

応用電力変換工学

舟木剛

第11回 本日のテーマ

AC-DCインバータ

平成17年1月12日

DC-ACインバータ

- 直流から交流への変換動作
 - 交流電源を用いずに動作
 - 自励式
- 用途
 - 可変速電動機駆動
 - UPS
 - 電池を用いた交流電源
 - などなど

DC-ACインバータ

- フルブリッジ回路の図

- 整流回路との違い

- 直流側に電源
 - 交流側に負荷

- 直流電圧 V_{dc} により交流電圧波形を生成

- 導通しているスイッチの組み合わせにより三種類の電圧を負荷に出力できる

- $+V_{dc}$

- $-V_{dc}$

- 0

- » スwitchの組み合わせとしては2通りある

- 上下アームのスイッチは同時にオンさせない

- アーム間短絡が生じる
 - 実際のスイッチは動作遅れが生じるので、デッドタイム(上下アームのスイッチが同時にオフする期間。ブランキングタイムとも言う)を設ける

DC-ACインバータ

- +Vdcと-Vdcの方形波出力 絵
 - 正弦波を得るには？
- 誘導性負荷に対する出力
 - スイッチ電流は双方向可能とする
 - 回路の微分方程式より得られる出力電流
 - t=0でS1,S2オン, S3,S4オフ時回路の微分方程式

$$V_{dc} = Ri_o(t) + L \frac{d}{dt} i_o(t)$$

– ラプラス変換

$$\frac{V_{dc}}{s} = RI_o + L[sI_o - i_{o0}] \Rightarrow I_o = \frac{V_{dc}}{R} \frac{1}{s} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} + i_{o0} \right) \frac{1}{s + \frac{R}{L}}$$

DC-ACインバータ

– 回路の微分方程式より得られる出力電流

- $t=0$ でS1,S2オン, S3,S4オフ

$$i_o(t) = \frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} + i_{o0} \right) e^{-t/\tau} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

- $t=T/2$ でS1,S2オフ, S3,S4オン

$$i_o(t) = -\frac{V_{dc}}{R} + \left(\frac{V_{dc}}{R} + i_{oT/2} \right) e^{-(t-T/2)/\tau}$$

- 周期定常状態に対する境界条件

– $t=0$ における境界条件

» S1,S2オン時初期値とS3,S4オフ時終端値(最小値)

$$i_{o0} = i_o(T) = -\frac{V_{dc}}{R} + \left(\frac{V_{dc}}{R} + i_{oT/2} \right) e^{-(T-T/2)/\tau} = I_{\min}$$

DC-ACインバータ

- 周期定常状態に対する境界条件

- $t=T/2$ における境界条件

- » S1,S2オフ時終端値とS3,S4オン時初期値(最大値)

$$i_o\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} + i_{o0}\right)e^{-T/2\tau} = i_{oT/2} = I_{\max}$$

- 境界条件の決定

$$\begin{cases} i_{o0} = \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right) + i_{oT/2}e^{-T/2\tau} \\ i_{oT/2} = -\frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right) + i_{o0}e^{-T/2\tau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{o0} = \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right) + \left[-\frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right) + i_{o0}e^{-T/2\tau}\right]e^{-T/2\tau} \\ = \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right)\left(1 - e^{-T/2\tau}\right) + i_{o0}e^{-T/\tau} \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_{o0}\left(1 - e^{-T/\tau}\right) = \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right)\left(1 - e^{-T/2\tau}\right)$$

$$\Rightarrow i_{o0} = -\frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}}$$

$$\Rightarrow i_{o0}\left(1 + e^{-T/2\tau}\right)\left(1 - e^{-T/2\tau}\right) = \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-T/2\tau} - 1\right)\left(1 - e^{-T/2\tau}\right)$$

$$\text{同様に } i_{oT/2} = \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}}$$

DC-ACインバータ

－出力電流

- ・瞬時値

$$i_o(t) = \frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} - \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-t/\tau} = \frac{V_{dc}}{R} \left[1 + \left(-1 - \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-t/\tau} \right]$$

$$0 \leq t \leq \frac{T}{2}$$

$$= \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \frac{1 + e^{-T/2\tau} + 1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} e^{-t/\tau} \right] = \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \frac{2e^{-t/\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right]$$

$$\frac{T}{2} \leq t < T$$

$$i_o(t) = -\frac{V_{dc}}{R} + \left(\frac{V_{dc}}{R} + \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-(t-T/2)/\tau} = \frac{V_{dc}}{R} \left[-1 + \left(1 + \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-(t-T/2)/\tau} \right]$$

$$= \frac{V_{dc}}{R} \left[-1 + \left(\frac{1 + e^{-T/2\tau} + 1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-(t-T/2)/\tau} \right] = \frac{V_{dc}}{R} \left[-1 + \frac{2e^{-(t-T/2)/\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right]$$

DC-ACインバータ

－出力電流

・瞬時値

$$0 \leq t \leq \frac{T}{2} \quad i_o(t) = \frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} - \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-t/\tau} = \frac{V_{dc}}{R} \left[1 + \left(-1 - \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-t/\tau} \right]$$

$$\frac{T}{2} \leq t < T \quad i_o(t) = -\frac{V_{dc}}{R} + \left(\frac{V_{dc}}{R} + \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right) e^{-(t-T/2)/\tau}$$

・実効値

－半波対称性を利用して

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left[\frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} + I_{min} \right) e^{-t/\tau} \right]^2 dt}$$
$$i_{oT/2} = I_{max} = -i_{o0} = -I_{min} = \frac{V_{dc}}{R} \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}}$$

$$i_o(t) = \begin{cases} \frac{V_{dc}}{R} + \left(-\frac{V_{dc}}{R} + I_{min} \right) e^{-t/\tau} & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{V_{dc}}{R} + \left(\frac{V_{dc}}{R} + I_{max} \right) e^{-(t-T/2)/\tau} & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

DC-ACインバータ

- フーリエ解析による出力電圧・電流の評価
 - 直流を含まない出力電圧・電流をフーリエ級数で定義

$$v_o = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(n\omega_0 t + \theta_n) \quad i_o = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n)$$

- 出力電流の実効値 I_{rms} は、各次数の実効値 I_{nrms} で表される

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{nrms}^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n^2}{2}}$$

- 各次数における出力電圧・電流とインピーダンスの関係

$$V_n = I_n Z_n \quad Z_n = R + jX_n$$

- 有効電力出力(同じ次数同士の電圧・電流で表せる)

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} R I_{nrms}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R I_n^2}{2}$$

DC-ACインバータ

- フーリエ解析による出力電圧・電流の評価
 - 一定の直流電圧をスイッチングすると方形波になる
 - 方形波($\pm V_{dc}$)の出力電圧(位相 θ_n は無視)

$$v_o = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4V_{dc}}{(2k-1)\pi} V_n \sin n\omega_0 t$$

- 出力電圧の総合歪率

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{nrms}^2}}{V_{1rms}} = \frac{\sqrt{V_{rms}^2 - V_{1rms}^2}}{V_{1rms}}$$

- 方形波出力電圧の総合歪率

$$THD_V = \frac{\sqrt{V_{dc}^2 - \left(\frac{4V_{dc}}{\sqrt{2}}\right)^2}}{V_{1rms}} \approx 48.3\%$$

DC-ACインバータ

- 出力電圧(高調波を含む)制御
 - 電圧 V_{dc} の出力期間を調整 → 絵
 - 出力電圧の位相がずれないように両端共に調整
 - α ずつ狭くする
 - 出力電圧が零となる期間を作る必要がある
 - » 上または下のアームの二つスイッチを同時にオンとする
 - » スwitchのオンオフの順序で適当な組み合わせがある
 - » オフとしても良いが, 負荷回路の電位が決まらない
 - 出力電圧実効値

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_{dc}^2 d\omega t} = V_{dc} \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}}$$

- α で実効値が変化する

DC-ACインバータ

- 出力電圧(高調波を含む)制御

– フーリエ級数展開すると

$$v_o = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin n\omega t \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} V_n &= \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} V_{dc} \sin n\omega t d\omega t = \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left[-\cos n\omega t \right]_{\alpha}^{\pi-\alpha} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left[-\cos n(\pi-\alpha) + \cos n\alpha \right] = \frac{4V_{dc}}{n\pi} \cos n\alpha \end{aligned}$$

但し, 対称なのでnは奇数

- 基本波 $V_1 = \frac{4V_{dc}}{\pi} \cos \alpha$

- 高調波も α で変化する
 - $\alpha = 30^\circ$ で $n=3$ の成分が零となる

DC-ACインバータ

- ハーフブリッジインバータ
 - 出来ないことはない。 → 絵
 - スイッチの数は減る
 - コンデンサで直流電圧を二分割する必要あり

PWM制御

- 出力電圧の振幅を制御可能
- 負荷電流の総合歪率を抑制
 - 出力電圧が含む高調波成分を高い次数に移動
 - フィルタでの除去が容易
- 複雑な制御回路
- 電力変換の効率が低下
 - スイッチング回数の増加による, スイッチング損失の増加

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- PWM信号を生成するための基本要素
 - 目標(参照)信号波 → 正弦波
 - 搬送波 → スイッチング周波数の三角波
- バイポーラ(両極性)式 → 絵
 - スwitchの組み合わせで得られる両極性の出力電圧に対してパルスを設定
 - 上下アーム, アーム間のスイッチが相補的に動作
 - 正弦波目標値が三角波搬送波より大きい
 - $+V_{dc}$ を出力
 - S1, S2オン, S3, S4オフ
 - 正弦波目標値が三角波搬送波より小さい
 - $-V_{dc}$ を出力
 - S1, S2オフ, S3, S4オン

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- PWM制御に用いる量

- 周波数変調比

- 搬送波と目標信号波の周波数比 $m_f = \frac{f_{carrier}}{f_{reference}}$

- 搬送波が高くなると高調波の周波数も高くなる

- 振幅変調比

- 搬送波と目標信号波の振幅比 $m_a = \frac{V_{reference}}{V_{carrier}}$

- 出力電圧は $m_a \leq 1$ において, m_a に対して線形に変化

$$V_o = m_a V_{dc}$$

- $m_a > 1$ において, 出力電圧は非線形に変化(過変調)

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 同期PWMと非同期PWM
 - 同期PWM 絵
 - 搬送波と目標信号波の周波数比が整数倍
 - 非同期PWM 絵
 - 搬送波と目標信号波の周波数比が非整数倍
- 同期PWMの周波数成分の解析
 - 3パルスPWMの基本波成分の検討
 - 3パルスPWMの絵
 - 信号波と搬送波の関係を簡略化して考えてみる
 - 信号波の振幅と, PWMパルスに含まれる基本波の大きさの関係

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 3パルスPWMの基本波成分

- 半波対称の性質を利用(奇関数)

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x dx \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin x dx \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ [-\cos x]_0^{x_1} - [-\cos x]_{x_1}^{x_2} + [-\cos x]_{x_2}^{\pi} \right\} \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ -\cos x_1 + \cos 0 + \cos x_2 - \cos x_1 - \cos \pi + \cos x_2 \right\} \\ &= \frac{4}{\pi} \left\{ -\cos x_1 + \cos x_2 + 1 \right\} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 3パルスPWMの基本波成分

波形の対称性 $0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \leq x_2 \leq \pi$

$$\frac{\pi}{2} - x_1 = x_2 - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \pi \Rightarrow x_2 = \pi - x_1$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{4}{\pi} \{-\cos x_1 + \cos x_2 + 1\} \\ &= \frac{4}{\pi} \{-\cos x_1 + \cos(\pi - x_1) + 1\} \\ &= \frac{4}{\pi} \{1 - 2\cos x_1\} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－ 3パルスPWMの基本波成分

一方, 信号波と搬送波の交点では

$$A \sin x_1 = \frac{6}{\pi} x_1 - 2 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{\frac{6}{\pi} x_1 - 2}{\sin x_1}$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \{1 - 2 \cos x_1\} \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi}{4} b_1 = 1 - 2 \cos x_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \cos^{-1} \frac{1 - \frac{\pi}{4} b_1}{2}$$

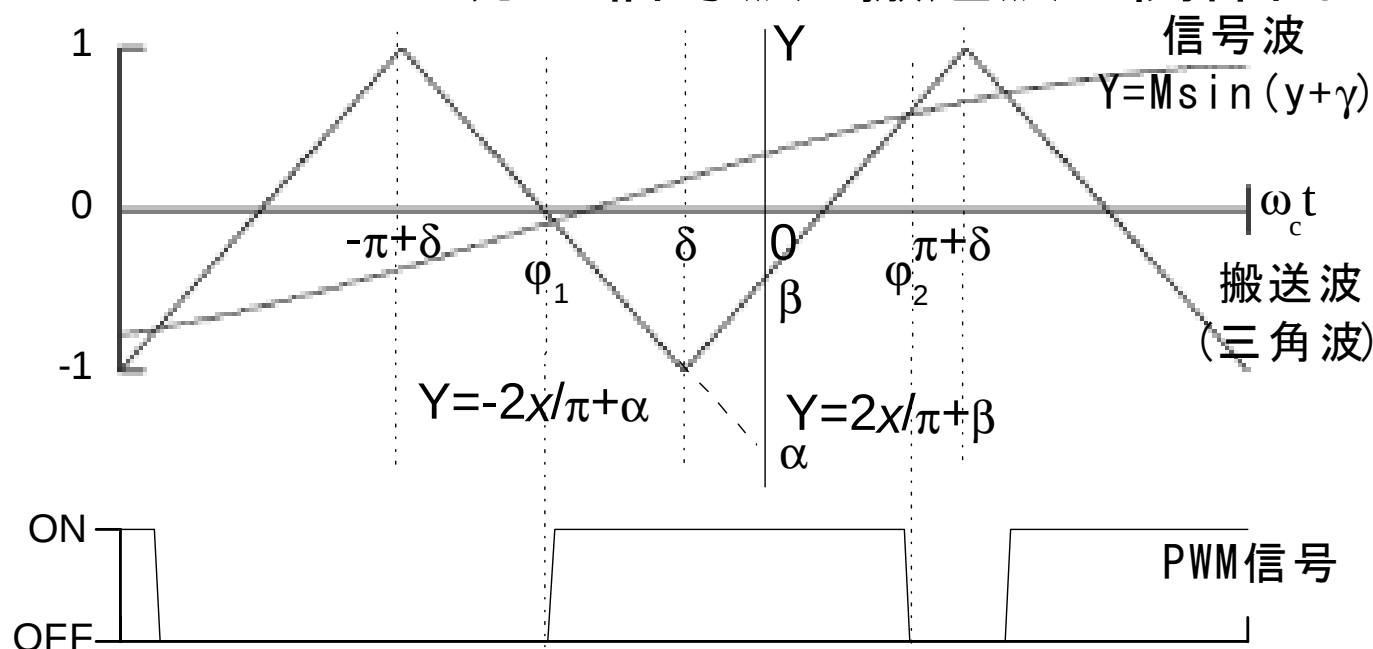
$$A = \frac{\frac{6}{\pi} \cos^{-1} \frac{1 - \frac{\pi}{4} b_1}{2} - 2}{\sin \cos^{-1} \frac{1 - \frac{\pi}{4} b_1}{2}} = \frac{\frac{6}{\pi} \cos^{-1} \frac{1 - \frac{\pi}{4} b_1}{2} - 2}{\sqrt{1 - \left(\frac{1 - \frac{\pi}{4} b_1}{2} \right)^2}} \quad \Rightarrow \quad A \cong b_1$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

もうちょっと一般化して考える

- 同期・非同期PWM両者に適用可能な解析
 - PWM出力電圧に含まれる周波数成分

- PWM1パルス分の信号波と搬送波の関係図



- 搬送波・信号波が非同期の場合まで対応可能なように、多重フーリエ級数展開により解析

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 搬送波1周期分を取り出して考える 絵

– 信号波 $e_s = E_s \sin(\omega_s t + \theta)$

– 搬送波 ω_b
$$\begin{cases} Y = -\frac{2}{\pi} X - 1 & (-\pi \leq X \leq 0) \\ Y = \frac{2}{\pi} X - 1 & (0 < X \leq \pi) \end{cases}$$

- 信号波と搬送波が交差する点では次式が成り立つ

$$Y = M \sin y$$

– 但し, $y = \omega_s t + \theta$ 変調度: $M = \frac{E_s}{E_0}$

- 搬送波の減少・増加時の各々の交点に対して

$$\begin{cases} M \sin y = -\frac{2}{\pi} \varphi_1 - 1 \\ M \sin y = \frac{2}{\pi} \varphi_2 - 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} (M \sin y + 1) \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} (M \sin y + 1) \end{cases}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- PWMパルスで駆動された出力の電圧は、搬送波（各周波数 ω_b ）と信号波（各周波数 ω_s ）の関数として表せる

$$E_o(\omega_s t, \omega_b t)$$

- ω_b, ω_s が整数比でない場合でも表すことを可能とするため、複素二重フーリエ級数により出力電圧を表す

$$E_o(\omega_s t, \omega_b t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[m\omega_b t + n(\omega_s t + \theta)]} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[mx + ny]}$$

$$K_{mn} = \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-j[mx + ny]} dx dy$$

直流電圧: E

$$x = \omega_b t \quad y = \omega_s t + \theta \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 基本波(信号波)成分について考える ($m=0, n=1$)

$$\begin{aligned} K_{01} &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-jy} dx dy \\ &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} [x]_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-jy} dy \\ &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} (M \sin y + 1) + \frac{\pi}{2} (M \sin y + 1) \right\} e^{-jy} dy \\ &= \frac{E}{4\pi} \int_0^{2\pi} (M \sin y + 1) e^{-jy} dy \\ &= \frac{E}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ M \frac{1}{2j} (e^{jy} - e^{-jy}) + 1 \right\} e^{-jy} dy \\ &= \frac{E}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{M}{2j} - \frac{M}{2j} e^{-j2y} + e^{-jy} \right\} dy \\ &= \frac{E}{4\pi} \left[\frac{M}{2j} y - \frac{M}{2j(-2j)} e^{-2jy} + \frac{1}{-j} e^{-jy} \right]_0^{2\pi} = \frac{E}{4\pi} \frac{M}{2j} 2\pi = -j \frac{EM}{4} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－ 基本波(信号波)成分は

$$\begin{aligned} [E_o(\omega_s t, \omega_b t)]_{01} &= -j \frac{EM}{4} e^{j(\omega_s t + \theta)} \\ &= -j \frac{EM}{4} \{\cos(\omega_s t + \theta) + j \sin(\omega_s t + \theta)\} \\ &= \frac{EM}{4} \{\sin(\omega_s t + \theta) - j \cos(\omega_s t + \theta)\} \end{aligned}$$

- 変調度Mに比例した振幅となる

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

- 任意の位相を持つ信号波・搬送波に対する解析

– 搬送波
 » 位相を δ ずらす

$$\begin{cases} Y = -\frac{2}{\pi} X - \alpha \\ Y = \frac{2}{\pi} X - \beta \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{2}{\pi} \delta - 1 \\ \beta = -\frac{2}{\pi} \delta - 1 \end{cases}$$

– 信号波

 » 位相を γ ずらす

$$Y = M \sin(y + \gamma)$$

$$\begin{cases} M \sin(y + \gamma) = -\frac{2}{\pi} \varphi_1 - \alpha \\ M \sin(y + \gamma) = \frac{2}{\pi} \varphi_2 - \beta \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \{M \sin(y + \gamma) - \alpha\} \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \{M \sin(y + \gamma) - \beta\} \end{cases}$$

- これに対するフリーエ係数(K_{mn})は

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

- $m=0$ の時

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-jny} dx dy \\ &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} [x]_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-jny} dy \\ &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} [M \sin(y + \gamma) - \beta] + \frac{\pi}{2} [M \sin(y + \gamma) - \alpha] \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{ME}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[\sin(y + \gamma) - \frac{\alpha + \beta}{2M} \right] e^{-jny} dy \\ &= \frac{ME}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2j} [e^{j(y+\gamma)} - e^{-j(y+\gamma)}] - \frac{\alpha + \beta}{2M} \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{j} e^{j[(1-n)y + \gamma]} - \frac{1}{j} e^{-j[(1+n)y + \gamma]} - \frac{\alpha + \beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} + e^{-j[(1+n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha + \beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

- $m=0$, $n \neq \pm 1, 0$ の時

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} + e^{-j[(1+n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha + \beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{j(1-n)} e^{j\{(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} + \frac{1}{-j(1+n)} e^{-j\{(1+n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} - \frac{\alpha + \beta}{-jnM} e^{-jny} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{j(1-n)} \left\langle e^{j\{(1-n)2\pi + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} - e^{j\{\gamma - \frac{\pi}{2}\}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{-j(1+n)} \left\langle e^{-j\{(1+n)2\pi + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\{\gamma - \frac{\pi}{2}\}} \right\rangle - \frac{\alpha + \beta}{-jnM} \left\langle e^{-jn2\pi} - 1 \right\rangle \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

• $m=0$, $n=1$ の時

$$\begin{aligned} K_{01} &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} + e^{-j[(1+n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha + \beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[\gamma - \frac{\pi}{2}]} + e^{-j[2y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha + \beta}{M} e^{-jy} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[e^{j[\gamma - \frac{\pi}{2}]} y + \frac{1}{-2j} e^{-j[2y + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha + \beta}{-jM} e^{-jy} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[e^{j[\gamma - \frac{\pi}{2}]} (2\pi - 0) + \frac{1}{-2j} \left\langle e^{-j[4\pi + \gamma - \frac{\pi}{2}]} - e^{-j[\gamma - \frac{\pi}{2}]} \right\rangle - \frac{\alpha + \beta}{-jM} \left\langle e^{-j2\pi} - 1 \right\rangle \right] \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[e^{j[\gamma - \frac{\pi}{2}]} 2\pi \right] \\ &= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

• $m=0, n=0$ の時

$$\begin{aligned} K_{00} &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[(1-n)y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + e^{-j[(1+n)y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha+\beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + e^{-j[y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha+\beta}{M} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{j} e^{j[y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + \frac{1}{-j} e^{-j[y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha+\beta}{M} y \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{j} \left\langle e^{j[2\pi+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - e^{j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} \right\rangle + \frac{1}{-j} \left\langle e^{-j[2\pi+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - e^{-j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} \right\rangle - \frac{\alpha+\beta}{M} (2\pi - 0) \right] \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[-\frac{\alpha+\beta}{M} 2\pi \right] \\ &= \frac{E}{4} \left[-\left(\frac{2}{\pi} \delta - 1 - \frac{2}{\pi} \delta - 1 \right) \right] \\ &= \frac{E}{2} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

- $m=0$, $n=-1$ の時

$$\begin{aligned} K_{0-1} &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[(1-n)y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + e^{-j[(1+n)y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha+\beta}{M} e^{-jny} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j[2y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + e^{-j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} - \frac{\alpha+\beta}{M} e^{jy} \right\} dy \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{2j} e^{j[2y+\gamma-\frac{\pi}{2}]} + e^{-j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} y - \frac{\alpha+\beta}{jM} e^{jy} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[\frac{1}{2j} \left\langle e^{j[4\pi+\gamma-\frac{\pi}{2}]} - e^{j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} \right\rangle + e^{-j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} (2\pi - 0) - \frac{\alpha+\beta}{jM} \left\langle e^{j2\pi} - 1 \right\rangle \right] \\ &= \frac{ME}{8\pi} \left[e^{-j[\gamma-\frac{\pi}{2}]} 2\pi \right] \\ &= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma-\frac{\pi}{2})} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

- $m \neq 0$ の時

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-j(mx+ny)} dx dy \\ &= \frac{E}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{-jm} \left[e^{-j(mx+ny)} \right]_{\phi_1}^{\phi_2} dy \\ &= \frac{E}{-jm(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left[e^{-jmx} \right]_{\phi_1}^{\phi_2} e^{-jny} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{-jm\frac{\pi}{2}[M \sin(y+\gamma)-\beta]} - e^{jm\frac{\pi}{2}[M \sin(y+\gamma)-\alpha]} \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{-j[Z \sin(y+\gamma)-\frac{\beta}{M}Z]} - e^{j[\sin(y+\gamma)-\frac{\alpha}{M}Z]} \right\} e^{-jny} dy \end{aligned}$$

$$Z = mM \frac{\pi}{2}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

- $m \neq 0$ の時

- Bessel関数を用いて $e^{jZ \sin \theta} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jk\theta}$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{-j\left[Z \sin(y+\gamma) - \frac{\beta}{M}Z\right]} - e^{j\left[\sin(y+\gamma) - \frac{\alpha}{M}Z\right]} \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{-jk(y+\gamma)} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jk(y+\gamma)} \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-jk(y+\gamma)} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{jk(y+\gamma)} \right\} e^{-jny} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-j[(k+n)y+k\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{j[(k-n)y+k\gamma]} \right\} dy \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

– $k \neq \pm n$ に対して

$$\begin{aligned} K_{mn}(k) &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_k(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-j[(k+n)y+k\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{j[(k-n)y+k\gamma]} \right\} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_k(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} \frac{1}{-j(k+n)} e^{-j[(k+n)y+k\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} \frac{1}{j(k+n)} e^{j[(k-n)y+k\gamma]} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_k(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} \frac{1}{-j(k+n)} \left\langle e^{-j[(k+n)2\pi+k\gamma]} - e^{-jk\gamma} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} \frac{1}{j(k+n)} \left\langle e^{j[(k-n)2\pi+k\gamma]} - e^{jk\gamma} \right\rangle \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

－ k=nに対して

$$\begin{aligned} K_{mn}(k=n) &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{k=n}(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-j[(k+n)y+k\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{j[(k-n)y+k\gamma]} \right\} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_n(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-j[2ny+n\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{jn\gamma} \right\} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_n(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} \frac{1}{-j2n} e^{-j[2ny+n\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{jn\gamma} y \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_n(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} \frac{1}{-j2n} \left\langle e^{-j[2n2\pi+n\gamma]} - e^{-jn\gamma} \right\rangle - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{jn\gamma} (2\pi - 0) \right] \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_n(Z) \left[-e^{j(-\frac{\alpha}{M}Z+n\gamma)} 2\pi \right] \\ &= \frac{-jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(-\frac{\alpha}{M}Z+n\gamma)} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

$$\begin{aligned} K_{mn}(k = -n) &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{k=-n}(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{-j[(k+n)y+k\gamma]} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{j[(k-n)y+k\gamma]} \right\} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{-n}(Z) \int_0^{2\pi} \left\{ e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{jn\gamma} - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} e^{j[-2ny-n\gamma]} \right\} dy \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{-n}(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{jn\gamma} y - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} \frac{1}{-j2n} e^{j[-2ny-n\gamma]} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{-n}(Z) \left[e^{j\frac{\beta}{M}Z} e^{jn\gamma} (2\pi - 0) - e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} \frac{1}{-j2n} \left\langle e^{j[-2n2\pi-n\gamma]} - e^{-jn\gamma} \right\rangle \right] \\ &= \frac{jE}{m(2\pi)^2} J_{-n}(Z) \left[e^{j\left(\frac{\beta}{M}Z+n\gamma\right)} 2\pi \right] \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_{-n}(Z) e^{j\left(\frac{\beta}{M}Z+n\gamma\right)} \end{aligned}$$

$$J_{-n}(Z) = (-1)^n J_n(Z) \quad \text{より}$$

$$K_{mn}(k = -n) = \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) (-1)^n e^{j\left(\frac{\beta}{M}Z+n\gamma\right)}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

－出力電圧波形の高調波解析の一般化

－ $k \neq \pm n, =n, -n$ の結果より

$$\begin{aligned} K_{mn} &= 0 + \frac{-jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(-\frac{\alpha}{M}Z + n\gamma)} + \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) (-1)^n e^{j(\frac{\beta}{M}Z + n\gamma)} \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} \left(-e^{-j\frac{\alpha}{M}Z} + (-1)^n e^{j\frac{\beta}{M}Z} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} \left(-e^{-j\frac{2\delta-1}{M}Z} + (-1)^n e^{j\frac{-2\delta-1}{M}Z} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\frac{2\delta}{M}Z} \left(-e^{j\frac{Z}{M}} + (-1)^n e^{-j\frac{Z}{M}} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\frac{2\delta}{M}mM\frac{\pi}{2}} \left(-e^{j\frac{mM\pi}{2}} + (-1)^n e^{-j\frac{mM\pi}{2}} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\frac{2\delta}{M}Z} \left(-e^{j\frac{Z}{M}} + (-1)^n e^{-j\frac{Z}{M}} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\delta m} \left(-e^{jm\frac{\pi}{2}} + (-1)^n e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right) \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– 出力電圧波形の高調波解析の一般化

– $k \neq \pm n, =n, -n$ の結果より

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\delta m} \left(-e^{jm\frac{\pi}{2}} + (-1)^n e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma-\delta m)} \left(-j^m + (-1)^n (-j)^m \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma-\delta m)} \left(-j^m + (-1)^n (-1)^m j^m \right) \\ &= \frac{jE}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma-\delta m)} j^m \left(-1 + (-1)^{n+m} \right) \\ &= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma-\delta m)} j^{m+1} \left(-1 + (-1)^{n+m} \right) \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

– まとめ

- $m=0, n=0$ $K_{00} = \frac{E}{2}$
- $m=0, n=1$ $K_{01} = \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})}$
- $m=0, n=-1$ $K_{0-1} = \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})}$
- $m=0, n \neq 0, \pm 1$ $K_{0n} = 0$
- $m \neq 0$ $K_{mn} = \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} \left(-1 + (-1)^{n+m} \right)$

信号波の n 次調波を中心として、搬送波の m 次調波が側帯波として現れる

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 単相フルブリッジインバータの出力

- 他端では, 逆相の信号波・搬送波で出力

- $\delta' = \delta + \pi, \gamma' = \gamma + \pi$

- $m=0, n=0$ $K_{00} = \frac{E}{2} - \frac{E}{2} = 0$

- $m=0, n=1$
$$\begin{aligned} K_{01} &= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{j(\gamma + \pi - \frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{j(\gamma + \frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{ME}{4} e^{j\gamma} \left(e^{-j\frac{\pi}{2}} - e^{j\frac{\pi}{2}} \right) = -j \frac{ME}{2} e^{j\gamma} \end{aligned}$$

- $m=0, n=-1$
$$\begin{aligned} K_{0-1} &= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma + \pi - \frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma + \frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{ME}{4} e^{-j\gamma} \left(e^{\frac{\pi}{2}} - e^{-\frac{\pi}{2}} \right) = j \frac{ME}{2} e^{-j\gamma} \end{aligned}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 単相フルブリッジインバータの出力

- 他端では, 逆相の信号波・搬送波で出力

- $\delta' = \delta + \pi, \gamma' = \gamma + \pi$

- $m=0, n \neq 0, \pm 1 \quad K_{0n} = 0 - 0 = 0$

- $m \neq 0 \quad K_{mn} = \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}]$

$$- \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j[n(\gamma + \pi) - m(\delta + \pi)]} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}]$$

$$= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}]$$

$$- \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}] e^{j(n\pi - m\pi)}$$

$$= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}]$$

$$- \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}] e^{j(n-m)\pi}$$

$$= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - \delta m)} j^{m+1} [-1 + (-1)^{n+m}] [1 + (-1)^{n-m}]$$

偶数次調波が消える

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 三相フルブリッジインバータの線間電圧出力
– 他端の信号波と位相差 $2/3 \pi$, 搬送波同相

- $\delta' = \delta \quad \gamma' = \gamma - 2/3 \pi$

- $m=0, n=0 \quad K_{00} = \frac{E}{2} - \frac{E}{2} = 0$

- $m=0, n=1 \quad K_{01} = \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{2})}$

$$= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} \left(1 - e^{-j\frac{2}{3}\pi} \right)$$

$$= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} \left(1 + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{ME}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} \left(\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{3})}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 三相フルブリッジインバータの線間電圧出力
– 他端の信号波と位相差 $2/3\pi$, 搬送波同相

- $\delta' = \delta \quad \gamma' = \gamma - 2/3\pi$

- $m=0, n=-1 \quad K_{0-1} = \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{2})}$
$$= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} (1 - e^{j\frac{2}{3}\pi})$$
$$= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} (1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})$$
$$= \frac{ME}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} (\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})$$
$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} (\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2})$$
$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} e^{j\frac{\pi}{6}}$$
$$= \frac{ME\sqrt{3}}{4} e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{3})}$$

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 三相フルブリッジインバータの線間電圧出力
– 他端の信号波と位相差 $2/3\pi$, 搬送波同相

- $\delta' = \delta \quad \gamma' = \gamma - 2/3\pi$

- $m=0, n \neq 0, \pm 1 \quad K_{0n} = 0 - 0 = 0$

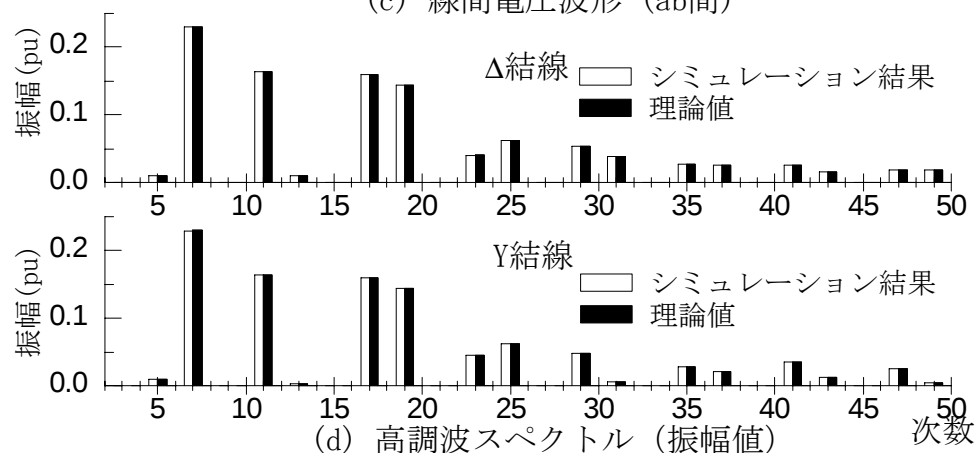
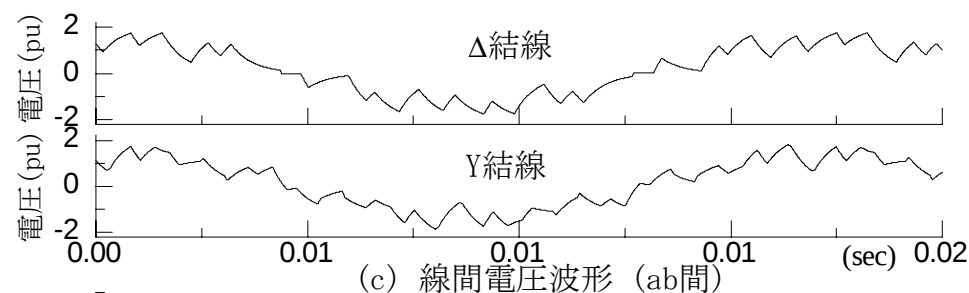
- $m \neq 0$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - m\delta)} j^{m+1} \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \\ &\quad - \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j[n(\gamma + \frac{2}{3}\pi) - m\delta]} j^{m+1} \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \\ &= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - m\delta)} j^{m+1} \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \\ &\quad - \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - m\delta)} j^{m+1} \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] e^{jn\frac{2}{3}\pi} \\ &= \frac{E}{m2\pi} J_n(Z) e^{j(n\gamma - m\delta)} j^{m+1} \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \left[1 - e^{jn\frac{2}{3}\pi} \right] \end{aligned}$$

3の整数倍調波が消える

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- 三相フルブリッジインバータの線間電圧出力
－ 高調波スペクトル
 - $\delta' = \delta$ $\gamma' = \gamma - 2/3\pi$



三角波-正弦波比較方式PWM制御

- その他のPWM方式
- ユニポーラ(単極性)式1 → 絵
 - 上下アームのスイッチが相補的に動作
 - アーム間の動作は独立
 - 正弦波目標値が
 - 三角波搬送波より大きい
 - » S1オン, S4オフ
 - 三角波搬送波より小さい
 - » S1オフ, S4オン
 - 極性の反転した正弦波目標値が
 - 三角波搬送波より大きい
 - » S3オン, S2オフ
 - 三角波搬送波より小さい
 - » S3オフ, S2オン
 - 出力電圧は, $\pm V_{dc}$ および 0

三角波-正弦波比較方式PWM制御

- その他のPWM方式
- ユニポーラ(単極性)式2 → 絵
 - PWM動作と矩形波動作する上下アームが混在
 - スイッチング速度の異なる素子を適用可能
 - 正弦波目標値が
 - 三角波搬送波より大きい (PWM動作)
 - » S1オン, S4オフ
 - 三角波搬送波より小さい
 - » S1オフ, S4オン
 - 正弦波目標値が (矩形波動作)
 - 正
 - » S2オン, S3オフ
 - 負
 - » S2オフ, S3オン