V}{\pi R}$

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

- 出力電圧に含まれる高調波
  - $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t)dt = V_d = \frac{2V}{\pi}$
    - $b_0 = 0$
    - $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} V\sin\omega t\cos\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -V\sin\omega t\cos\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin\omega t\cos\omega t\, dt = \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\sin 2\omega t}{2}\, dt$$

$$= \frac{V}{T}\left[\frac{-\cos 2\omega t}{2\omega}\right]_{0T}^{\frac{TT}{22}} = \frac{V}{2\omega T}\{-\cos 2\pi + 1\} = \frac{V}{4\pi}\{-1+1\} = 0$$

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

- $b_1 = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin\omega t\,dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} V\sin\omega t\sin\omega t\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -V\sin\omega t\sin\omega t\,dt\right\}$$

$$= \frac{2V}{T}\int_{0}^{\frac{T}{2}} \sin\omega t\sin\omega t\,dt = \frac{2V}{T}\int_{0}^{\frac{T}{2}} \frac{\cos 0 - \cos 2\omega t}{2}\,dt$$

$$= \frac{V}{T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_{0}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{V}{T}\left\{\frac{T}{2} - 0 + \frac{T}{2} - T - \frac{\sin 2\pi - 0 + \sin 2\pi - \sin 4\pi}{2\omega}\right\} = 0$$

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

- $a_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\cos i\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} V\sin\omega t\cos i\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -V\sin\omega t\cos i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin\omega t\cos i\omega t\, dt = \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\sin(1+i)\omega t + \sin(1-i)\omega t}{2} dt$$

$$= \frac{V}{T}\left[\frac{-\cos(1+i)\omega t}{(1+i)\omega} + \frac{-\cos(1-i)\omega t}{(1-i)\omega}\right]_{0T}^{\frac{TT}{22}}$$

$$= \frac{2V}{\omega T}\left\{\frac{-\cos(1+i)\pi + 1}{1+i} + \frac{-\cos(1-i)\pi + 1}{1-i}\right\}$$

$$= \frac{V}{\pi}\left\{\frac{1-(-1)^{1+i}}{1+i} + \frac{1-(-1)^{1-i}}{1-i}\right\}$$

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

- $b_i = \frac{2}{T}\int_0^T v_d(t)\sin i\omega t\, dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}} V\sin\omega t\sin i\omega t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -V\sin\omega t\sin i\omega t\, dt\right\}$$

$$= \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \sin\omega t\sin i\omega t\, dt$$

$$= \frac{2V}{T}\int_{0T}^{\frac{TT}{22}} \frac{\cos(1-i)\omega t - \cos(1+i)\omega t}{2}\, dt$$

$$= \frac{V}{T}\left[\frac{\sin(1-i)\omega t}{(1-i)\omega} - \frac{\sin(1+i)\omega t}{(1+i)\omega}\right]_{0T}^{\frac{TT}{22}}$$

$$= \frac{2V}{\omega T}\left\{\frac{\sin(1-i)\pi - 0}{1-i} - \frac{\sin(1+i)\pi - 0}{1+i}\right\}$$

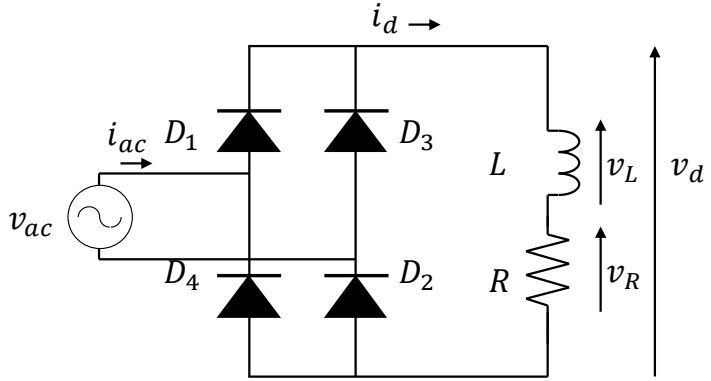
$$= \frac{2V}{\omega T}\left\{\frac{0-0}{1-i} - \frac{0-0}{1+i}\right\} = 0$$

ダイオード整流回路
全波整流回路　抵抗負荷

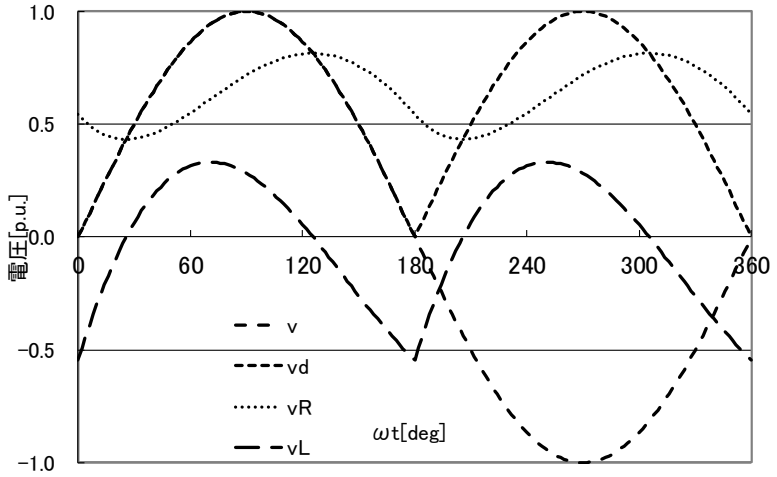
- 直流電圧脈動率
  - (最大電圧-最小電圧)/平均電圧
  - $\frac{V-0}{V_d} = \frac{V}{\frac{2V}{\pi}} = \frac{\pi}{2}$

基本波周波数成分$(i = 1)$は現れない
高調波に対応する$b_i(i > 1)$の成分は無い
高調波成分a_iは 奇数は$a_i = 0$,偶数は存在
　出力波形が上下非対称振幅は高調波の
　次数iに反比例

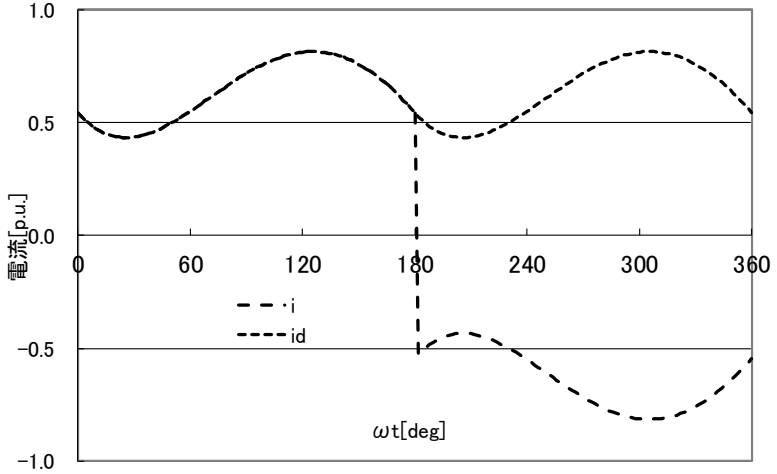
ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷



- 直流電流が0とならない連続導通動作



電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)

ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷

- 電源電圧vはRとLで分担
  - $v_R = Ri_d$
  - $v_L = L\dfrac{di_d}{dt}$
- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L = Ri_d + L\dfrac{di_d}{dt}$　　$v(t) = V\sin\omega t$
    - $V\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2} = RI_d + L(sI_d - i_{d0})$
      - 電流初期値:i_{d0}
    - $I_d = \dfrac{1}{Ls+R}\left(V\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2} + Li_{d0}\right) = V\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}\dfrac{1}{Ls+R} + \dfrac{Li_{d0}}{Ls+R}$

ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷

- $I_d = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{\omega L}{s+\frac{R}{L}} - \omega L\frac{s}{s^2+\omega^2} + R\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right) + \frac{i_{d0}}{s+\frac{R}{L}}$
- $i_d(t) = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\omega L e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L\cos\omega t + R\sin\omega t\right) + i_{d0}e^{-\frac{R}{L}t}$

  $= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos\omega t\right) + R\sin\omega t\right]$

  $+ i_{d0}e^{-\frac{R}{L}t}$
  - $t = \frac{T}{2}$の時点で導通ダイオードのペアが交代(瞬時に転流)
  - 周期定常状態では$t = \frac{T}{2}$の終端値は初期値に一致するi_{d0}

ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷

- $i_d\left(\frac{T}{2}\right) = i_d\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = i_{d0}$

  $= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \cos\pi\right) + R\sin\pi\right] + i_{d0}e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$

  $= \frac{V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left(e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} + 1\right) + i_{d0}e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$

- $i_{d0}\left(1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right) = \frac{V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left(1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)$

- $i_{d0} = \frac{V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}$
  - $i_{d0} > 0$となり連続導通の条件が成り立つ

ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷

- $i_d(t)$の解析解
  - $i_d(t) = \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos\omega t\right) + R\sin\omega t\right] +$

    $\frac{V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}e^{-\frac{R}{L}t}$

    $= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos\omega t\right) + R\sin\omega t + \omega L\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}e^{-\frac{R}{L}t}\right]$

    $= \frac{V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\frac{2\omega L}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L\cos\omega t + R\sin\omega t\right]$

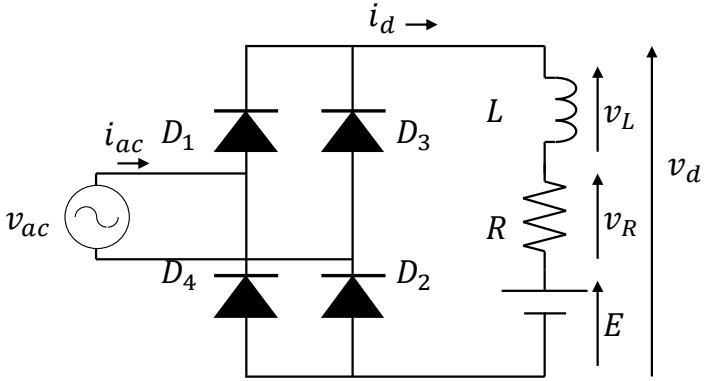
ダイオード整流回路
全波整流回路　誘導性負荷

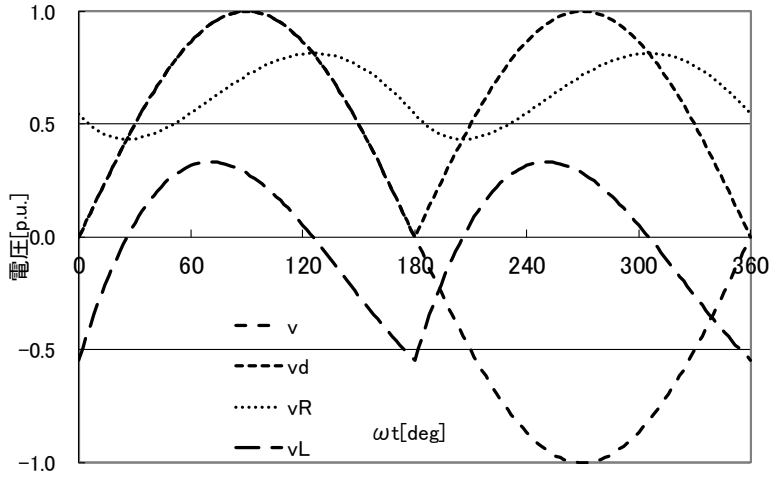
- 抵抗に印加される電圧v_R
  - $v_R = i_d R$

$$= \frac{VR}{R^2 + \omega^2 L^2}\left[\frac{2\omega L}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} - \omega L \cos\omega t + R \sin\omega t\right]$$

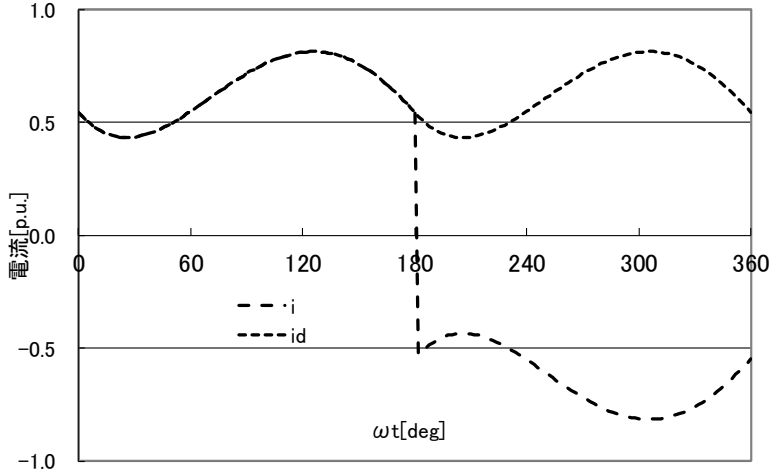
- インダクタに印加される電圧v_L
  - $\frac{di_d}{dt} = \frac{V\omega}{R^2+\omega^2 L^2}\left[\frac{-2R}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} + \omega L \sin\omega t + R \cos\omega t\right]$
  - $v_L = L\frac{di_d}{dt} = \frac{V\omega L}{R^2+\omega^2 L^2}\left[\frac{-2R}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} e^{-\frac{R}{L}t} + \omega L \sin\omega t + R \cos\omega t\right]$

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷





電圧の応答(Q=1)



電流の応答(Q=1)

- 負荷の直流電圧源
  - 直流モータの起電力
  - 直流電流が不連続となることがある

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

- RとLにかかる電圧
  - $v_R = Ri_d$
  - $v_L = L\frac{di_d}{dt}$
- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L + E = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} + E$
  - $v(t) = V\sin\omega t$

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

- ダイオードがターンオンする時点$t_{on} = \frac{\theta_{on}}{\omega}$
  - $V \sin \omega t_{on} = V \sin \theta_{on} = E$
  - $\theta_{on} = \sin^{-1} \frac{E}{V}$
- t_{on}を時間の原点においたτを考える
  - $t = \tau + t_{on}$
  - $dt = d\tau$
  - $V \sin \omega(\tau + t_{on}) = V \sin(\omega\tau + \theta_{on}) = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} + E$

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

- $V\sin\omega\tau\cos\theta_{on}+V\cos\omega\tau\sin\theta_{on}=Ri_d+L\frac{di_d}{dt}+V\sin\theta_{on}$
- $V\cos\theta_{on}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}+V\sin\theta_{on}\frac{s}{s^2+\omega^2}=RI_d+L(sI_d-i_{d0})+\frac{V\sin\theta_{on}}{s}$
- $(R+sL)I_d=V\cos\theta_{on}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}+V\sin\theta_{on}\frac{s}{s^2+\omega^2}-\frac{V\sin\theta_{on}}{s}+Li_{d0}$
- $I_d=V\cos\theta_{on}\frac{1}{R+sL}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}+V\sin\theta_{on}\frac{1}{R+sL}\frac{s}{s^2+\omega^2}-\frac{V\sin\theta_{on}}{s}\frac{1}{R+sL}+Li_{d0}\frac{1}{R+sL}$

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

- $I_d = \frac{V\cos\theta_{on}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\left(\sin z\frac{1}{s+\frac{R}{L}} - \sin z\frac{s}{s^2+\omega^2} + \cos z\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right) +$
  $\frac{V\sin\theta_{on}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\left(-\cos z\frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \cos z\frac{s}{s^2+\omega^2} + \sin z\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right) -$
  $V\sin\theta_{on}\frac{1}{R}\left(-\frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \frac{1}{s}\right) + i_{d0}\frac{1}{s+\frac{R}{L}}$
  - $\cos z = \frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$
  - $\sin z = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$

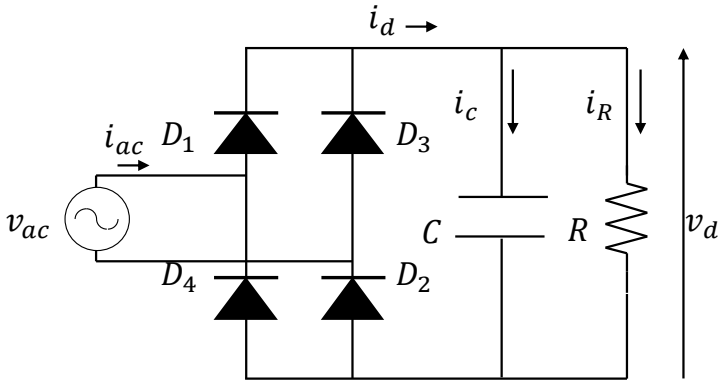
ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

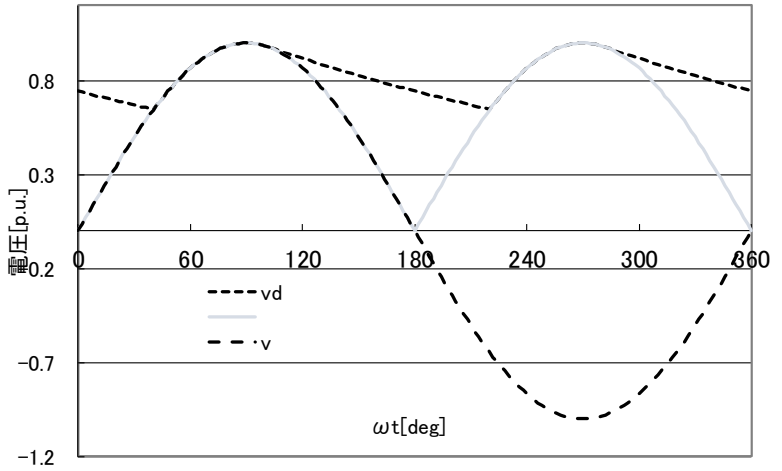
- $i_d(\tau) = \frac{V\cos\theta_{on}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\left(\sin z\, e^{-\frac{R}{L}\tau} - \sin z\cos\omega\tau + \cos z\sin\omega\tau\right) + \frac{V\sin\theta_{on}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\left(-\cos z\, e^{-\frac{R}{L}\tau} + \cos z\cos\omega\tau + \sin z\sin\omega\tau\right) + \frac{V\sin\theta_{on}}{R}\left(e^{-\frac{R}{L}\tau} - 1\right) + i_{d0}e^{-\frac{R}{L}\tau} = \frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\omega\tau+\theta_{on}-z) + \left\{\frac{V\sin(z-\theta_{on})}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} + \frac{V\sin\theta_{on}}{R} + i_{d0}\right\}e^{-\frac{R}{L}\tau} - \frac{V\sin\theta_{on}}{R}$
- 連続導通の場合
  - $i_d\left(\frac{T}{2}\right) = i_{d0}$

ダイオード整流回路
全波整流回路　起電力付誘導性負荷

- $i_d\left(\frac{T}{2}\right)=\frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\pi+\theta_{on}-z)+\left\{\frac{V\sin(z-\theta_{on})}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}+\frac{V\sin\theta_{on}}{R}+i_{d0}\right\}e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-\frac{V\sin\theta_{on}}{R}=i_{d0}$
- $i_{d0}\left(1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)=\frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\theta_{on}-z)\left(1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)+\frac{V\sin\theta_{on}}{R}\left(e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-1\right)$
- $i_{d0}=\frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\theta_{on}-z)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}-\frac{V\sin\theta_{on}}{R}$
  - $i_{d0}<0$の場合不連続導通となる

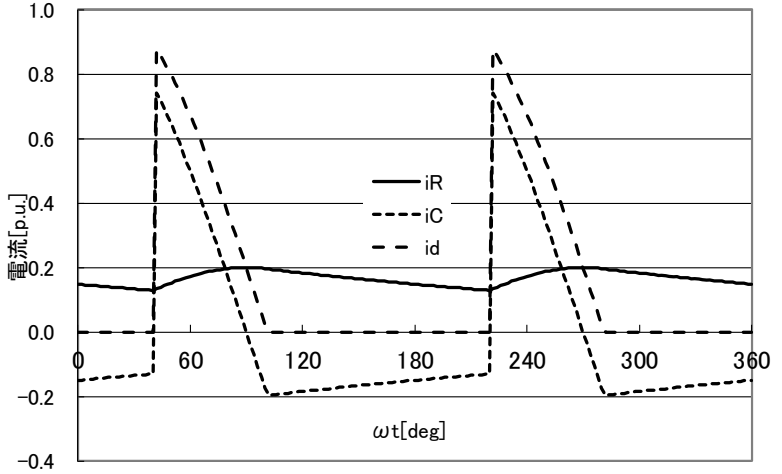
ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷





電圧の応答(Q=1)

- コンデンサにより直流電圧脈動を低減



電流の応答(Q=1)

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通状態は電源電圧vとコンデンサの充電電圧v_dによって決まる
  - 半波整流回路と同様
    - $v(t) = V \sin \omega t$
    - 負の半波は逆極性で出力される
- 電源電流i_d
  - $i_d = i_C + i_R = C\frac{dv_d}{dt} + \frac{v_d}{R} = V\left\{C\omega \cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{R}\right\}$
    - コンデンサ充電電流i_C,負荷電流i_R

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通期間
  - 導通終了時点$t = t_{coff} = \frac{\theta_{coff}}{\omega}$(消弧角$\theta_{coff}$)
    - 半波整流と同じ
    - $i_d(t_{coff}) = V\left\{C\omega\cos\theta_{coff} + \frac{\sin\theta_{coff}}{R}\right\} = 0$
    - $C\omega\cos\theta_{coff} + \frac{\sin\theta_{coff}}{R} = 0$
    - $\tan\theta_{coff} = -\omega CR$
      - 電源電圧vが最大値をとった後$\frac{\pi}{2} \le \theta_{coff} \le \pi$
      - $\theta_{coff} = \pi - \tan^{-1}\omega CR$

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通期間
  - 導通開始時点t_{con}(点弧角θ_{con})
    - コンデンサ電流i_Cが負荷電流i_Rと等しい大きさ
      - $i_R = \frac{v_d}{R} = -i_C = -C\frac{dv_d}{dt}$
      - $\frac{V_d}{R} = -C\left(sV_d - v_{dcoff}\right)$
        - $v_{dcoff} = V\sin\theta_{coff}$
        - $v_d(t) = v_{dcoff}e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(\omega t-\theta_{coff}\right)}$
    - 次の半サイクルで非導通状態から導通状態に遷移
      - $t = t_{con} = \frac{\theta_{con}+\pi}{\omega}$ ←この項が半波整流と異なる

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- ダイオードの導通期間
  - 導通開始時点t_{con}(点弧角θ_{con})
    - $v_{dcon} = V\sin\theta_{con} = v_d\left(\frac{\theta_{con}+\pi}{\omega}\right)$

      $= v_{dcoff}e^{-\frac{1}{\omega CR}\left(\omega\frac{\theta_{con}+\pi}{\omega}-\theta_{coff}\right)}$

      $= V\sin\theta_{coff}\,e^{-\frac{1}{\omega CR}(\pi+\theta_{con}-\theta_{coff})}$

    - $\sin\theta_{con} = \sin\theta_{coff}\,e^{-\frac{1}{\omega CR}(\pi+\theta_{con}-\theta_{coff})}$
      - 数値解

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- 出力電圧平均値(半周期分で求める)
  - $V_d = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} v_d(t)dt$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} v(t)dt + \int_{t_{coff}}^{\frac{T}{2}+t_{con}} v_d(t)dt\right\}$$

$$= \frac{2}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} V\sin\omega t\,dt + \int_{t_{coff}}^{\frac{T}{2}+t_{con}} V\sin\theta_{coff}\, e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}dt\right\}$$

$$= \frac{V}{T}\left\{\int_{t_{con}}^{t_{coff}} \sin\omega t\,dt + \sin\theta_{coff}\int_{t_{coff}}^{\frac{T}{2}+t_{con}} e^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}dt\right\}$$

ダイオード整流回路
全波整流回路　容量性負荷

- 出力電圧平均値
  - $V_d = \frac{2V}{T}\left\{\left[-\frac{1}{\omega}\cos\omega t\right]_{t_{con}}^{t_{coff}} + \sin\theta_{coff}\left[-CRe^{-\frac{1}{\omega CR}(\omega t-\theta_{coff})}\right]_{t_{coff}}^{\frac{T}{2}+t_{con}}\right\}$
    $= \frac{2V}{T}\left\{\frac{1}{\omega}\left[-\cos\theta_{coff}+\cos\theta_{con}\right] - CR\sin\theta_{coff}\left[e^{-\frac{\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}}{\omega CR}}-1\right]\right\}$
    $= \frac{V}{\pi}\left\{-\cos\theta_{coff}+\cos\theta_{con} - \omega CR\sin\theta_{coff}\left[e^{-\frac{\pi+\theta_{con}-\theta_{coff}}{\omega CR}}-1\right]\right\}$

課題

- 実効値100V、周波数60Hzの交流電源に接続された全波整流回路について
  - 負荷が1Ωの抵抗のみの場合に流れる実効値電流を求めよ
  - 直列された1Ω,1H誘導負荷における抵抗負荷電圧を求めよ
  - 1Ωと1Fが並列された容量性負荷における負荷電圧の最大値と最小値を求めよ