パワーエレクトロニクス
第六回　三相全波整流回路
DC-DCコンバータ①

2026年5月20日

授業の予定

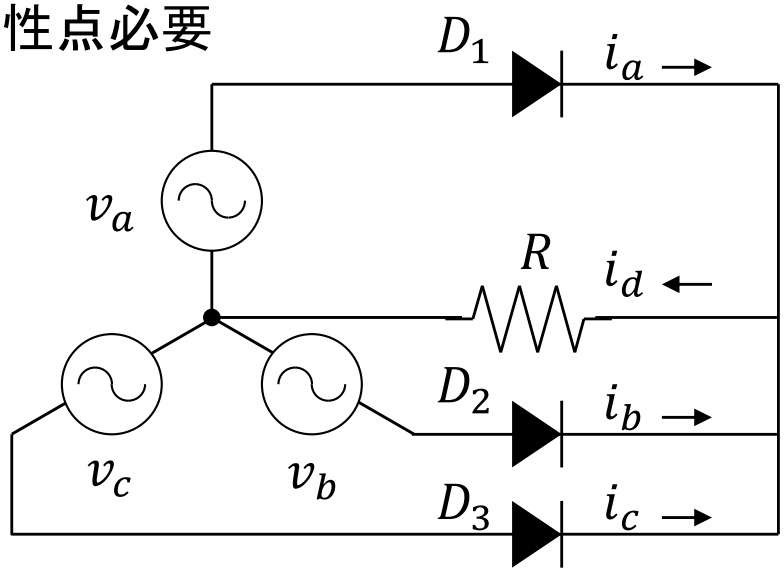
- パワーエレクトロニクス緒論
- パワーエレクトロニクスにおける基礎理論
- パワー半導体デバイス
- 整流回路
- 整流回路の交流側特性と他励式インバータ
- 交流電力制御とサイクロコンバータ
- 直流チョッパ
- DC-DCコンバータと共振形コンバータ
- 自励式インバータ
- 演習

多相整流回路

- 半波整流回路
- 全波整流回路
- 負荷条件
  - 抵抗負荷
  - 誘導負荷
- 出力
  - 電圧
  - 高調波
  - 歪率
- 可制御素子
  - サイリスタを用いた点弧位相制御
    - 誘導負荷
    - 起電力付誘導負荷
    - 定電流源
- 転流
  - 転流重なり角

ダイオード整流回路
三相半波整流回路　抵抗負荷

中性点必要

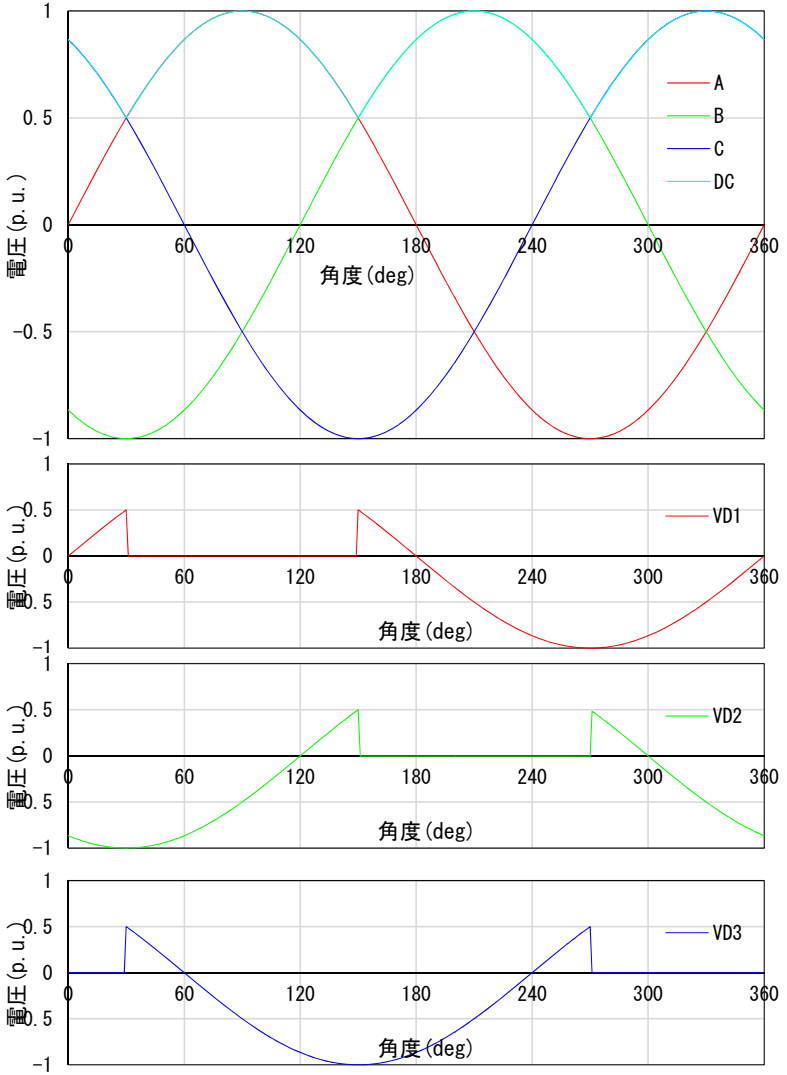


平衡三相交流電圧

$$v_a = V \sin \omega t$$

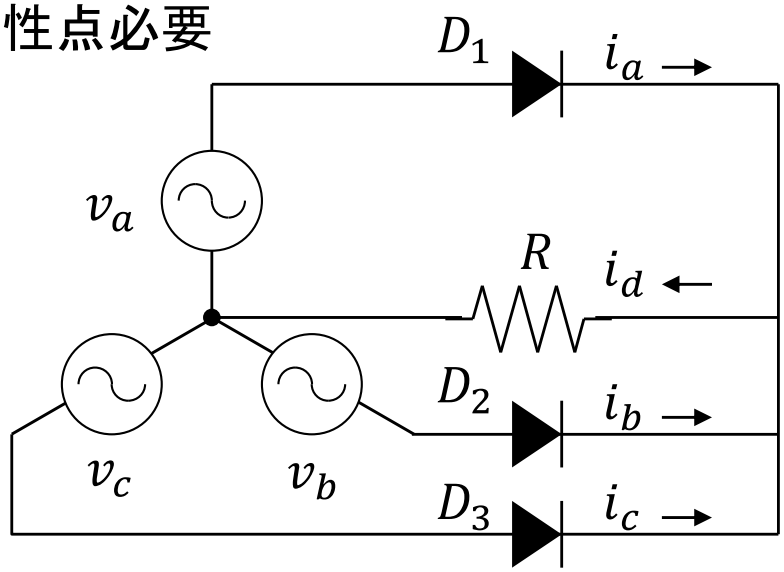
$$v_b = V \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_c = V \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

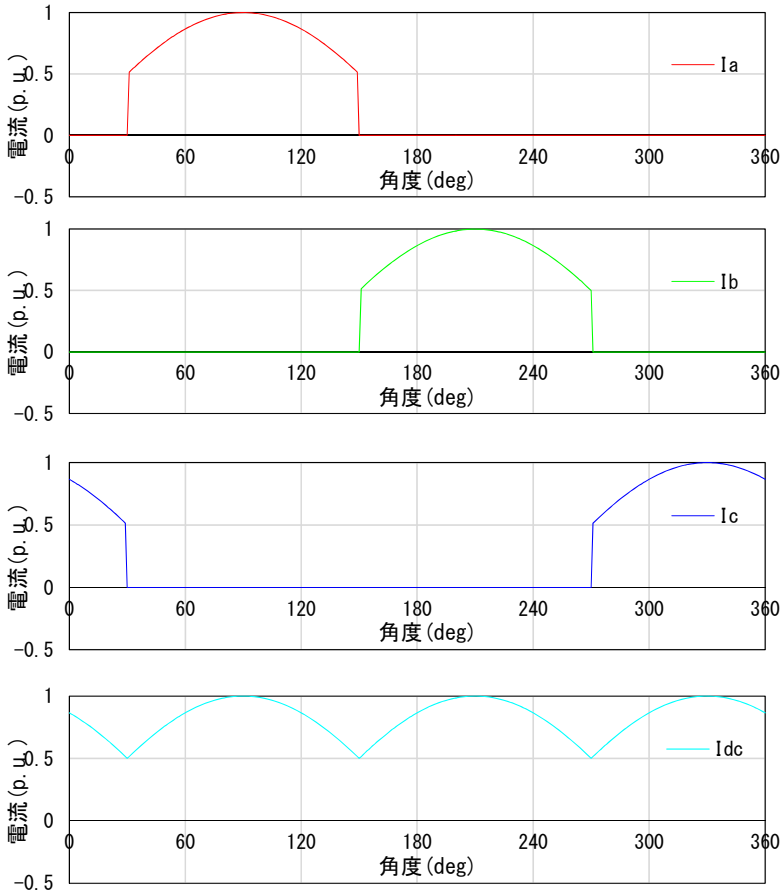


ダイオード整流回路
三相半波整流回路　抵抗負荷

中性点必要

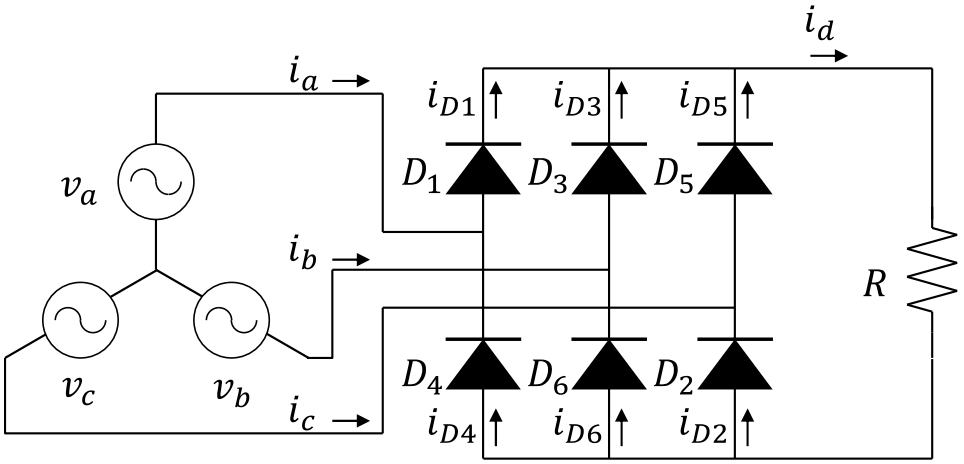


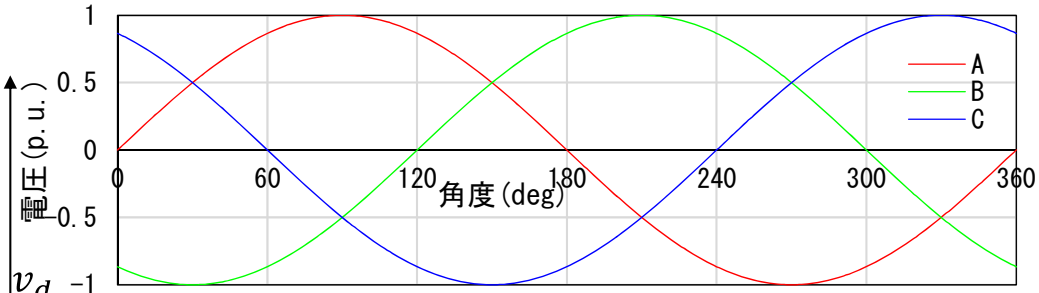
最も電圧の高い相の
ダイオードが導通する



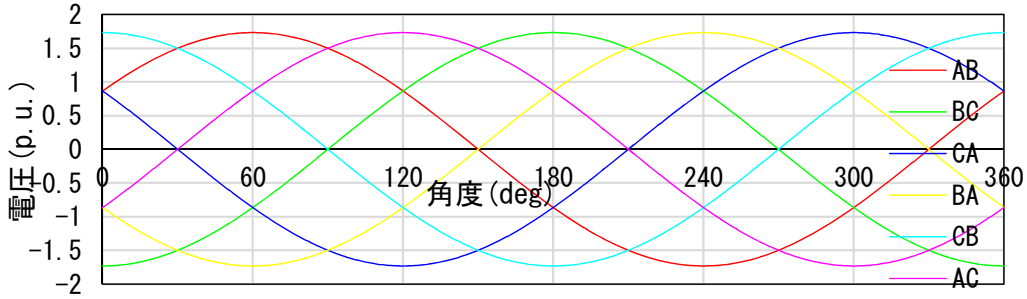
電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷





相電圧



線間電圧

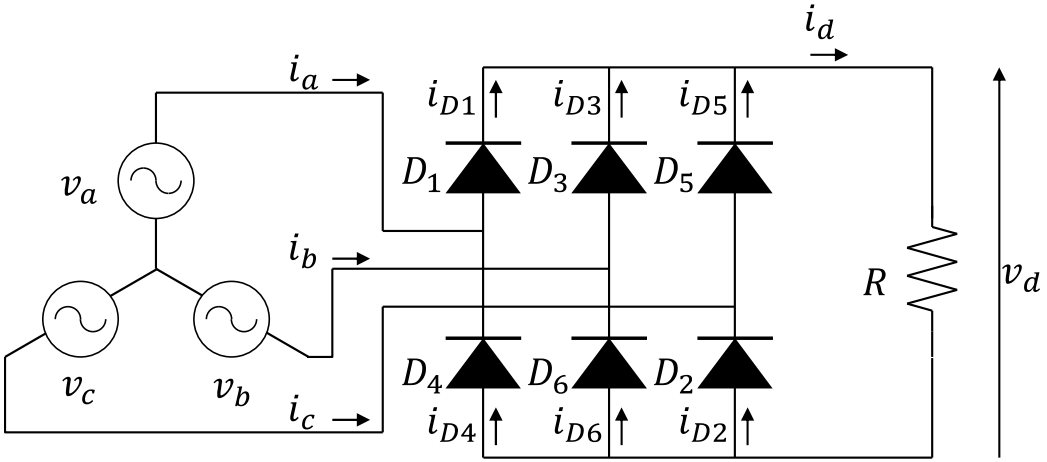
平衡三相交流電圧

$$v_a = V \sin \omega t$$

$$v_b = V \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_c = V \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷



- 導通状態となるのは上下アーム共に一つずつ
- 最も相電圧の高い相の上アームが導通
- 最も相電圧の低い相の下アームが導通
- 同じ相の上下アームが同時に導通状態となることはない
- 負荷には線間電圧が出力

平衡三相交流電圧

$$v_a = V \sin \omega t$$

$$v_b = V \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_c = V \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 相電圧と線間電圧の関係
  - $V_{ab} = V\sin\omega t - V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$

$$= V\left\{\sin\omega t - \sin\omega t\cos\frac{2}{3}\pi + \cos\omega t\sin\frac{2}{3}\pi\right\}$$

$$= V\left\{\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$= \sqrt{3}V\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega t + \frac{1}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$= \sqrt{3}V\left\{\sin\omega t\cos\frac{\pi}{6} + \cos\omega t\sin\frac{\pi}{6}\right\} = \sqrt{3}V\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 線間電圧
  - $V_{ab} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$
  - $V_{bc} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
  - $V_{ca} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right)$
  - $V_{ba} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{5}{6}\pi\right)$
  - $V_{cb} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
  - $V_{ac} = \sqrt{3}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$

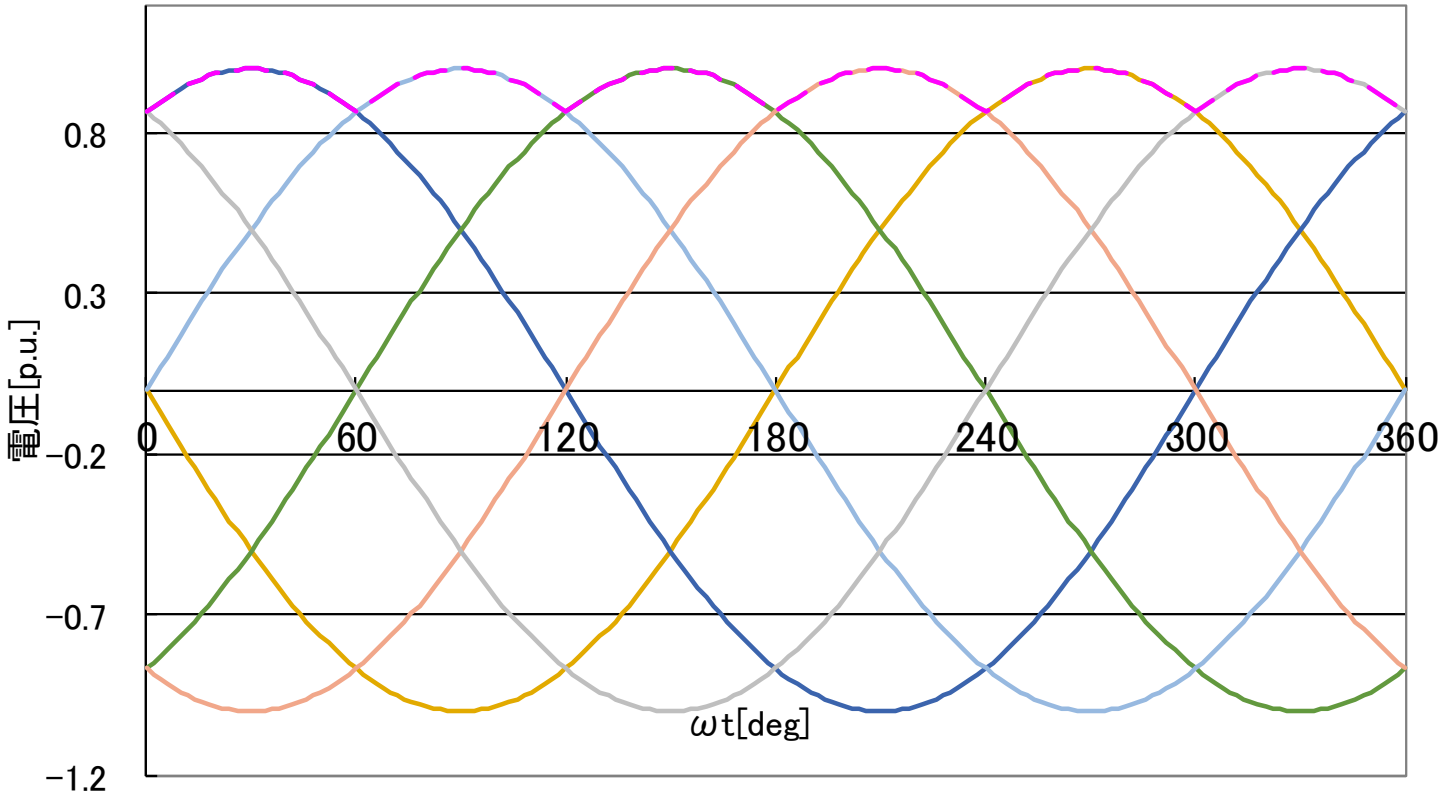
- 線間電圧が最大値となる順序
  - ab→ac →bc →ba →ca →cb →ab
  - $V_{ab} = V_{cb}$となる時点$\left(\omega t < \frac{\pi}{6}\right)$を基準にとる$\omega t' = 0$
    - $0 < \omega t' < \frac{\pi}{3}$　　D1, D6
    - $\frac{\pi}{3} < \omega t' < \frac{2\pi}{3}$　　D1, D2
    - $\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \pi$　　D2, D3
    - $\pi < \omega t' < \frac{4\pi}{3}$　　D3, D4
    - $\frac{4\pi}{3} < \omega t' < \frac{5\pi}{3}$　　D4, D5
    - $\frac{5\pi}{3} < \omega t' < 2\pi$　　D5, D6

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

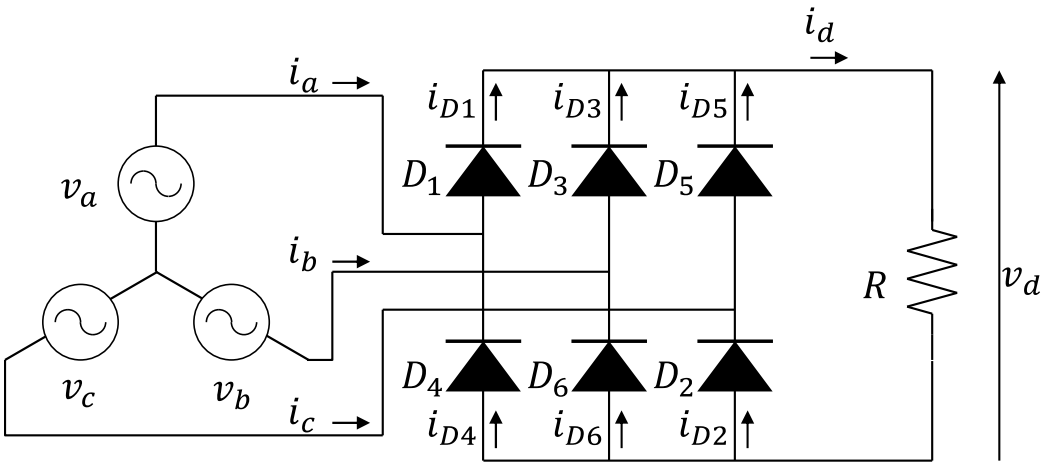
- ダイオード別の導通期間
  - D1　　$0 < \omega t' < \frac{2\pi}{3}$
  - D2　　$\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \pi$
  - D3　　$\frac{2\pi}{3} < \omega t' < \frac{4\pi}{3}$
  - D4　　$\pi < \omega t' < \frac{5\pi}{3}$
  - D5　　$\frac{4\pi}{3} < \omega t' < 2\pi$
  - D6　　$\frac{5\pi}{3} < \omega t' < \frac{7\pi}{3}$
  - 各導通期間は$\frac{2\pi}{3}$
- 相電流
  - $i_a = i_{D1} - i_{D4}$
  - $i_b = i_{D3} - i_{D6}$
  - $i_c = i_{D5} - i_{D2}$

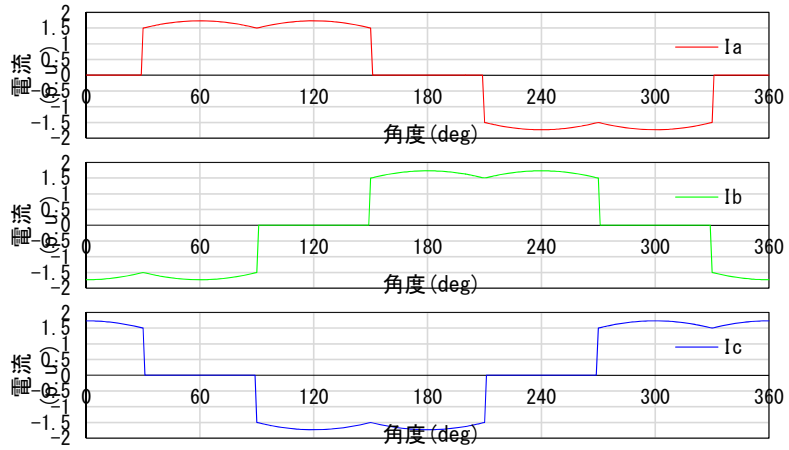
ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

出力直流電圧

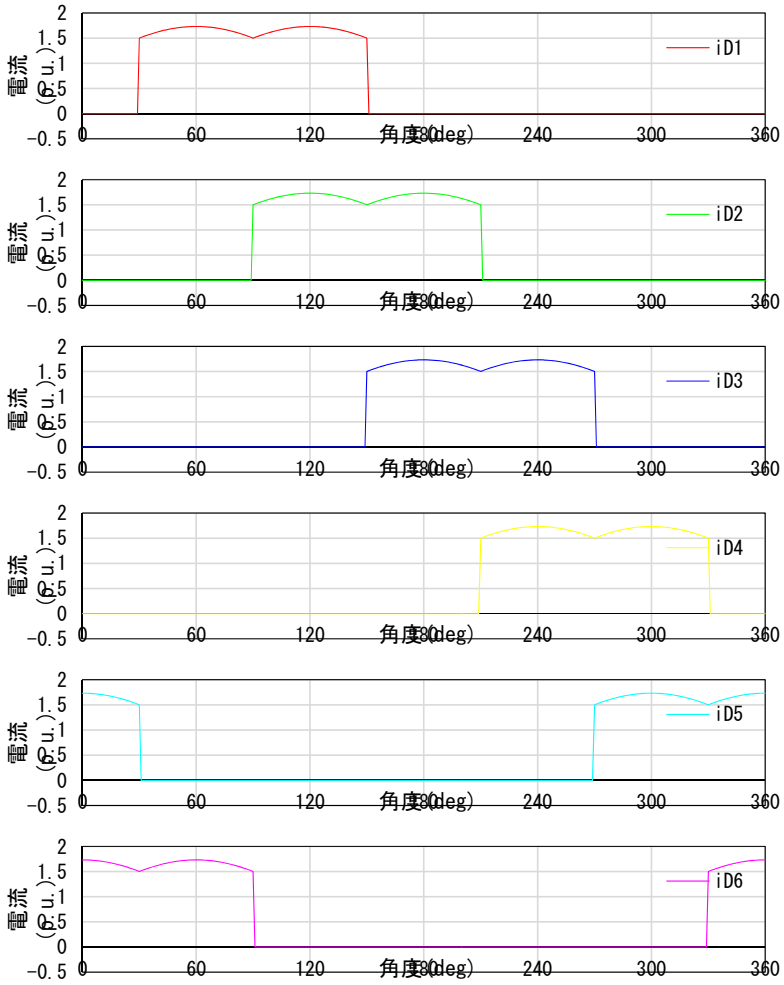


ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷





相電流



ダイオード電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 直流出力平均電圧
  - $V_{Oavg} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t$

    $= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi} \left[-\cos\frac{2\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3} \right] = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}$
- 直流出力平均電流
  - $I_{Oavg} = \frac{V_O}{R}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 直流出力電圧実効値

$$V_{Orms} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\pi}{3}}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sqrt{3}V\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\right\}^2 d\omega t} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)d\omega t}$$

$$= \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos\left(2\omega t+\frac{\pi}{3}\right)}{2}d\omega t} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\left[\frac{\omega t}{2}-\frac{\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{3}\right)}{4}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}}$$

$$= \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12}-\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}} = \frac{3V}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}}$$

- 直流出力電流実効値
  - $I_{Orms} = \frac{V_{Orms}}{R} = \frac{3V}{R\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- ダイオード一つ当たり導通期間1/3周期
  - 平均電流　　$I_{Davg} = \frac{1}{3} I_{Oavg}$
  - 実効値電流　　$I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{3} {I_{Orms}}^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{Orms}$
- 相電流
  - 実効値電流　　$I_{prms} = \sqrt{\frac{2}{3} {I_{Orms}}^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{Orms}$
- 交流電源の皮相電力
  - $S = 3V I_{prms}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- 出力電圧高調波
  - $v_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = V_{Oavg} = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi}$　　直流成分
    - $b_0 = 0$
    - $a_i = \frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\begin{array}{c} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \\ + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \\ + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\cos i\omega t\, d\omega t \end{array}\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- a_iの係数
- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\cos i\omega t\, d\omega t = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2} d\omega t$
- $= \left[\frac{\cos\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$
- $= \frac{\cos\left((1-i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left((1-i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left((1+i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left((1+i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}$
- $= \frac{\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1-i)} - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1+i)}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=-\cos-\frac{\pi}{6}i-\cos-\frac{\pi}{2}i-\cos-\frac{5\pi}{6}i-\cos-\frac{7\pi}{6}i-\cos-\frac{3\pi}{2}i-\cos-\frac{11\pi}{6}i$
- $=-\left\{\cos\frac{\pi}{6}i+\cos\frac{\pi}{2}i+\cos\frac{5\pi}{6}i+\cos\frac{7\pi}{6}i+\cos\frac{3\pi}{2}i+\cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$
  - $\cos\left(A+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(A+\frac{\pi}{3}\right)=\cos A\cos\frac{2\pi}{3}-\sin A\sin\frac{2\pi}{3}-\cos A\cos\frac{\pi}{3}+\sin A\sin\frac{\pi}{3}=-\cos A$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=-\cos\frac{\pi}{6}i-\cos\frac{\pi}{2}i-\cos\frac{5\pi}{6}i-\cos\frac{7\pi}{6}i-\cos\frac{3\pi}{2}i-\cos\frac{11\pi}{6}i$
- $=-\left\{\cos\frac{\pi}{6}i+\cos\frac{\pi}{2}i+\cos\frac{5\pi}{6}i+\cos\frac{7\pi}{6}i+\cos\frac{3\pi}{2}i+\cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k$
  - $\cos\frac{\pi}{6}6k + \cos\frac{\pi}{2}6k + \cos\frac{5\pi}{6}6k + \cos\frac{7\pi}{6}6k + \cos\frac{3\pi}{2}6k + \cos\frac{11\pi}{6}6k = 6\cos\pi k = 6(-1)^k$
- $i = 6k + 1$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+2) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+2) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k + 3$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+3) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+3) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+1) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+4) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{\pi}{2}(6k+5) + \cos\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{3\pi}{2}(6k+5) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k$(6の整数倍の成分のみ)
  - $a_i = \frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\frac{-6(-1)^k}{2(1-i)} - \frac{6(-1)^k}{2(1+i)}\right\}$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi(i^2-1)}(-1)^k$$

- $i = 6k + 1, +2, +3, +4, +5$
  - $a_i = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $b_i =$

$$\frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\left\{\begin{array}{c}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\sin i\omega t\,d\omega t+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)\sin i\omega t\,d\omega t\\ +\int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\sin i\omega t\,d\omega t+\int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}}\sin\left(\omega t-\frac{5\pi}{6}\right)\sin i\omega t\,d\omega t\\ +\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}}\sin\left(\omega t+\frac{5\pi}{6}\right)\sin i\omega t\,d\omega t+\int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)\sin i\omega t\,d\omega t\end{array}\right\}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

b_iの係数

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\sin i\omega t\, d\omega t = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2} d\omega t$$

$$= \left[\frac{\sin\left((1-i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)}+\frac{\sin\left((1+i)\omega t+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\sin\left((1-i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left((1-i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1-i)}$$

$$+\frac{\sin\left((1+i)\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left((1+i)\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)}{2(1+i)}$$

$$= \frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1-i)}+\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)}{2(1+i)}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$+\sin\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$+\sin\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$-\sin\left(-\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=\sin-\frac{\pi}{6}i+\sin-\frac{\pi}{2}i+\sin-\frac{5\pi}{6}i+\sin-\frac{7\pi}{6}i+\sin-\frac{3\pi}{2}i+\sin-\frac{11\pi}{6}i$$
$$=-\left\{\sin\frac{\pi}{6}i+\sin\frac{\pi}{2}i+\sin\frac{5\pi}{6}i+\sin\frac{7\pi}{6}i+\sin\frac{3\pi}{2}i+\sin\frac{11\pi}{6}i\right\}$$

- $\sin\left(A+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)=\sin A\cos\frac{2\pi}{3}+\cos A\sin\frac{2\pi}{3}-\sin A\cos\frac{\pi}{3}-\cos A\sin\frac{\pi}{3}=\sin A$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $\sin\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+$
  $\sin\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{5\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{7\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)+$
  $\sin\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}i+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{13\pi}{6}i+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{11\pi}{6}i+\frac{\pi}{3}\right)$
- $=\sin\frac{\pi}{6}i+\sin\frac{\pi}{2}i+\sin\frac{5\pi}{6}i+\sin\frac{7\pi}{6}i+\sin\frac{3\pi}{2}i+\sin\frac{11\pi}{6}i$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

- $i = 6k$
  - $\sin\frac{\pi}{6}6k + \sin\frac{\pi}{2}6k + \sin\frac{5\pi}{6}6k + \sin\frac{7\pi}{6}6k + \sin\frac{3\pi}{2}6k + \sin\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+1) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+1) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+2) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+2) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

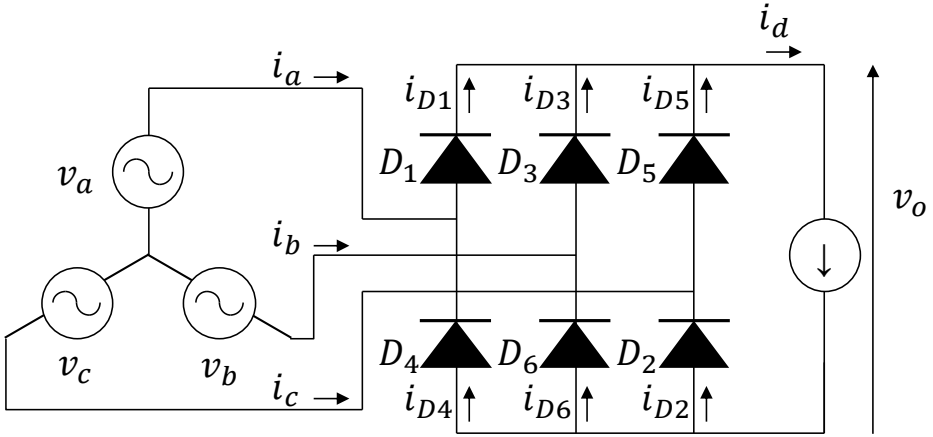
ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

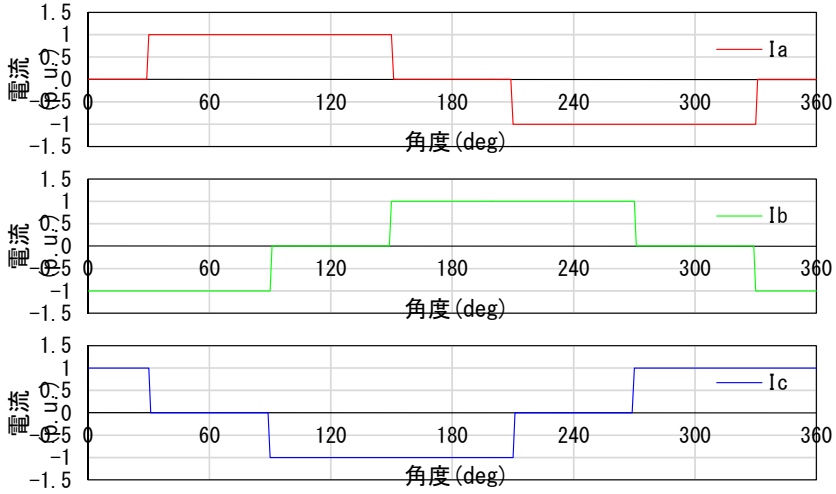
- $i = 6k + 3$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+3) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+3) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+4) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+4) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\sin\frac{\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{\pi}{2}(6k+5) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{3\pi}{2}(6k+5) + \sin\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　抵抗負荷

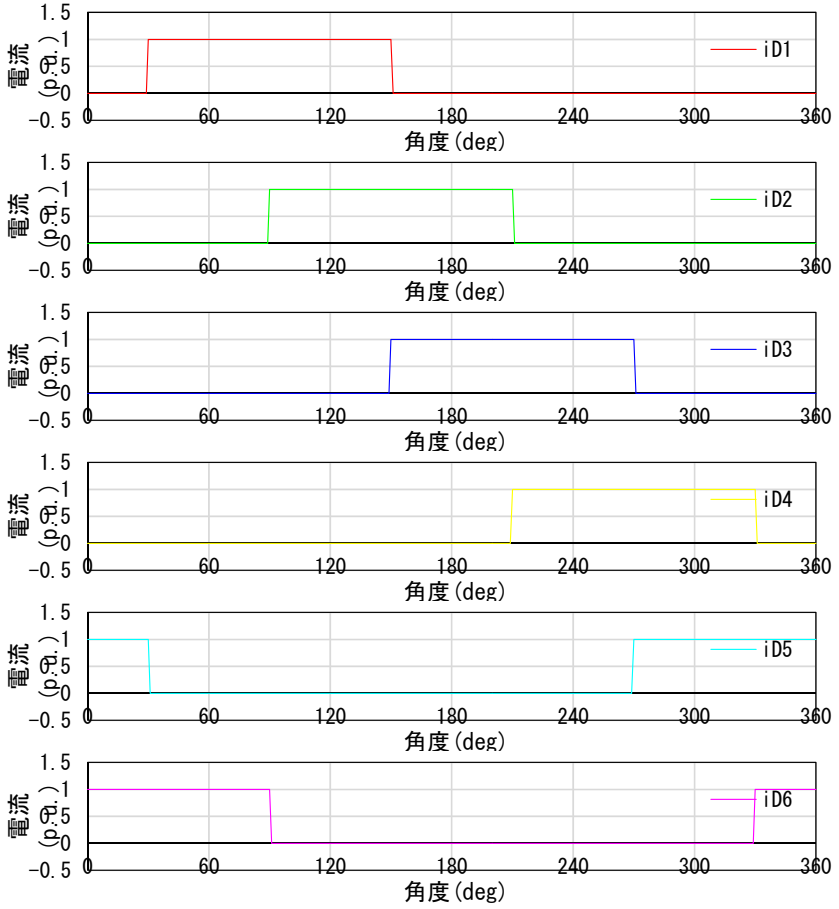
- b_i =0
- 直流電圧の高調波成分
  - $v_i = \frac{3\sqrt{3}V}{\pi(i^2-1)}(-1)^k \cos i\omega t$
  - ただし$i = 6k$(6の整数倍の成分のみ)

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流





相電流



ダイオード電流

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- 交流相電流実効値

$$I_{prms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} {I_o}^2 d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (-I_o)^2 d\omega t\right\}} = \frac{I_o}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\left\{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} - \frac{7\pi}{6}\right\}}$$

$$= I_o\sqrt{\frac{2}{3}}$$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- 交流電流高調波
  - $i_o(t) = \sum_{i=0}^{\infty}[a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t]$
    - $a_0 = 0$
    - $b_0 = 0$　　直流成分
    - $a_i = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_o \cos i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -I_o \cos i\omega t \, d\omega t\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi}\left\{\left[\frac{\sin i\omega t}{i}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} - \left[\frac{\sin i\omega t}{i}\right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}}\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{\sin\frac{5\pi}{6}i - \sin\frac{\pi}{6}i - \sin\frac{11\pi}{6}i + \sin\frac{7\pi}{6}i\right\}$
    - $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{-\sin\frac{\pi}{6}i + \sin\frac{5\pi}{6}i + \sin\frac{7\pi}{6}i - \sin\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- $b_i = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_o \sin i\omega t \, d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -I_o \sin i\omega t \, d\omega t\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi}\left\{\left[\frac{-\cos i\omega t}{i}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} - \left[\frac{-\cos i\omega t}{i}\right]_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}}\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{-\cos\frac{5\pi}{6}i + \cos\frac{\pi}{6}i + \cos\frac{11\pi}{6}i - \cos\frac{7\pi}{6}i\right\}$
- $= \frac{I_o}{2\pi i}\left\{\cos\frac{\pi}{6}i - \cos\frac{5\pi}{6}i - \cos\frac{7\pi}{6}i + \cos\frac{11\pi}{6}i\right\}$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- a_iの係数
- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \cos i\omega t \, d\omega t$
- $i = 6k$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}6k + \sin\frac{5\pi}{6}6k + \sin\frac{7\pi}{6}6k - \sin\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+1) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+1) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 0$
- $i = 6k + 2$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+2) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+2) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- $i = 6k + 3$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+3) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+3) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+4) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+4) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $-\sin\frac{\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{5\pi}{6}(6k+5) + \sin\frac{7\pi}{6}(6k+5) - \sin\frac{11\pi}{6}(6k+5) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- b_iの係数
- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \cos i\omega t \, d\omega t$
- $i = 6k$
  - $\cos\frac{\pi}{6}6k - \cos\frac{5\pi}{6}6k - \cos\frac{7\pi}{6}6k + \cos\frac{11\pi}{6}6k = 0$
- $i = 6k + 1$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+1) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+1) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+1) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+1) = 2\sqrt{3}\cos\pi k = 2\sqrt{3}(-1)^k$
- $i = 6k + 2$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+2) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+2) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+2) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+2) = 0$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

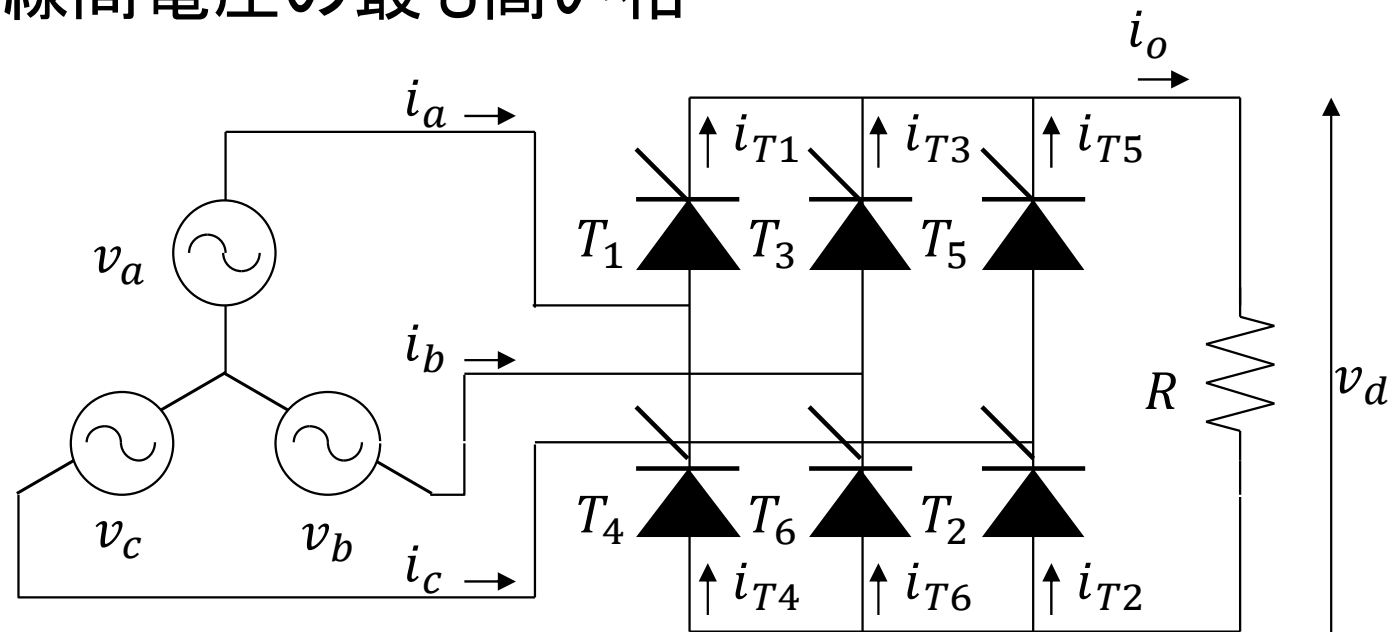
- $i = 6k + 3$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+3) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+3) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+3) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+3) = 0$
- $i = 6k + 4$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+4) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+4) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+4) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+4) = 0$
- $i = 6k + 5$
  - $\cos\frac{\pi}{6}(6k+5) - \cos\frac{5\pi}{6}(6k+5) - \cos\frac{7\pi}{6}(6k+5) + \cos\frac{11\pi}{6}(6k+5) = -2\sqrt{3}\cos\pi k = -2\sqrt{3}(-1)^k$

ダイオード整流回路
三相全波整流回路　直流定電流

- $i_o = \frac{I_o}{2\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{\sqrt{3}(-1)^k}{6k+1}\sin(6k+1)\omega t - \frac{\sqrt{3}(-1)^k}{6k+5}\sin(6k+5)\omega t\right]$
- $6k \pm 1$の高調波

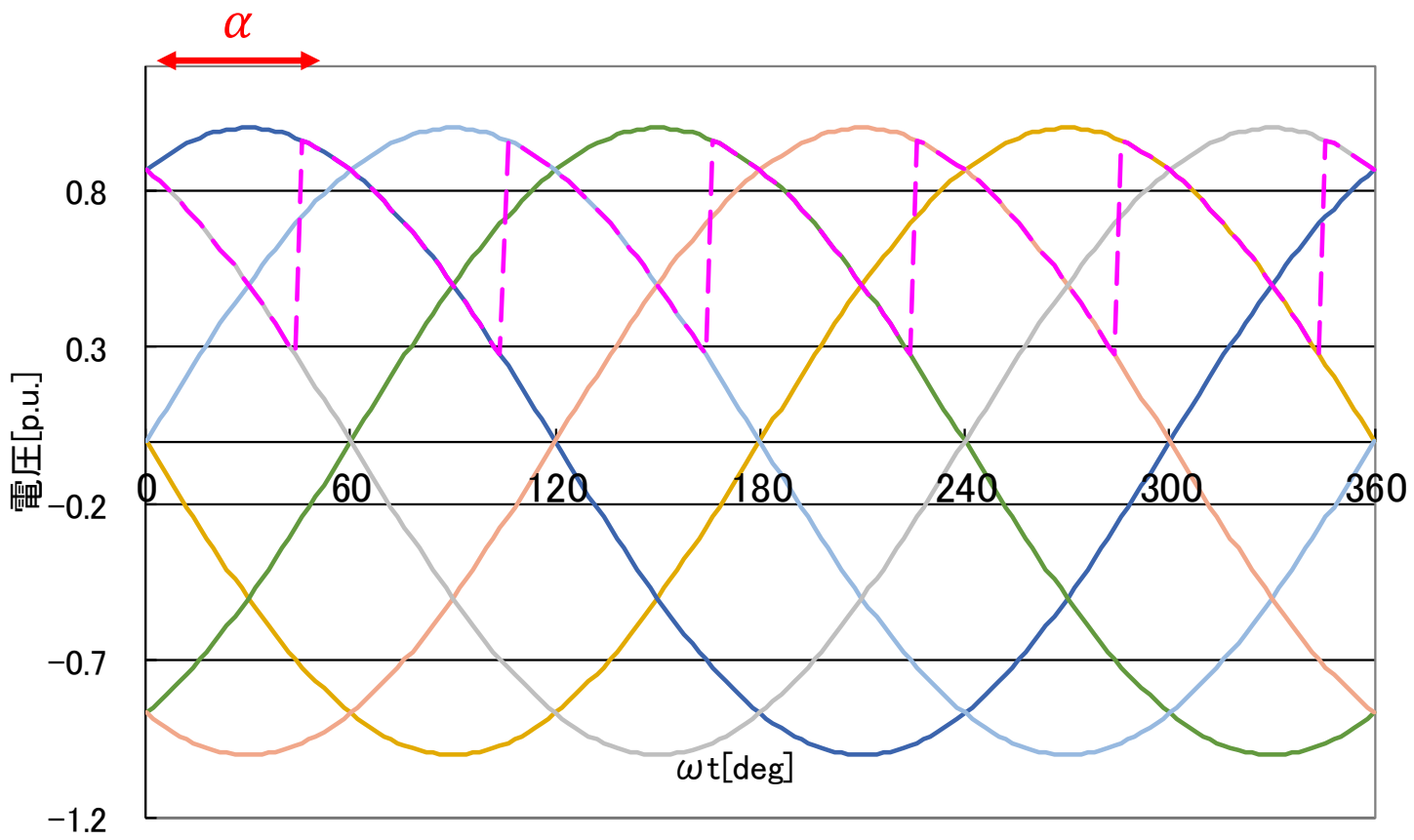
位相制御三相全波整流回路

- サイリスタは順方向電圧が印加された状態でゲート信号が与えられるまで遮断状態を維持
  - 次の相のゲート信号が与えられるまで導通
    - 線間電圧の最も高い相



位相制御三相全波整流回路

- 点弧角$\alpha = 45^{\circ}$



位相制御三相全波整流回路

- 直流出力平均電圧
  - 60°毎に導通するサイリスタペアが交代
  - $V_O = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{1}{3}\pi+\alpha}^{\frac{2}{3}\pi+\alpha} \sqrt{3}V \sin \omega t \, d\omega t$

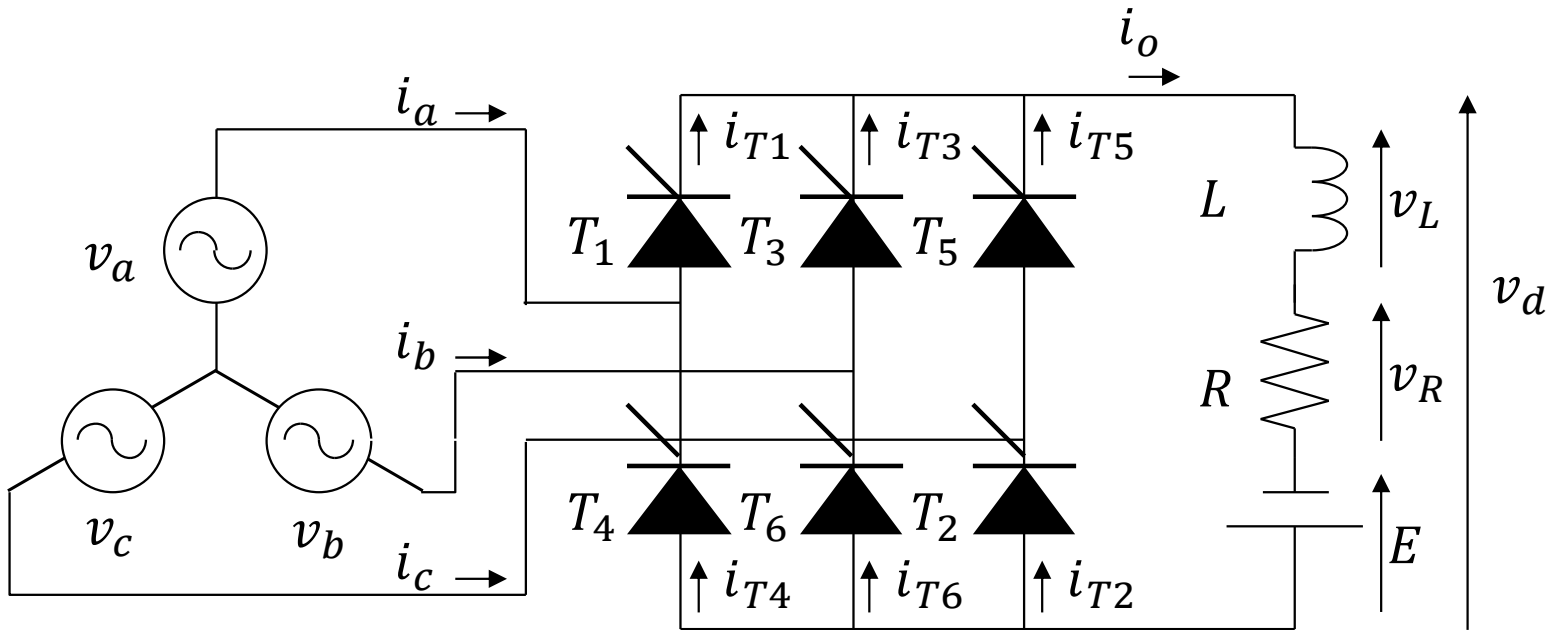
$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi} \left[-\cos \omega t \right]_{\frac{1}{3}\pi+\alpha}^{\frac{2}{3}\pi+\alpha}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}V}{\pi} \cos \alpha$$

  - $90^\circ < \alpha$で$\cos \alpha$は負となる

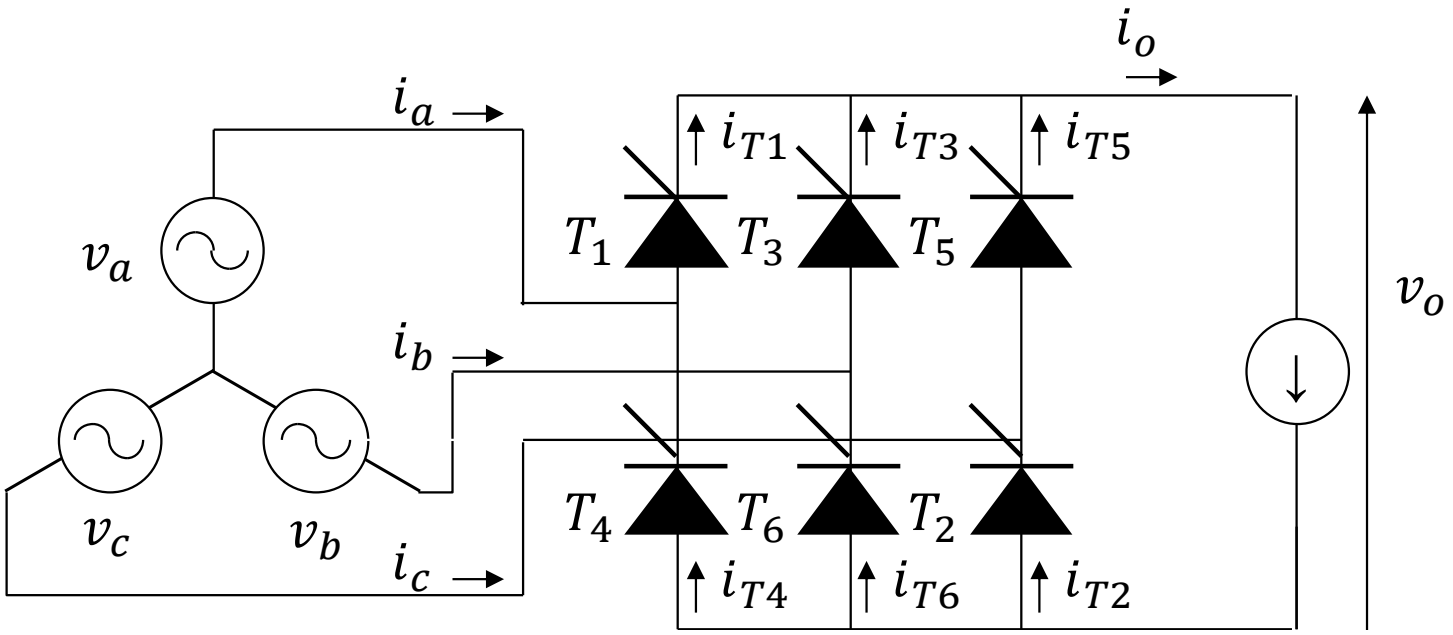
位相制御三相全波サイリスタ回路 インバータ運転

- 直流側に誘導性電源を有する
  - 負極性の直流電圧



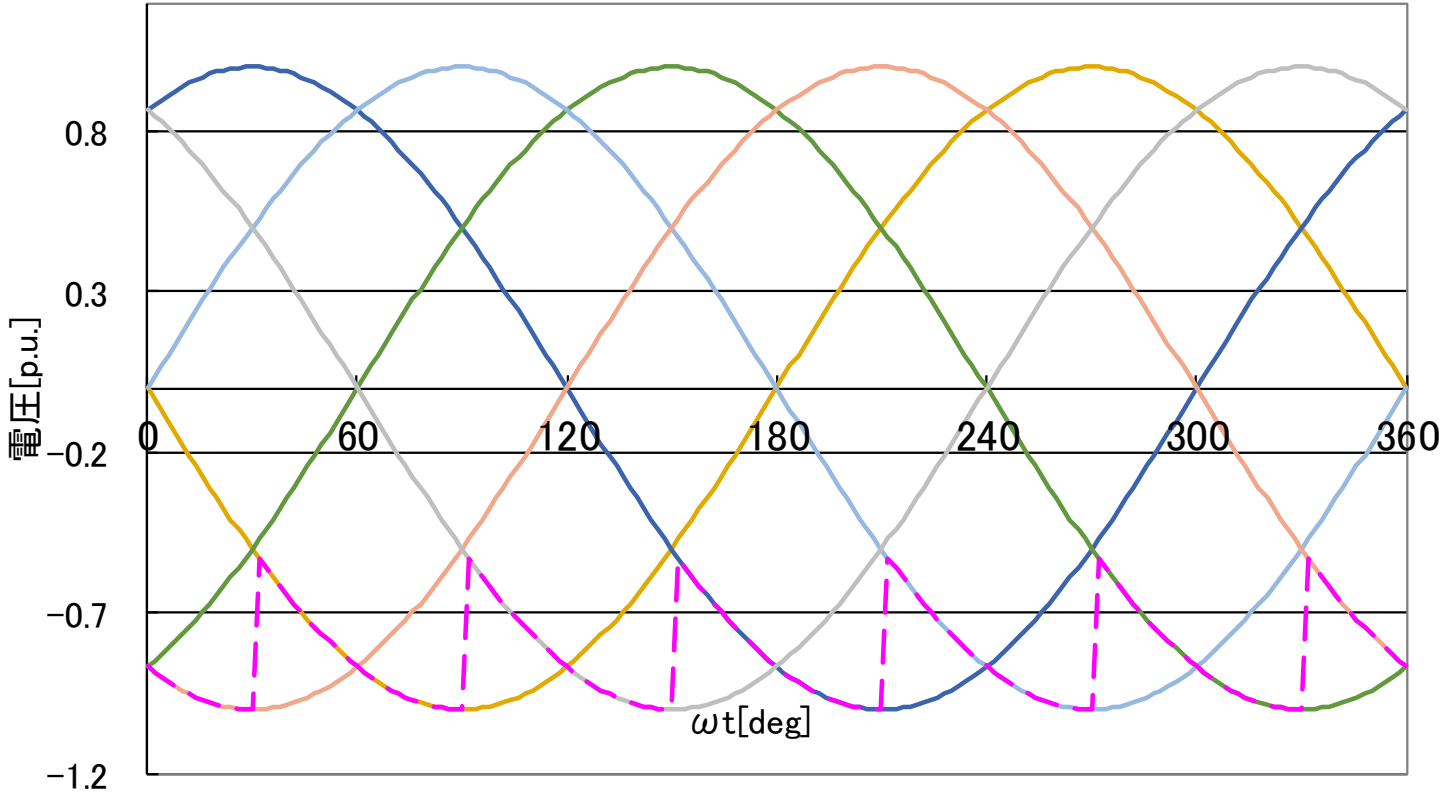
位相制御三相全波サイリスタ回路 インバータ運転

- $0^\circ < \alpha < 90^\circ$　　整流動作
- $90^\circ < \alpha < 180^\circ$　　インバータ動作

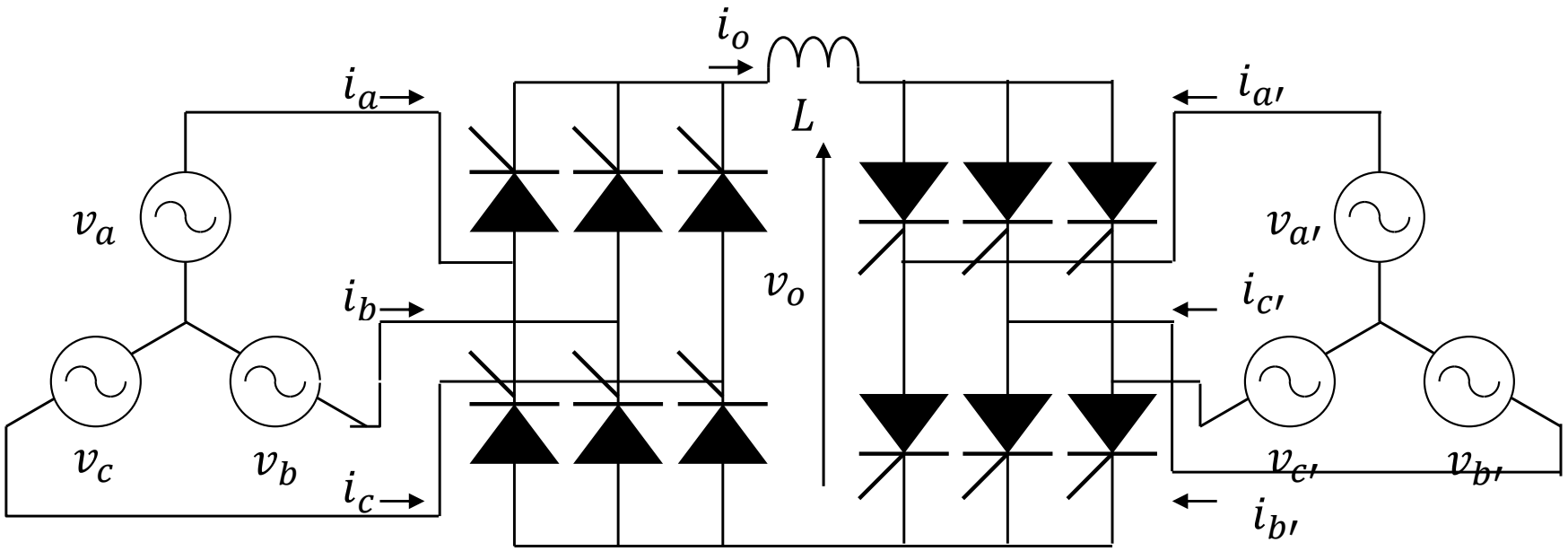


位相制御三相全波サイリスタ回路 インバータ運転

- 点弧角$\alpha = 150^{\circ}$



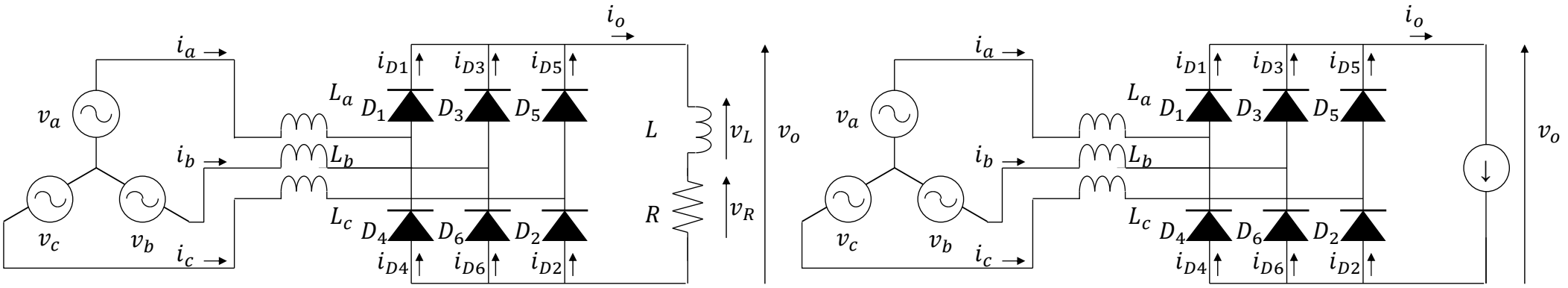
位相制御サイリスタ回路を用いた直流送電



整流動作　→　インバータ動作
インバータ動作　→　整流動作

転流
三相全波整流回路

- 導通するダイオードの組み合わせの遷移
  - 同時にオンしているダイオードは上下各一つ
  - $D_1, D_2 \rightarrow D_3, D_2 \rightarrow D_3, D_4 \rightarrow D_5, D_4 \rightarrow D_5, D_6 \rightarrow D_1, D_6 \rightarrow D_1, D_2$
  - 転流期間中は3つのダイオードがオン

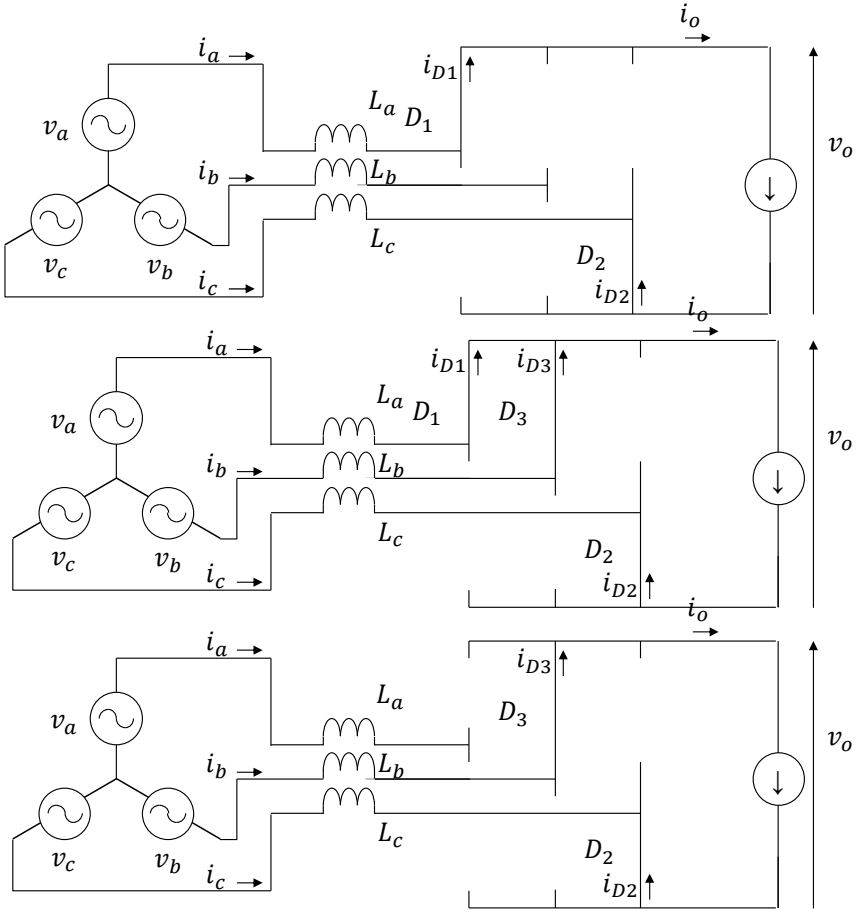


転流
三相全波整流回路

- 相電圧
  - $v_a(t) = \frac{V_m}{\sqrt{3}} \sin\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right)$
  - $v_b(t) = \frac{V_m}{\sqrt{3}} \sin\left(\omega t + \frac{1}{6}\pi\right)$
  - $v_c(t) = \frac{V_m}{\sqrt{3}} \sin\left(\omega t - \frac{1}{2}\pi\right)$
- 線間電圧
  - $v_{ab}(t) = V_m \sin(\omega t - \pi)$
  - $v_{bc}(t) = V_m \sin\left(\omega t - \frac{5}{3}\pi\right)$
  - $v_{ca}(t) = V_m \sin\left(\omega t - \frac{1}{3}\pi\right)$
  - $v_{ba}(t) = V_m \sin \omega t$
  - $v_{cb}(t) = V_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$
  - $v_{ac}(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$

転流
三相全波整流回路

- 例　D_1, D_2からD_3, D_2への転流
  - D_1, D_2の導通状態
    - $v_{ac} > v_{ab}, v_{ac} > v_{bc}$
  - $v_b > v_a$となると転流開始
    - D_1, D_2, D_3が導通
  - D_3, D_2の導通状態
    - $v_{bc} > v_{ac}, v_{bc} > v_{ba}$



転流
三相全波整流回路

- D_1からD_3への転流において
  - L_a, L_bに印加される電圧v_{La}, v_{Lb}
    - $v_{Lb} - v_{La} = v_{ba} = V_m \sin \omega t$
      - $t > 0$で$v_b > v_a$となる
      - $L_a = L_b$なので$v_{La} = -v_{Lb}$
        - $v_{La} = -\frac{V_m}{2} \sin \omega t$
  - 転流期間中の電流i_{La}の変化
    - $v_{La} = L_a \frac{di_{La}}{dt}$

転流
三相全波整流回路

- D_1からD_3への転流
  - L_aの電流初期値I_L
  - 転流期間中にL_aの電流i_{La}は$I_L \rightarrow 0$となる
  - 重なり角u
  - $$i_{La}\left(\frac{u}{\omega}\right) = 0 = \frac{1}{L_a}\int_0^{\frac{u}{\omega}} -\frac{V_m}{2}\sin\omega t\, dt + I_L$$
    $$= \frac{V_m}{2\omega L_a}\left[\cos\omega t\right]_0^{\frac{u}{\omega}} + I_L$$
    $$= \frac{V_m}{2\omega L_a}(\cos u - 1) + I_L$$

転流
三相全波整流回路

- $\frac{V_m}{2\omega L_a}(\cos u - 1) = -I_L$
- $\cos u = 1 - \frac{2\omega L_a I_L}{V_m}$
- $u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2\omega L_a I_L}{V_m}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2X_s I_L}{V_m}\right)$

転流
三相全波整流回路

- 転流中負荷に印加される電圧
  - $v_o = \frac{v_{bc}+v_{ca}}{2} = \frac{V_m}{2}\left\{\sin\left(\omega t - \frac{5}{3}\pi\right) + \sin\left(\omega t - \frac{1}{3}\pi\right)\right\}$
    $= \frac{\sqrt{3}V_m}{2}\cos\omega t$
  - $\frac{1}{6}$周期毎に繰り返す
  - 平均出力直流電圧$V_O = \frac{6}{T}\int_0^{\frac{T}{6}} v_o(t)dt$
    $= \frac{6}{T}\left\{\int_0^{\frac{u}{\omega}} \frac{v_{bc}+v_{ca}}{2}dt + \int_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{6}} v_{bc}dt\right\}$

転流
三相全波整流回路

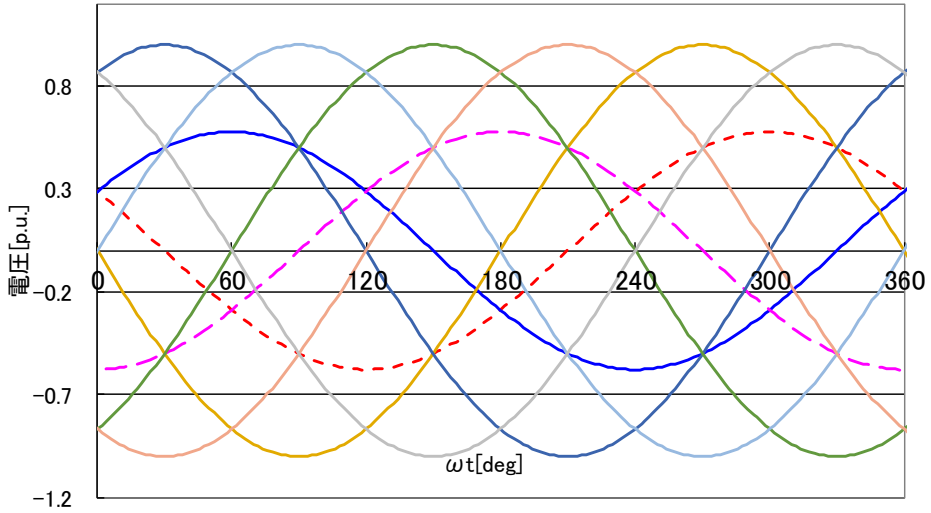
- $V_O = \frac{6}{T}\left\{\int_0^{\frac{u}{\omega}} \frac{\sqrt{3}V_m}{2}\cos\omega t\, dt + \int_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{6}} V_m \sin\left(\omega t - \frac{5}{3}\pi\right) dt\right\}$

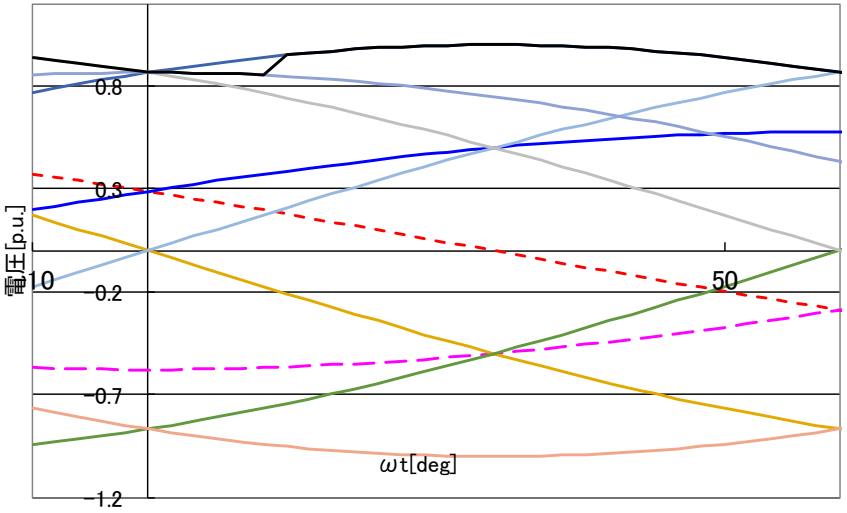
$$= \frac{6V_m}{T}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2\omega}\left[\sin\omega t\right]_0^{\frac{u}{\omega}} + \frac{1}{\omega}\left[-\cos\left(\omega t - \frac{5}{3}\pi\right)\right]_{\frac{u}{\omega}}^{\frac{T}{6}}\right\}$$

$$= \frac{6V_m}{\pi}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin u + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos u - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin u\right\}$$

$$= \frac{3V_m}{\pi}\{1 + \cos u\} = \frac{3V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_L X_s}{V_m}\right)$$

転流
三相全波整流回路



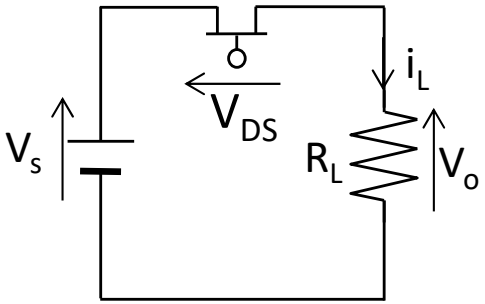


転流を考えなければ$90^\circ < \alpha < 180^\circ$でインバータ動作となるが
転流を考える場合$\alpha + u < 180^\circ$となる範囲でしか次の相に転流してインバータ運転ができない

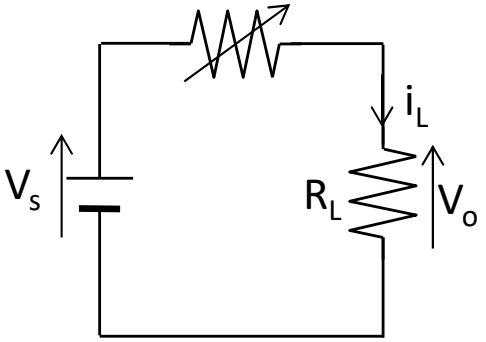
スイッチモードDC-DCコンバータ (スイッチング電源)

- 非絶縁型
  - 直接型
    - バックコンバータ　降圧
    - ブーストコンバータ　昇圧
  - 間接型
    - バック・ブーストコンバータ　昇降圧
    - チュックコンバータ　昇降圧
- 絶縁型
  - フライバックコンバータ
  - フォワードコンバータ

リニアレギュレータ



等価回路



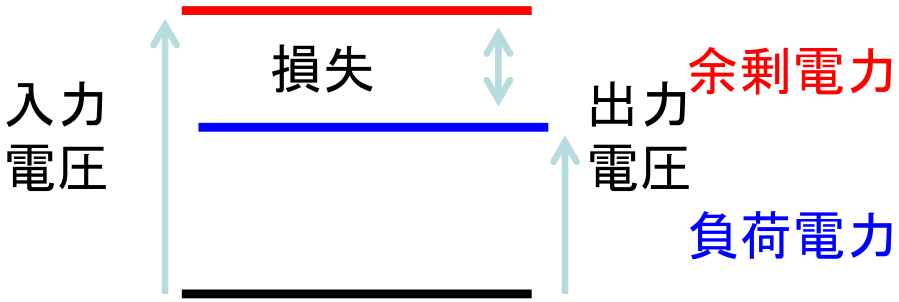
出力電圧　$V_o = I_L R_L$

負荷電力　$V_o I_L$

トランジスタでの消費電力

$V_{CE} I_L$

トランジスタは抵抗動作

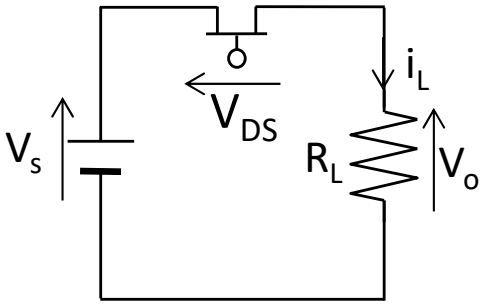


損失大
ノイズ低い

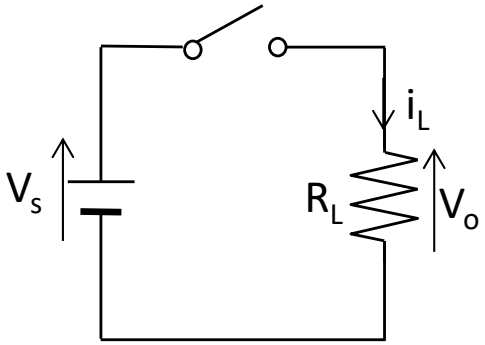
昇圧不可

スイッチングコンバータ

トランジスタはON/OFF（スイッチ）動作



等価回路

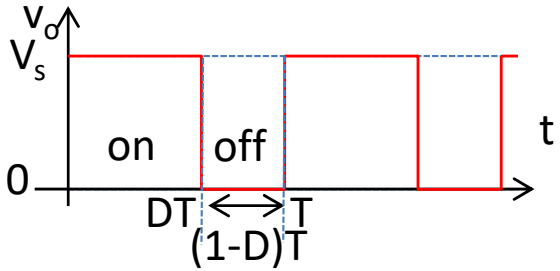


損失少ない
ノイズ多い

出力電圧

$$V_o = \frac{1}{T}\int_0^T v_o(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_s dt = V_s D$$

デューティ比　$$D \equiv \frac{t_{on}}{t_{on}+t_{off}} = \frac{t_{on}}{T} = t_{on} f$$

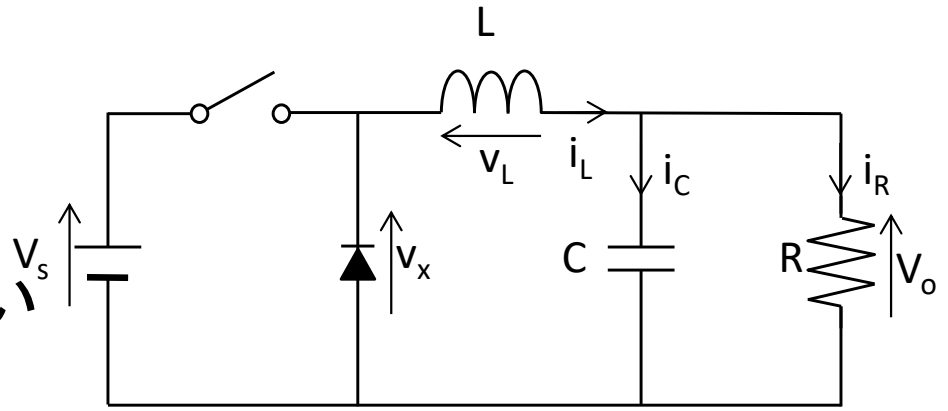


全電力が負荷で消費。効率高い

バック(Buck)コンバータ

※BackではなくBuck
Buck:振り落とす（他動）

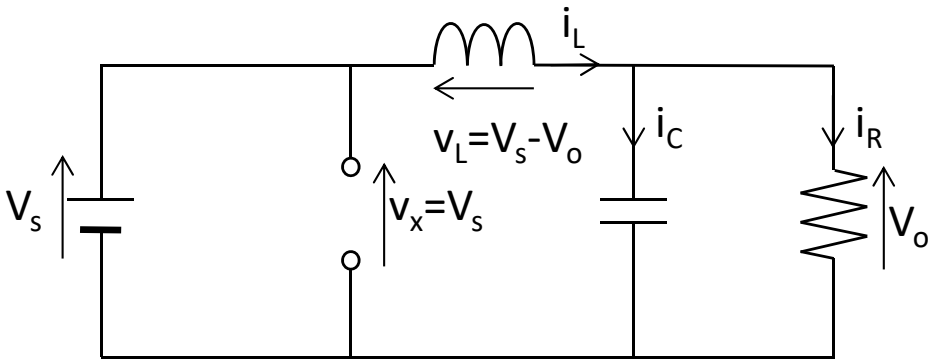
- 電源電圧を降圧
  - ダウンコンバータとも呼ぶ
- 回路構成要素
  - L:一時的に
    エネルギーを貯める
  - C:ローパスフィルタ
    - 定電圧を得るため十分大きい
    - 用途によっては不要
- （環流）ダイオード
  - スイッチオフ時の電流経路を形成
  - スイッチオン時は逆バイアスされオフ
- 周期定常状態を考える



バックコンバータ
スイッチオン時

- Lに印加される電圧

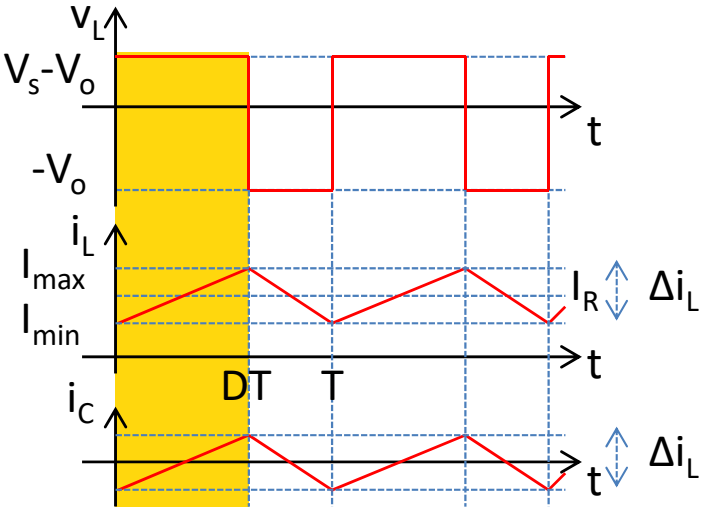
$$v_L = V_S - V_O = L\frac{di_L}{dt}$$



- Lに流れる電流

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_S - V_O}{L}$$

- 電流は直線的に増加
（C大よりV_O一定）

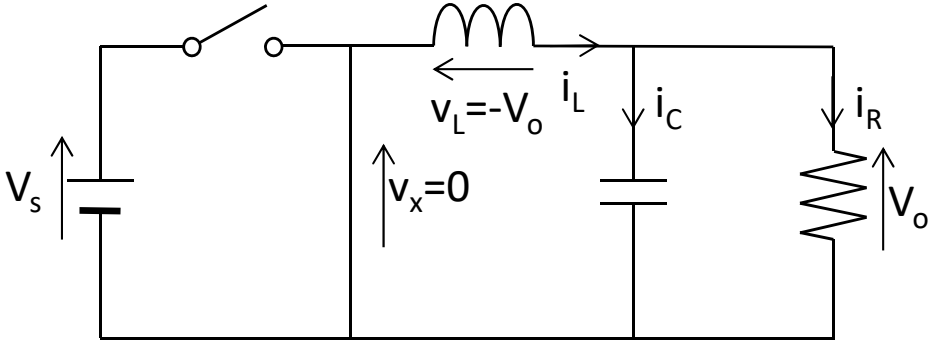


$$\frac{di_L}{dt} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{V_S - V_O}{L} \Rightarrow \Delta i_{L,on} = \frac{V_S - V_O}{L} DT$$

バックコンバータ
スイッチオフ時

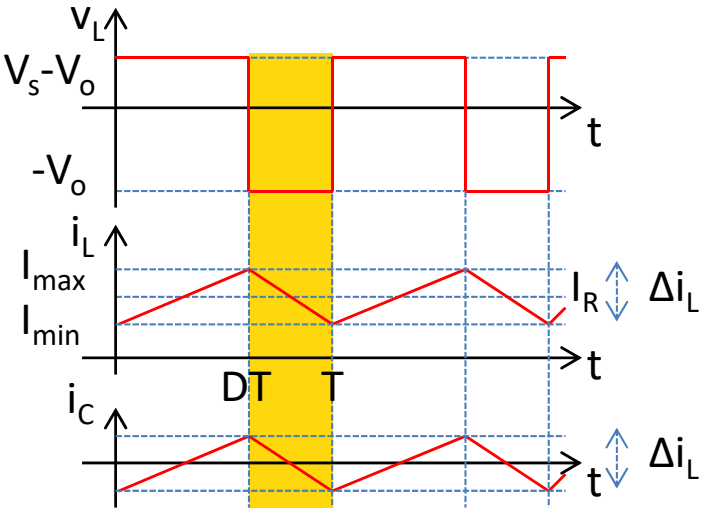
- Lに印加されている電圧
  - 電源は縁切りされる

$$v_L = -V_O = L\frac{di_L}{dt}$$



  - Lに流れる電流の微分方程式

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-V_O}{L}$$



    - 電流は直線的に減少
      （C大よりV_O一定）

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1-D)T} = \frac{-V_O}{L} \Rightarrow \Delta i_{L,off} = \frac{-V_O}{L}(1-D)T$$

バックコンバータ
Lに流れる電流

- 周期定常状態　⇒　一周期後に同じ電流値

交流回路と同じ

$$\Delta i_{L,on} + \Delta i_{L,off} = 0$$

- 電源電圧と出力電圧の関係

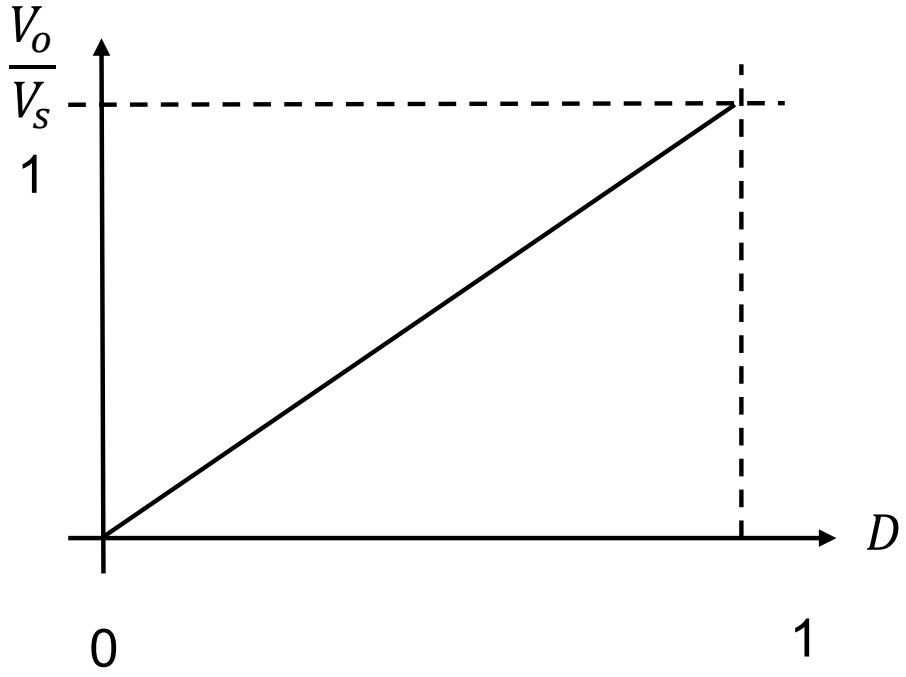
$$\frac{V_S - V_O}{L} DT + \frac{-V_O}{L}(1-D)T = 0 \quad \Rightarrow \quad V_O = V_S D$$

- 別解
  - Lに印加される電圧の平均が零となる事から

$$V_L = (V_S - V_O)DT - V_O(1-D)T = 0 \quad \Rightarrow \quad V_O = V_S D$$

バックコンバータ
降圧比(連続導通)

- $\frac{V_o}{V_s} = D$



バックコンバータ
電流脈動

- Lの平均電流と負荷の平均電流は等しい
  - Cの平均電流は零

$$I_L = I_R = \frac{V_O}{R}$$

- 電流の最大･最小値

$$I_{\max} = I_L + \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_O}{R} + \frac{1}{2}\left[\frac{V_O}{L}(1-D)T\right] = V_O\left[\frac{1}{R} + \frac{1-D}{2Lf}\right]$$

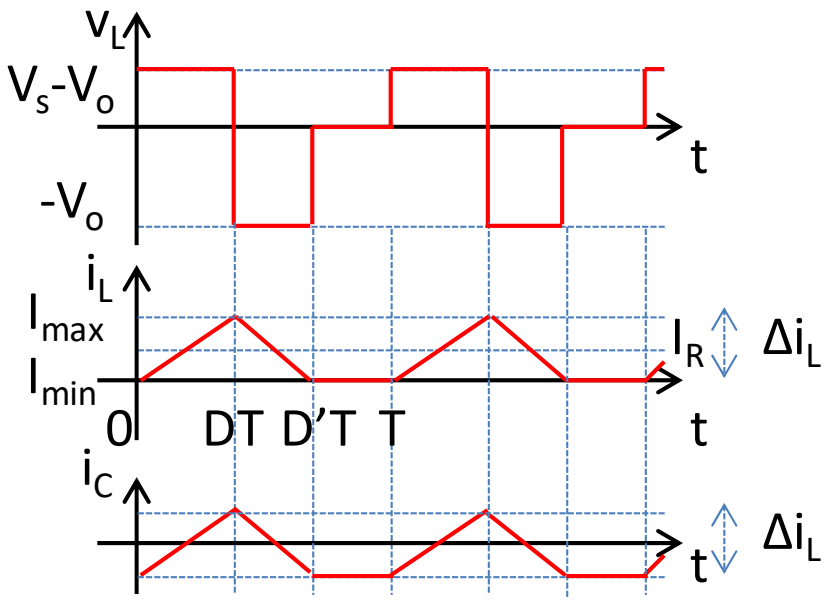
$$I_{\min} = I_L - \frac{\Delta i_L}{2} = \frac{V_O}{R} - \frac{1}{2}\left[\frac{V_O}{L}(1-D)T\right] = V_O\left[\frac{1}{R} - \frac{1-D}{2Lf}\right]$$

バックコンバータ
連続導通条件

- $I_{min} = V_o \left[\frac{1}{R} - \frac{1-D}{2L}T\right] > 0$
  - $\frac{1}{R} + \frac{1-D}{2L}T > 0$
    - $L > \frac{(1-D)TR}{2} = L_{min}$
    - $D > 1 - \frac{2L}{RT}$

バックコンバータ
不連続導通

- ダイオードの導通期間$D'T$
  - 連続導通　　$D + D' = 1$
  - 不連続導通　$D + D' < 1$
- 電流変化量
  - $\Delta i_{Lon} = \dfrac{(V_S - V_O)DT}{L}$
  - $\Delta i_{Loff} = \dfrac{-V_O D'T}{L}$
  - $\Delta i_{Lon} + \Delta i_{Loff} = \dfrac{(V_S - V_O)DT}{L} + \dfrac{-V_O D'T}{L} = 0$



バックコンバータ
不連続導通

- $(V_s - V_o)D - V_o D' = 0$
- $V_s D = V_o(D + D')$
- $\frac{V_o}{V_s} = \frac{D}{D+D'}$
- Lの平均電流は負荷の平均電流に等しい
  - $I_L = I_R = \frac{V_o}{R} = \frac{1}{T}\left(\frac{\Delta i_{Lon} DT}{2} - \frac{\Delta i_{Loff} D'T}{2}\right)$
    $= \frac{\Delta i_{Lon}(D + D')}{2} = \frac{V_o D'T(D + D')}{2L}$

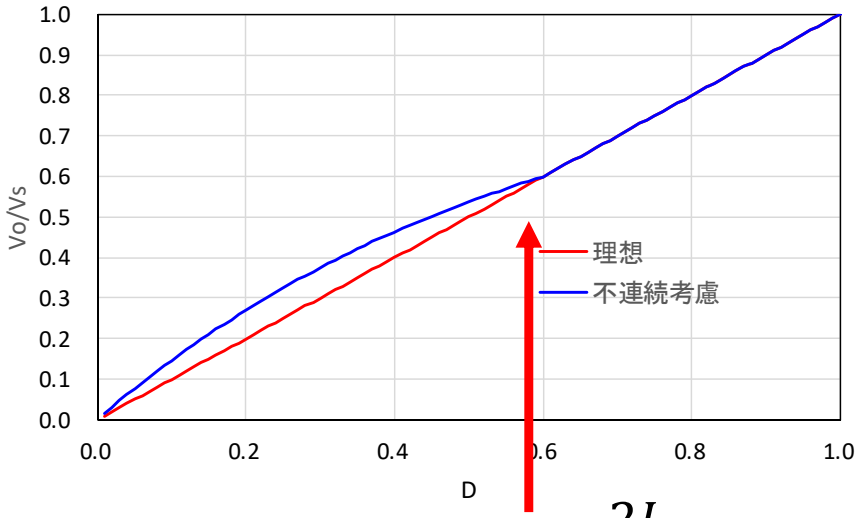
バックコンバータ
不連続導通

- $\frac{V_o}{R} = \frac{V_o D\prime T(D+D\prime)}{2L}$
- $\frac{D\prime T(D+D\prime)}{2L} - \frac{1}{R} = 0$
- $D'(D+D') - \frac{2L}{RT} = 0$
- $D'^2 + DD' - \frac{2L}{RT} = 0$
- $D' = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 + \frac{8L}{RT}}}{2}$

$$= \frac{-D + \sqrt{D^2 + \frac{8L}{RT}}}{2}$$

- $\frac{V_o}{V_s} = \frac{D}{D+D\prime} = \frac{D}{D + \frac{-D + \sqrt{D^2 + \frac{8L}{RT}}}{2}}$

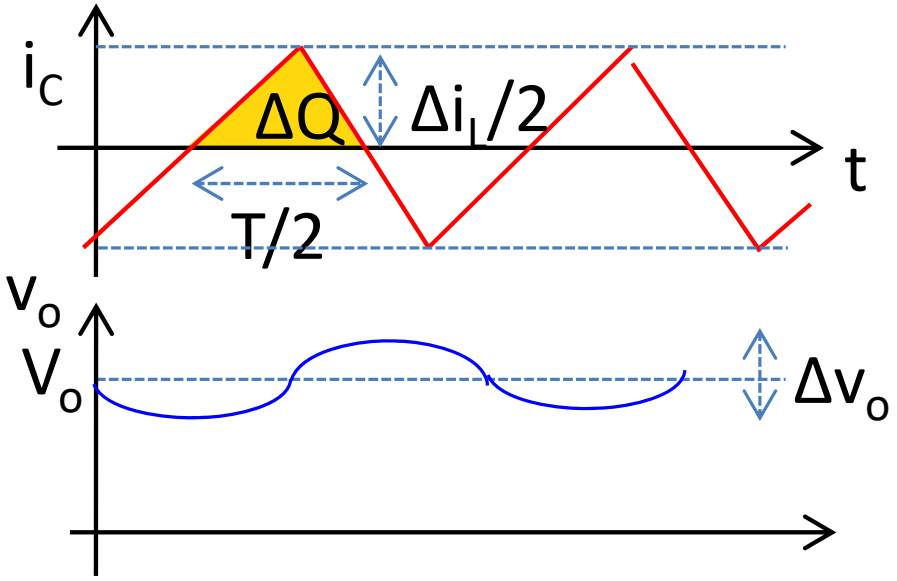
$$= \frac{2D}{D + \sqrt{D^2 + \frac{8L}{RT}}}$$



$$D = 1 - \frac{2L}{RT}$$

バックコンバータ
電圧脈動

- Cの電流:$I_C = I_L$-I_R
- Cの電荷と電圧の関係
  - $Q = CV_o$
  - 充電電荷について
    - $\Delta Q = C\Delta V_o = \frac{1}{2}\frac{T}{2}\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{T\Delta i_L}{8}$
    - $\Delta V_o = \frac{T\Delta i_L}{8C} = \frac{T}{8C}\frac{V_o}{L}(1-D)T$
      $= \frac{V_o(1-D)}{8LCf^2}$
- リップル率:$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1-D}{8LCf^2}$



課題

- 図に示す降圧DCDCコンバータの出力電圧Voを求めよ。
  - ただし素子は理想素子とし，周期定常状態を考える。Vs=50 V, L=400 μH, C=100 μF, R=20 Ω, スイッチング周波数 f=20 kHz, 通流率 D=0.5

