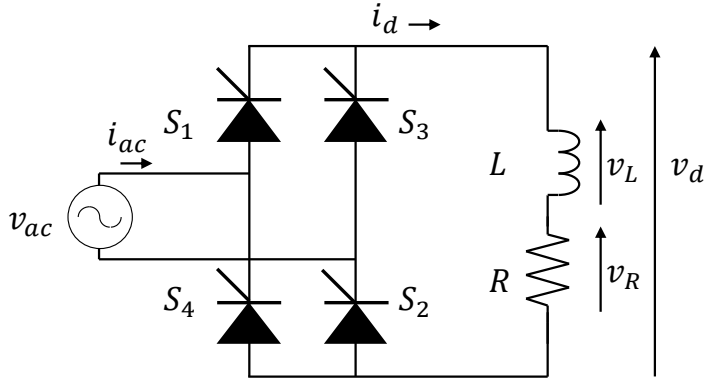
パワーエレクトロニクス
第五回　位相制御回路

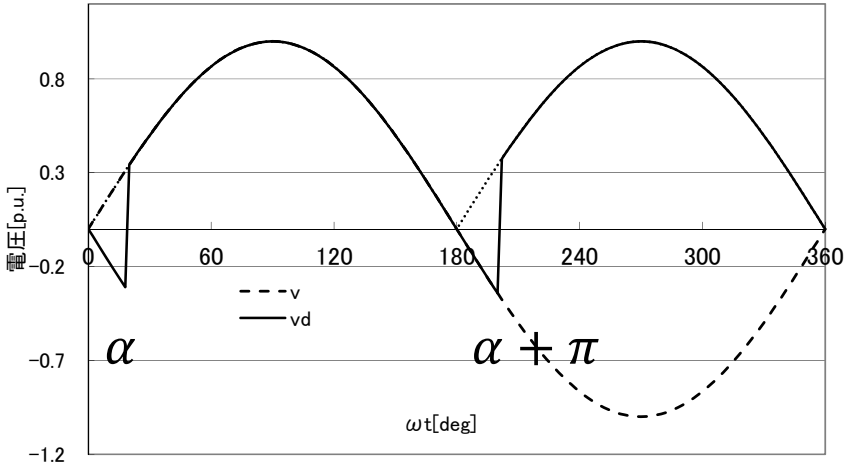
2026年5月13日

授業の予定

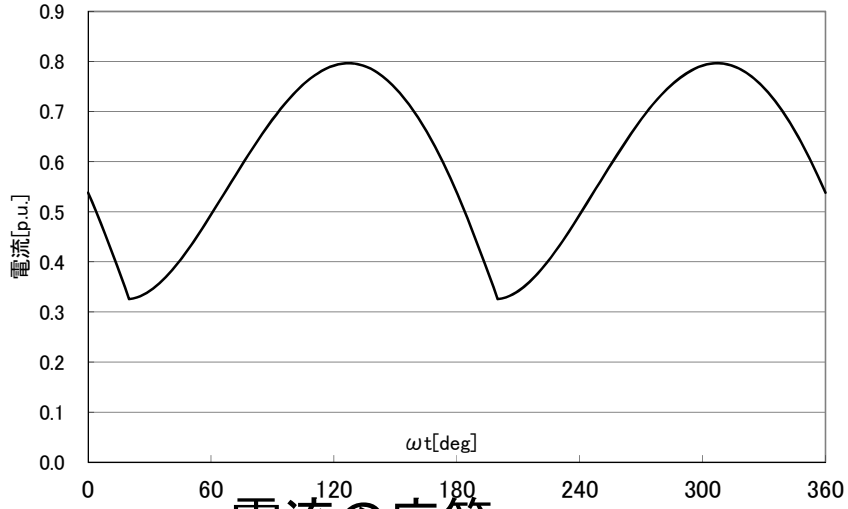
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　誘導性負荷





電圧の応答



電流の応答

- 順電圧印加状態でゲートに点弧パルスが与えられるまで遮断状態を維持
  - 直流出力を制御可能
  - (S1,S2)および(S3,S4)の組み合わせで動作

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 交流電圧:$v(t) = V \sin \omega t$
- 点弧遅れ角:α
  - $\omega t = \alpha$の時点でサイリスタをターンオン
- 消弧角:β
  - $\omega t = \beta$の時点でサイリスタをターンオフ
  - 連続導通時: $\alpha + \pi = \beta$
  - 不連続導通時: $\alpha + \pi > \beta$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L = Ri_d + L\frac{di_d}{dt}$
- 時間の原点を$t = \frac{\alpha}{\omega}$において考える
  - $t = \tau + \frac{\alpha}{\omega}$
  - $dt = d\tau$
  - $V\sin(\omega\tau + \alpha) = Ri_d + L\frac{di_d}{dt}$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　誘導性負荷

- $V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=RI_d+L(sI_d-i_{d0})$
- $(sL+R)I_d=V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}+Li_{d0}$
- $I_d=V\frac{1}{sL+R}\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}+\frac{L}{sL+R}i_{d0}$
- $I_d=\frac{V\cos\alpha}{Z}\left(\sin\gamma\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+\frac{\omega\cos\gamma-s\sin\gamma}{s^2+\omega^2}\right)+$
  $\frac{V\sin\alpha}{Z}\left(-\cos\gamma\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+\frac{\omega\sin\gamma+s\cos\gamma}{s^2+\omega^2}\right)+i_{d0}\frac{1}{s+\frac{R}{L}}$
  - $Z=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$
  - $\gamma=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　誘導性負荷

- $I_d = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+\frac{V}{Z}\frac{\omega\cos(\alpha-\gamma)+s\sin(\alpha-\gamma)}{s^2+\omega^2}$
- $i_d(\tau) = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\tau}+\frac{V}{Z}[\cos(\alpha-\gamma)\sin\omega\tau+\sin(\alpha-\gamma)\cos\omega\tau] = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\tau}+\frac{V}{Z}\sin(\omega\tau+\alpha-\gamma)$
- 時間をtに戻す
- $i_d(t) = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}+\frac{V}{Z}\sin(\omega t-\gamma)$

サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 連続導通の場合，電流初期値と終端値が等しい(境界条件)
  - $i_d\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) = i_{d0} = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right] e^{-\frac{R}{L}\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}-\frac{\alpha}{\omega}\right)} + \frac{V}{Z}\sin\left(\omega\frac{\alpha+\pi}{\omega} - \gamma\right) = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right] e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \frac{V}{Z}\sin(\alpha-\gamma)$
  - $i_{d0}\left(1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right) = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\left(1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right)$
  - $i_{d0} = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}$

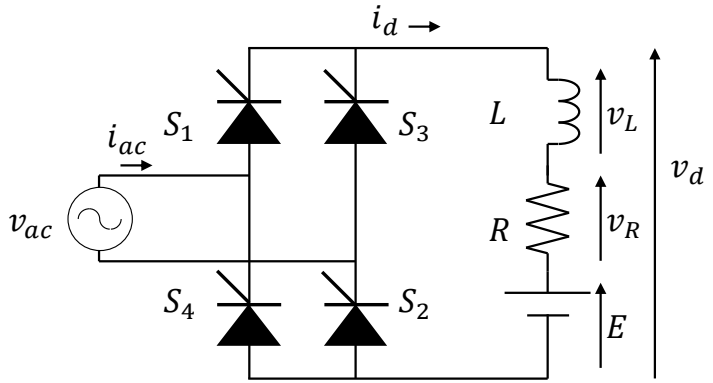
サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 不連続導通となる場合
  - $i_{d0} = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} < 0$
  - $\sin(\gamma-\alpha) < 0$
  - 消弧角βは$i_{d0} = 0$より
    - $i_d\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\,e^{-\frac{R}{\omega L}(\beta-\alpha)} + \frac{V}{Z}\sin(\beta-\gamma) = 0$
    - $\sin(\gamma-\alpha)\,e^{-\frac{R}{\omega L}(\beta-\alpha)} + \sin(\beta-\gamma) = 0$を数値解として求める

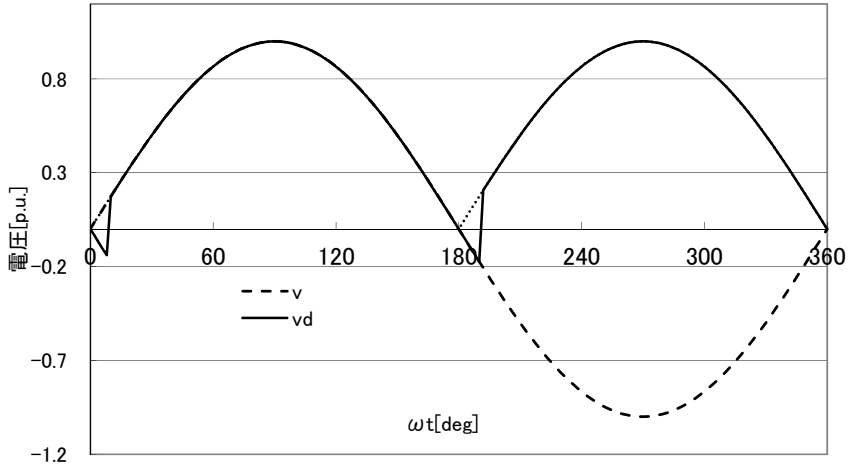
サイリスタHブリッジ回路 位相制御　誘導性負荷

- 出力電圧平均値
  - 連続導通時(半周期の平均)
    - $V_d = \frac{2}{T}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\alpha+\pi}{\omega}} V\sin\omega t\,dt = \frac{2V}{T}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\alpha+\pi}{\omega}}$
      $= \frac{2V}{\omega T}[-\cos(\alpha+\pi)+\cos\alpha] = \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$
    - 点弧角αで出力電圧を制御できる
  - 不連続導通時
    - $V_d = \frac{2}{T}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\beta}{\omega}} V\sin\omega t\,dt = \frac{V}{\pi}[-\cos\beta+\cos\alpha]$
    - 連続導通時より小さくなる

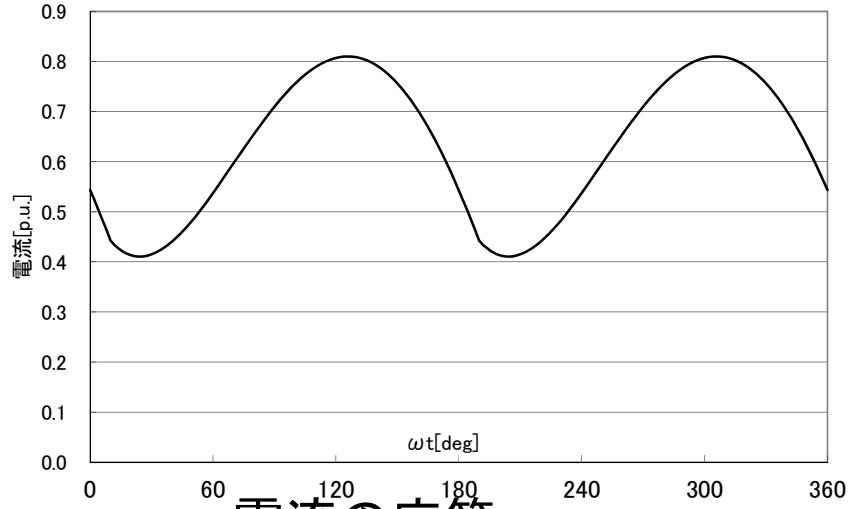
サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷



- 起電力があるため，直流から交流に電力を逆変換可能



電圧の応答



電流の応答

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷

- サイリスタがターンオン可能な点弧角の条件
  - $V \sin\alpha > E$
- 導通状態のKVL
  - $v = v_R + v_L + E = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} + E$
- 連続導通時の出力電圧平均値
  - $V_d = \frac{2V}{\pi}\cos\alpha$
    - $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad V_d > 0$
    - $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \rightarrow \quad V_d < 0$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷

- $V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=RI_d+L(sI_d-i_{d0})+\frac{E}{s}$
- $I_d=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]\frac{1}{s+\frac{R}{L}}+$
  $\frac{V}{Z}\frac{\omega\cos(\alpha-\gamma)+s\sin(\alpha-\gamma)}{s^2+\omega^2}-\frac{E}{R}\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right]$
- $i_d(t)=\left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)+i_{d0}\right]e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}+$
  $\frac{V}{Z}\sin(\omega t-\gamma)+\frac{E}{R}\left[1-e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}\right]$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷

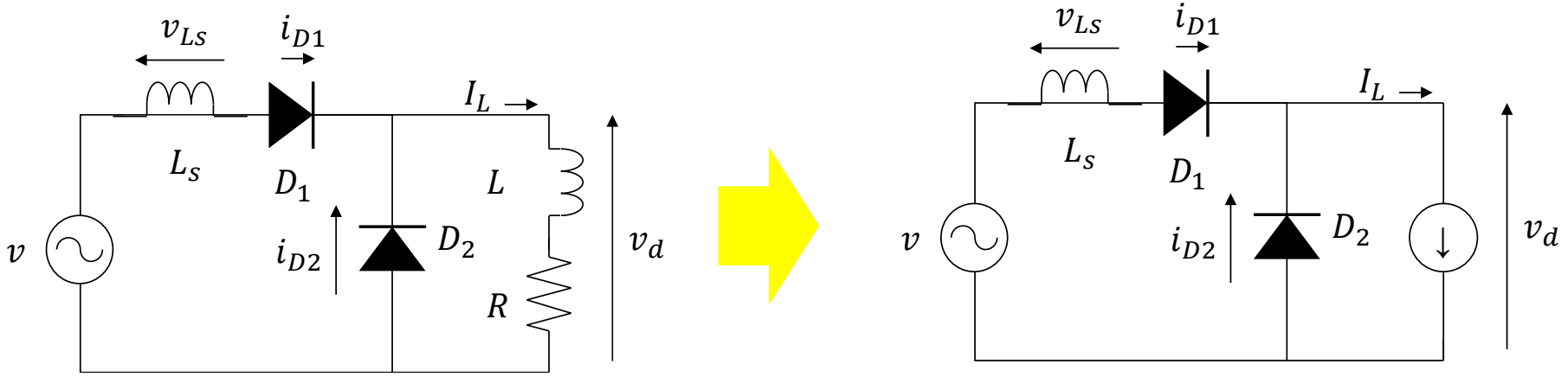
- 境界条件
  - $i_d\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) = i_{d0} = \left[\frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha) + i_{d0}\right] e^{-\frac{\pi R}{\omega L}} - \frac{V}{Z}\sin(\alpha-\gamma) + \frac{E}{R}\left[1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}\right]$
  - $i_{d0} = \frac{V}{Z}\sin(\gamma-\alpha)\frac{1+e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1-e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}} + \frac{E}{R}$

サイリスタHブリッジ回路
位相制御　起電力付誘導性負荷

- 起電力がある場合の連続導通条件
  - $i_{d0} = \frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\alpha-\gamma)\frac{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}+1}{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-1} + \frac{E}{R} > 0$
  - $\sin(\alpha-\gamma) > \frac{E}{V}\frac{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}{R}\frac{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}-1}{e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}+1}$
- Lが十分大きい場合$I_d = I_{rms}$(極性不変。連続導通)
  - $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$　　$\rightarrow V_d > 0$　　$P_d = V_d I_d > 0$　順変換
  - $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$　　$\rightarrow V_d < 0$　　$P_d = V_d I_d < 0$　逆変換

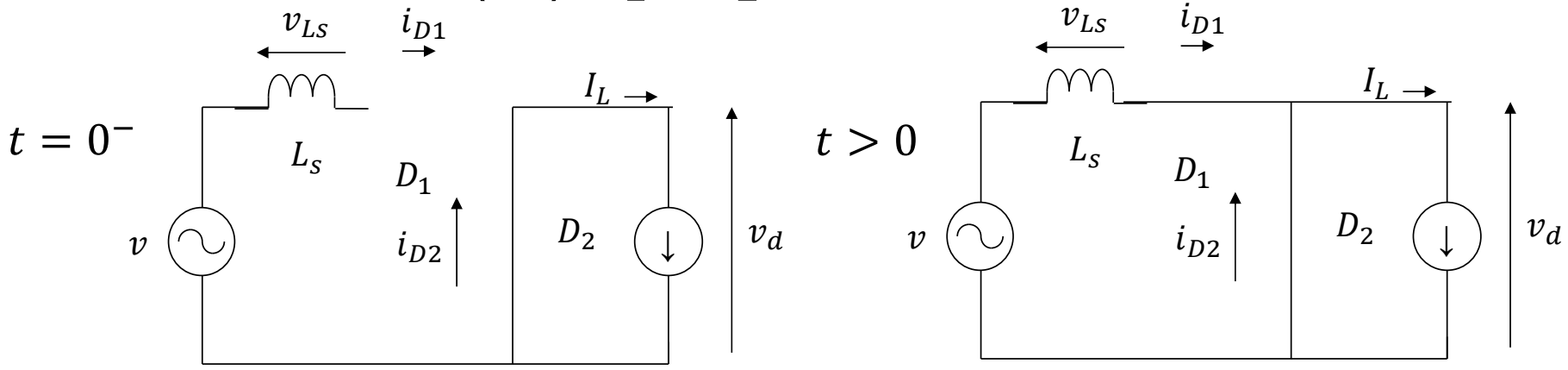
転流
交流電源インダクタンスの影響

- 現実の回路では交流電源に誘導性リアクタンスが存在する
  - 変圧器の漏れインダクタンス等
- 還流ダイオード付き半波整流回路
  - 誘導負荷(L大)→定電流源で模擬



転流
半波整流回路

- 初期状態
  - $t = 0^{-}$:D_1:オフ→$I_{D1} = 0$ D_2:オン→$I_{D2} = I_L$
  - $t = 0, v(t) > 0$となるとD_1ターンオン
    - L_sがあるため電流は瞬間的に変化しない
    - $I_{D1} = I_L$となるまでD_2はオンしつづける
    - 転流期間(角):D_1とD_2が両方オンしている期間



転流
半波整流回路

- 電源電圧　$v(t) = V_m \sin \omega t$
- D_1, D_2がオン状態でL_sに印加される電圧
  - $v_{Ls} = v(t) = V_m \sin \omega t$
- L_sに流れる電流$i_s(t)$
  - $v_{Ls} = L_s \dfrac{d}{dt} i_s$
  - $i_s(t) = \dfrac{1}{L_s} \int_0^t v_{Ls} dt = \dfrac{V_m}{L_s} \int_0^t \sin \omega t \, dt$

$$= \frac{V_m}{\omega L_s} [-\cos \omega t]_0^t = \frac{V_m}{\omega L_s} (1 - \cos \omega t)$$

転流
半波整流回路

- D_2に流れる電流
  - $i_{D2} = I_L - i_{D1} = I_L - \frac{V_m}{\omega L_s}(1 - \cos \omega t)$
  - $i_{D2} = 0$となった時点$(\omega t = u)$で転流終了
    - $I_L - \frac{V_m}{\omega L_s}(1 - \cos u) = 0$
    - $1 - \cos u = \frac{I_L \omega L_s}{V_m}$
    - $u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I_L \omega L_s}{V_m}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I_L X_s}{V_m}\right)$
      - 電源のリアクタンス$X_s = \omega L_s$

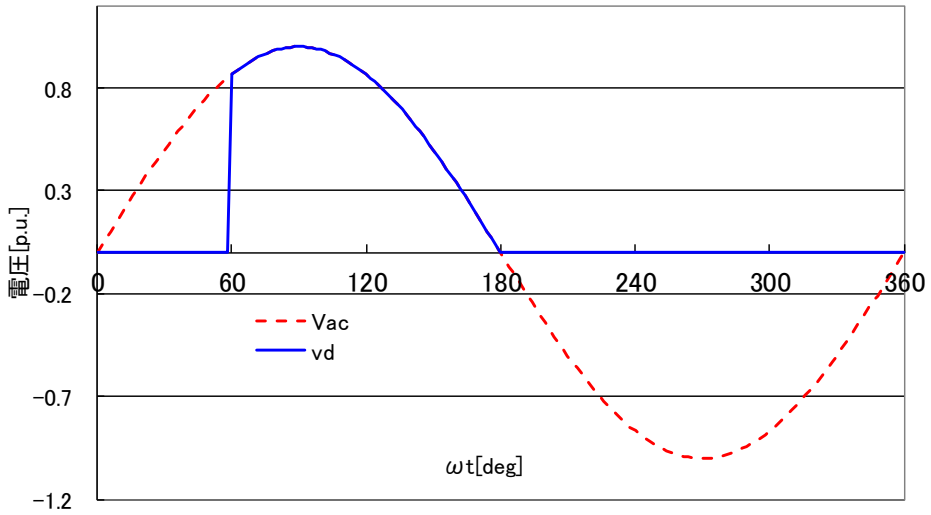
転流
半波整流回路

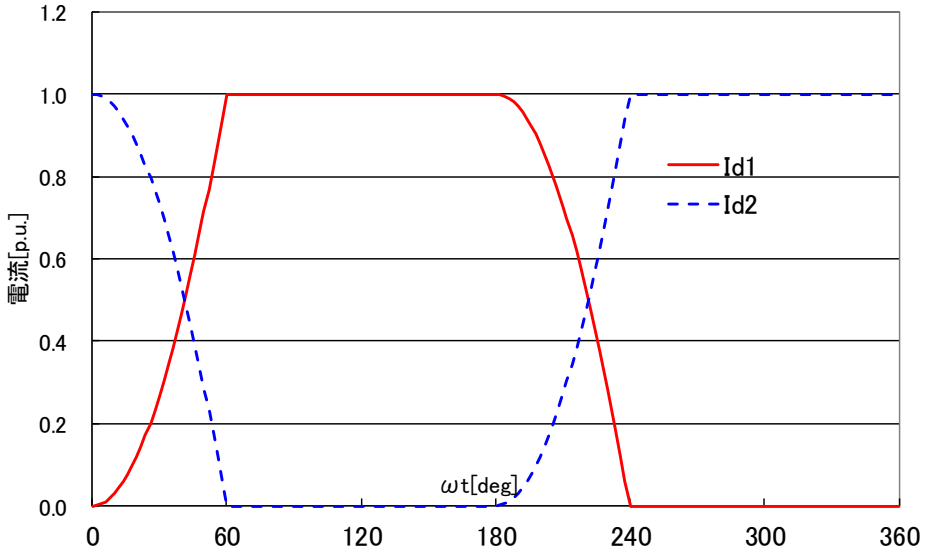
- 転流により平均出力直流電圧は低下する
  - 転流期間中は負荷に印加される電圧は0
  - 平均出力直流電圧$V_O = \frac{1}{T}\int_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{2}} V_m \sin\omega t\, dt$

$$= \frac{V_m}{2\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{2}} = \frac{V_m}{2\pi}(1+\cos u)$$

$$= \frac{V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_L X_s}{2V_m}\right)$$

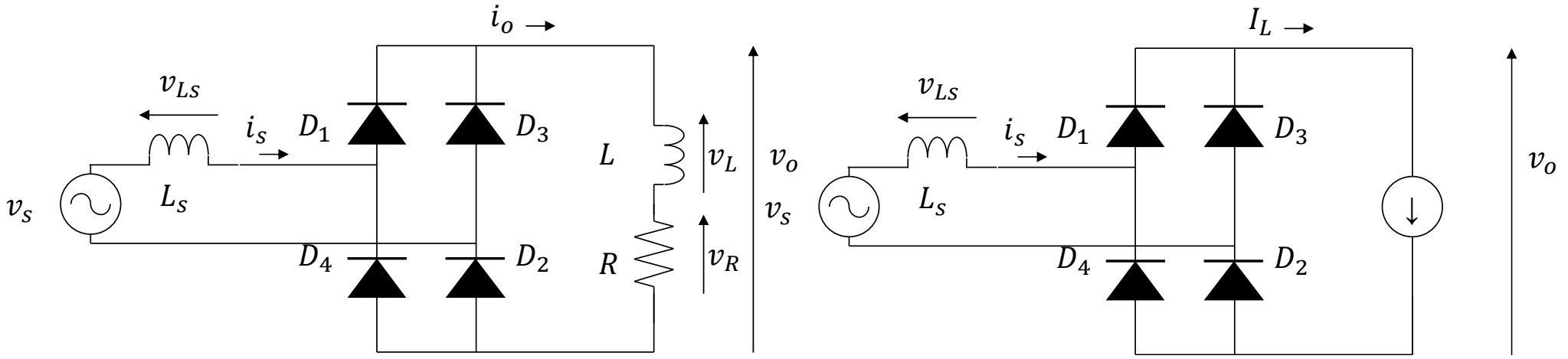
転流
半波整流回路


0.8
0.3
−0.2
−0.7
−1.2
電圧[p.u.]
0
60
120
180
240
300
360
Vac
vd
ωt[deg]


1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
電流[p.u.]
0
60
120
180
240
300
360
Id1
Id2
ωt[deg]

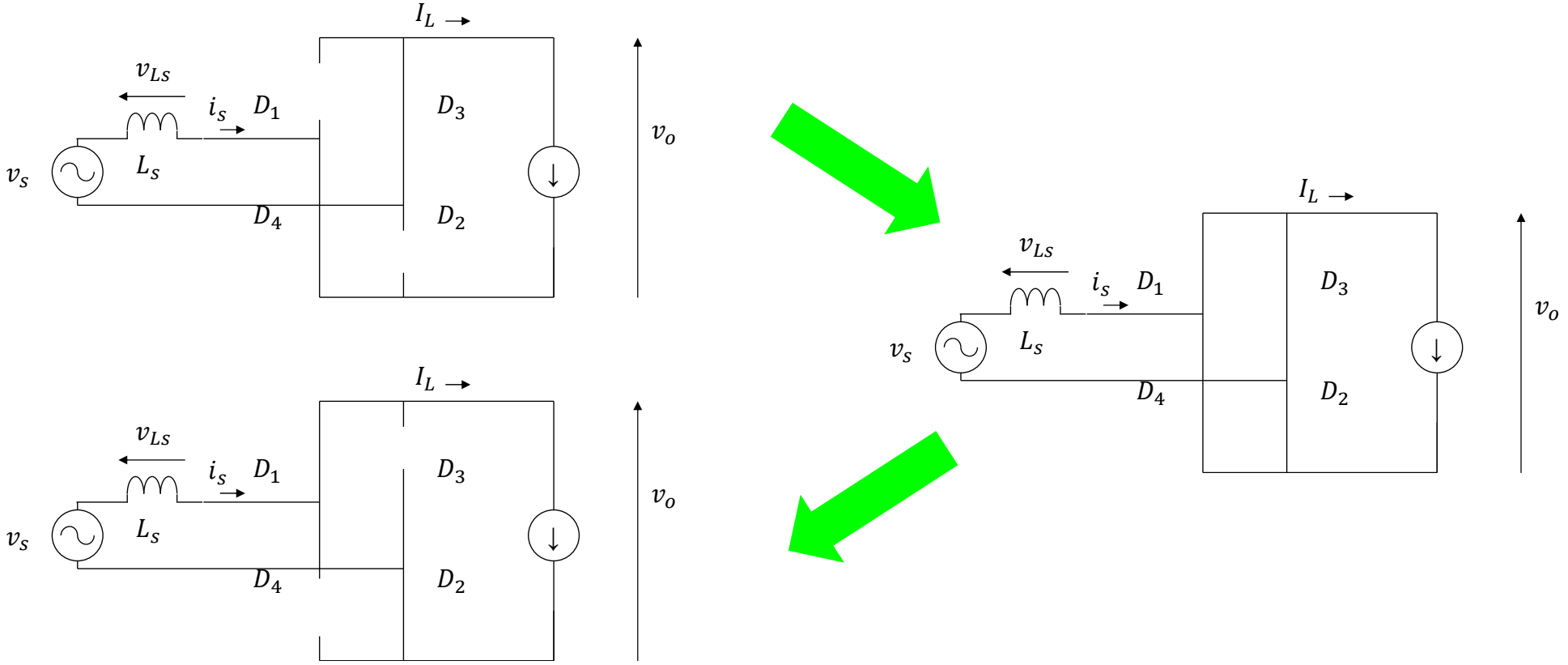
転流
単相全波整流回路

- 導通するダイオードの組み合わせの遷移
  - $D_1, D_2 \rightarrow D_3, D_4 \rightarrow D_1, D_2$
  - 転流期間中は4つ全てのダイオードがオン



転流
単相全波整流回路

- 例　D_3, D_4からD_1, D_2への転流
  - 電源電流　$-I_L$から$+I_L$へ変化



転流
単相全波整流回路

- 電源電圧　$v(t) = V_m \sin \omega t$
- L_sに流れる電流$i_s(t)$
  - $i_s(t) = \frac{V_m}{L_s} \int_0^t \sin \omega t \, dt - I_L$

    $= \frac{V_m}{\omega L_s} [-\cos \omega t]_0^t - I_L = \frac{V_m}{\omega L_s} (1 - \cos \omega t) - I_L$
  - 転流終了時$\left(t = \frac{u}{\omega}\right)$の電流
    - $i_s \left(\frac{u}{\omega}\right) = I_L = \frac{V_m}{\omega L_s} (1 - \cos u) - I_L$

転流
単相全波整流回路

- 転流重なり角u
  - $\frac{V_m}{\omega L_s}(1-\cos u)=2I_L$
  - $1-\cos u=\frac{2I_L\omega L_s}{V_m}$
  - $\cos u=1-\frac{2I_L\omega L_s}{V_m}$
  - $u=\cos^{-1}\left(1-\frac{2I_L\omega L_s}{V_m}\right)$

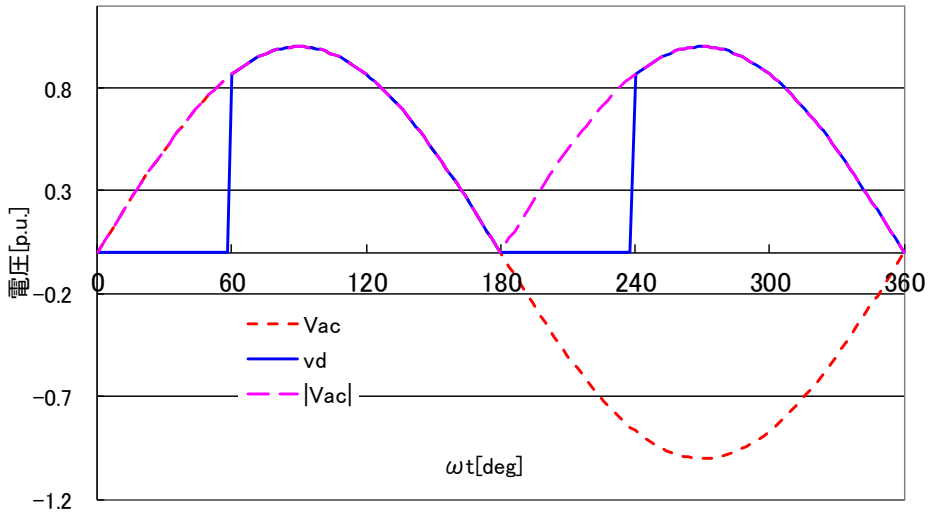
転流
単相全波整流回路

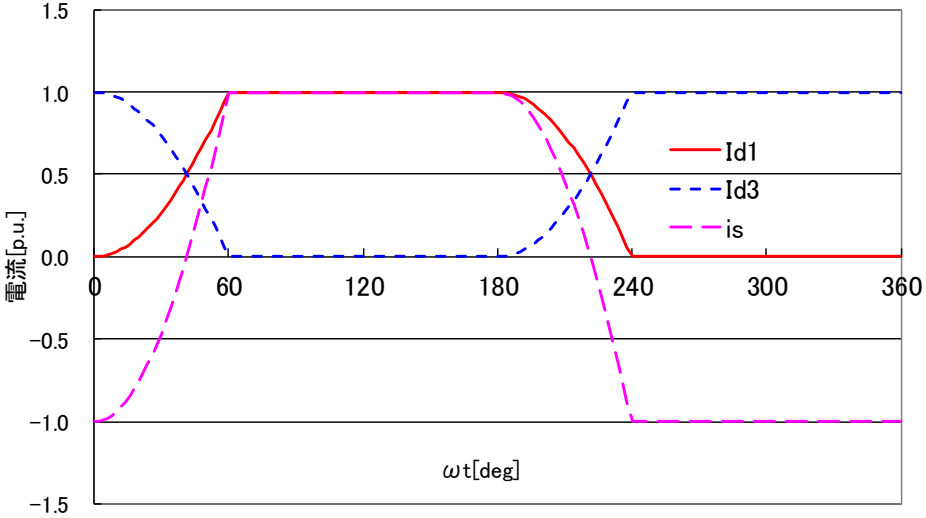
- 転流により平均出力直流電圧は低下する
  - 転流期間中は負荷に印加される電圧は0
  - 半周期毎に繰り返す
  - 平均出力直流電圧$V_O = \frac{2}{T}\int_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{2}} V_m \sin\omega t\, dt$

$$= \frac{V_m}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{2}} = \frac{V_m}{\pi}(1+\cos u)$$

$$= \frac{2V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_L X_s}{V_m}\right)$$

転流
単相全波整流回路


0.8
0.3
−0.2
−0.7
−1.2
電圧[p.u.]
0
60
120
180
240
300
360
Vac
vd
|Vac|
ωt[deg]


1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
電流[p.u.]
0
60
120
180
240
300
360
Id1
Id3
is
ωt[deg]

課題

- 実効値100V、周波数60Hzの交流電源に接続されたサイリスタを用いた全波整流回路について
  - 負荷が1Ωの抵抗のみの場合に点弧角に対する出力直流電圧平均値を図示せよ
  - 直列された1Ω,1H誘導負荷における連続導通と不連続導通の境界となる点弧角を求めよ