応用電力変換工学

舟木剛

第5回　本日のテーマ

交流-直流変換

半端整流回路

平成16年11月17日

交直変換
半波整流回路

- 整流器(Rectifier)とは
  - 交流を直流に変換する
- 半波整流器は
  - 小電力用途
    - 入力電源側の平均電流が零にならない
  - あんまり使われていない
  - 全波整流回路の基本回路
  - 変圧器が直流偏磁しやすい

変圧器の負荷電流に直流分を含むと、その直流分により、鉄心が一方向に磁化する。これにより、鉄心の磁束密度の増大、損失の増加、局部加熱、電磁騒音の増加等が生じる。

抵抗負荷に接続された半波整流回路

- 交流電源とダイオード・抵抗で構成される半波整流回路
  - 回路の絵
  - 入力電圧・出力電圧・電流波形の絵と動作の説明
  - 正弦波を半波整流した出力直流電圧は
    - 半波正弦波の平均値

$$V_O = V_{avg} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m \sin\omega t d\omega t = \frac{V_m}{\pi}$$

  - 出力直流電流

$$I = \frac{V_O}{R} = \frac{V_m}{\pi R}$$

半波整流回路に接続された抵抗負荷での消費電力

- 交流電源に接続された抵抗負荷の消費電力
  - 実効値で表すことができる

$$P = {I_{rms}}^2 R = \frac{{V_{rms}}^2}{R}$$

  - 半波整流された電圧の実効値は

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\left[V_m \sin \omega t\right]^2 d\omega t} = \frac{V_m}{2}$$

  - 電流の実効値は

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{V_m}{2R}$$

半波整流回路出力電圧

- フーリェ級数展開 $v(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos n\omega_0 t+b_n\sin n\omega_0 t\right]$

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0}0dt+\int_{0}^{\frac{T}{2}}V_m\sin\omega_0 tdt\right]=\frac{V_m}{\omega_0 T}\left[\cos\omega_0 t\right]_0^{\frac{T}{2}}=\frac{V_m}{\pi}$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos n\omega_0 tdt]=\frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{T}{2}}V_m\sin\omega_0 t\cos n\omega_0 tdt\right]=\frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{V_m}{2}\{\sin(1-n)\omega_0 t+\sin(1+n)\omega_0 t\}dt\right]$$

$$=\frac{V_m}{\omega_0 T}\left[\frac{\cos(1-n)\omega_0 t}{1-n}+\frac{\cos(1+n)\omega_0 t}{1+n}\right]_0^{\frac{T}{2}}=\frac{V_m}{2\pi}\left[\frac{\cos(1-n)\pi-1}{1-n}+\frac{\cos(1+n)\pi-1}{1+n}\right]$$

$$=\frac{V_m}{2\pi}\left[\frac{\cos(1+n)\pi-1}{1-n}+\frac{\cos(1+n)\pi-1}{1+n}\right]=\frac{V_m}{2\pi}\frac{1+n+1-n}{(1-n)(1+n)}\left[\cos(1+n)\pi-1\right]$$

$$=\frac{V_m}{2\pi}\frac{2}{(1-n)(1+n)}\left[\cos(1+n)\pi-1\right]=\frac{V_m}{\pi(1-n^2)}\left[\cos(1+n)\pi-1\right]$$

$$a_n=\begin{cases}0 & n=1,3,5\cdots\\ \dfrac{-2V_m}{\pi(1-n^2)} & n=2,4,6\cdots\end{cases}$$

半波整流回路出力電圧

- フーリエ級数展開つづき

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)\sin n\omega_0 t dt] = \frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin\omega_0 t \sin n\omega_0 t dt\right] = \frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_m}{2}\{\cos(1-n)\omega_0 t - \cos(1+n)\omega_0 t\}dt\right]$$

$$= \frac{V_m}{\omega_0 T}\left[\frac{\sin(1-n)\omega_0 t}{1-n} - \frac{\sin(1+n)\omega_0 t}{1+n}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{V_m}{2\pi}\left[\frac{\sin(1-n)\pi - 0}{1-n} - \frac{\sin(1+n)\pi - 0}{1+n}\right]$$

$$= \frac{V_m}{2\pi}\left[\frac{\sin(1-n)\pi}{1-n} - \frac{\sin(1+n)\pi}{1+n}\right]$$

$$b_n = \begin{cases} \dfrac{V_m}{2\pi}\left[\dfrac{\sin(1-n)\pi}{1-n}\right] = \dfrac{V_m \pi}{2\pi} = \dfrac{V_m}{2} & n = 1 \\ 0 & n = 2,3,4\cdots \end{cases}$$

$$v(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2}\cos\omega_0 t - \sum_{n=2,4,6\cdots}^{\infty} \frac{2V_m}{\pi(1-n^2)}\cos n\omega_0 t$$

直流と基本波以外は
偶数次調波

誘導負荷に接続された半波整流回路

- 一般的な負荷形態
  - 回路の絵
  - 入力電圧･出力電圧･電流波形の絵と動作の説明
  - ダイオードが導通している時のKVL

$$V_m \sin \omega t = Ri + L\frac{di}{dt}$$

    - 導通していないときは零
  - 出力電流を求めよう!!
    - ラプラス変換

$$V_m \frac{\omega}{s^2+\omega^2} = RI(s) + L[sI(S) - i_0]$$

    - 不連続導通の場合，電流初期値は0

$$V_m \frac{\omega}{s^2+\omega^2} = RI + sLI = I(R+sL)$$

誘導負荷に接続された半波整流回路

$$I=\frac{V_m\omega}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}=V_m\omega\left[\frac{a}{R+sL}+\frac{bs+c}{s^2+\omega^2}\right]$$

$$=V_m\omega\frac{a(s^2+\omega^2)+(bs+c)(R+sL)}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}$$

$$=V_m\omega\frac{s^2(a+bL)+s(bR+cL)+(a\omega^2+cR)}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}$$

$$\begin{cases} a+bL=0 \\ bR+cL=0 \\ a\omega^2+cR=1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{L^2}{\omega^2L^2+R^2} \\ b=\dfrac{-L}{\omega^2L^2+R^2} \\ c=\dfrac{R}{\omega^2L^2+R^2} \end{cases}$$

誘導負荷に接続された半波整流回路

$$I = V_m \omega \left[\frac{L^2}{\omega^2 L^2 + R^2} \frac{1}{R + sL} + \frac{1}{\omega^2 L^2 + R^2} \frac{-Ls + R}{s^2 + \omega^2} \right]$$

$$= V_m \left[\frac{\omega L}{\omega^2 L^2 + R^2} \frac{1}{\frac{R}{L} + s} + \frac{R}{\omega^2 L^2 + R^2} \frac{-\frac{\omega L}{R} s + \omega}{s^2 + \omega^2} \right]$$

$$= V_m \frac{1}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \left[\frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \frac{1}{\frac{R}{L} + s} + \frac{-\frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} s + \omega \frac{R}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}}{s^2 + \omega^2} \right]$$

$$Z = \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} \qquad \cos\theta = \frac{R}{Z} \qquad \sin\theta = \frac{\omega L}{Z} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$I = \frac{V_m}{Z} \left[\sin\theta \frac{1}{\frac{1}{\tau} + s} + \frac{-s \sin\theta + \omega \cos\theta}{s^2 + \omega^2} \right]$$

$$i(t) = \frac{V_m}{Z} \left[\sin\theta e^{-\frac{t}{\tau}} + \sin(\omega t - \theta) \right]$$

連続導通となる条件

誘導負荷に接続された半波整流回路
連続導通となる条件

- 初期値付

$$V_m \frac{\omega}{s^2+\omega^2} = RI(s) + L[sI(S) - i_0]$$

$$I = \frac{V_m \omega}{(R+sL)(s^2+\omega^2)} + \frac{Li_0}{R+sL}$$

$$= \frac{V_m}{Z}\left[\sin\theta \frac{1}{\frac{1}{\tau}+s} + \frac{-s\sin\theta + \omega\cos\theta}{s^2+\omega^2}\right] + \frac{i_0}{\frac{1}{\tau}+s}$$

$$Z = \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} \qquad \cos\theta = \frac{R}{Z} \qquad \sin\theta = \frac{\omega L}{Z} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_m}{Z}\left[\sin\theta e^{-\frac{t}{\tau}} + \sin(\omega t - \theta)\right] + i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

誘導負荷に接続された半波整流回路
連続導通となる条件

- 境界条件　$i\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)=i_0$

$$i_0=\frac{V_m}{Z}\left[\sin\theta e^{-\frac{2\pi}{\omega\tau}}+\sin(2\pi-\theta)\right]+i_0 e^{-\frac{2\pi}{\omega\tau}}$$

$$i_0\left(1-e^{-\frac{2\pi}{\omega\tau}}\right)=-\frac{V_m}{Z}\sin\theta\left(1-e^{-\frac{2\pi}{\omega\tau}}\right)$$

$$i_0=-\frac{V_m}{Z}\sin\theta$$

  - $i_0\geq 0$ となるには　$\sin\theta\leq 0$
  - $R\leq 0$ でないと連続導通にならない。

⇨ 連続導通は無理

誘導負荷に接続された半波整流回路
直流電流（出力電流）

- ダイオードの導通期間はπ以上(時間角)
  - 導通期間の終了付近では電源電圧は負
  - 導通期間が終る角度β（消弧角）　$\beta > \pi$
    - 導通終了時電流は零

$$i = \frac{V_m}{Z}\left[\sin(\beta-\theta)+\sin\theta e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}}\right]=0$$

$$\sin(\beta-\theta)+\sin\theta e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}}=0 \quad \Rightarrow$$

解析的には求まらない

  - 出力電流平均値　$I_{avg}=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{\beta} i\,d\omega t$
  - 出力電流実効値　$I_{rms}=\sqrt{\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{\beta} i^2\,d\omega t}$

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

- 電動機負荷等における逆起電力等
  - 回路図
  - 入力電圧･出力電圧･電流波形の絵と動作の説明
  - 起電圧があると導通開始時点が変わる
    - 導通開始点αが求まる

$$V_m \sin\alpha = V_{dc} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\frac{V_{dc}}{V_m}$$

  - ダイオードが導通している時のKVL

$$V_m \sin\omega t = Ri + L\frac{di}{dt} + V_{dc}$$

    - 導通していないときは零

起電力付誘導負荷に接続された半波整流回路

– 時間の原点を $t' = t - \frac{\alpha}{\omega}$ にずらして考える

$$V_m \sin(\omega t' + \alpha) = Ri + L\frac{di}{dt'} + V_{dc}$$

$$V_m \frac{s\sin\alpha + \omega\cos\alpha}{s^2 + \omega^2} = RI + L\left(sI - i_0{}'\right) + \frac{V_{dc}}{s}$$

– 不連続導通を考える $i_0{}' = 0$

$$V_m \frac{s\sin\alpha + \omega\cos\alpha}{s^2 + \omega^2} = RI + sLI + \frac{V_{dc}}{s}$$

$$I = V_m \frac{s\sin\alpha + \omega\cos\alpha}{(R + sL)(s^2 + \omega^2)} + \frac{V_{dc}}{(R + sL)s}$$

起電力付誘導負荷に接続された半波整流回路

$$\frac{s}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}=\frac{a}{R+sL}+\frac{bs+c}{s^2+\omega^2}$$
$$=\frac{a(s^2+\omega^2)+(bs+c)(R+sL)}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}$$
$$=\frac{s^2(a+bL)+s(bR+cL)+(a\omega^2+cR)}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}$$

$$\begin{cases} a+bL=0 \\ bR+cL=1 \\ a\omega^2+cR=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-RL}{\omega^2L^2+R^2} \\ b=\dfrac{R}{\omega^2L^2+R^2} \\ c=\dfrac{L\omega^2}{\omega^2L^2+R^2} \end{cases}$$

$$\frac{s}{(R+sL)(s^2+\omega^2)}$$
$$=\frac{-RL}{\omega^2L^2+R^2}\frac{1}{R+sL}+\frac{1}{\omega^2L^2+R^2}\frac{sR+L\omega^2}{s^2+\omega^2}$$
$$=\frac{1}{Z}\left[-\cos\theta\frac{1}{\frac{1}{\tau}+s}+\frac{s\cos\theta+\omega\sin\theta}{s^2+\omega^2}\right]$$

起電力付誘導負荷に接続された半波整流回路

$$I = V_m \frac{s\sin\alpha + \omega\cos\alpha}{(R+sL)(s^2+\omega^2)} + \frac{V_{dc}}{(R+sL)s}$$

$$= V_m \left\{ \frac{\sin\alpha}{Z}\left[-\cos\theta \frac{1}{\frac{1}{\tau}+s} + \frac{s\cos\theta + \omega\sin\theta}{s^2+\omega^2} \right] + \frac{\cos\alpha}{Z}\left[\sin\theta \frac{1}{\frac{1}{\tau}+s} + \frac{-s\sin\theta + \omega\cos\theta}{s^2+\omega^2} \right] \right\}$$

$$+ \frac{V_{dc}}{R}\left(\frac{1}{\frac{1}{\tau}+s} - \frac{1}{s} \right)$$

$$= \frac{V_m}{Z}\left[\frac{\sin(-\alpha+\theta)}{\frac{1}{\tau}+s} + \frac{-s\sin(-\alpha+\theta) + \omega\cos(-\alpha+\theta)}{s^2+\omega^2} \right] + \frac{V_{dc}}{R}\left(\frac{1}{\frac{1}{\tau}+s} - \frac{1}{s} \right)$$

$$i(t') = \frac{V_m}{Z}\left[\sin(-\alpha+\theta) e^{-\frac{t'}{\tau}} + \sin(\omega t' + \alpha - \theta) \right] + \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-\frac{t'}{\tau}} - 1 \right)$$

$$i(t) = \frac{V_m}{Z}\left[\sin(-\alpha+\theta) e^{-\frac{t-\frac{\alpha}{\omega}}{\tau}} + \sin(\omega t - \theta) \right] + \frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-\frac{t-\frac{\alpha}{\omega}}{\tau}} - 1 \right)$$

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

– 導通終了する消弧角 β

$$i\left(\frac{\beta}{\omega}\right)=\frac{V_m}{Z}\left[\sin(\alpha+\theta)e^{-\frac{\beta-\alpha}{\omega\tau}}+\sin(\beta-\theta)\right]+\frac{V_{dc}}{R}\left(e^{-\frac{\beta-\alpha}{\omega\tau}}-1\right)=0$$

$$i(\beta)=\frac{V_m}{Z}\sin(\beta-\theta)-\frac{V_{dc}}{R}+\left[-\frac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta)+\frac{V_{dc}}{R}\right]e^{\frac{\alpha-\beta}{\omega\tau}}=0$$

$$\frac{V_m}{Z}\left[\sin(\beta-\theta)-\sin(\alpha-\theta)\right]=\frac{V_{dc}}{R}\left(1-e^{\frac{\alpha-\beta}{\omega\tau}}\right)$$

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

– 出力電流平均値

$$I_{avr} = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} id\omega t$$

– 出力電流実効値

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} i^2 d\omega t}$$

– 抵抗で消費される電力

$$P_R = I_{rms}{}^2 R$$

– 出力電流平均値

$$I_{rms} = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta} id\omega t$$

– 直流起電力に吸収される電力

$$P_{dc} = V_{dc} I$$

– 交流電源の出力電力

$$P_{ac} = I_{rms}{}^2 R + V_{dc} I$$

起電力つきLに接続された半波整流回路(直流の充電)

- 回路図
  - 電源抵抗は無視
  - KVL

$$V_m \sin\omega t = L\frac{di}{dt} + V_{dc}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_m \sin\omega t - V_{dc}}{L}$$

$$i = \frac{1}{L}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{t} V_m \sin\omega t dt - \frac{1}{L}\int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{t} V_{dc} dt$$

$$i = \begin{cases} \dfrac{V_m}{\omega L}\left(\cos\alpha - \cos\omega t\right) + \dfrac{V_{dc}}{\omega L}\left(\alpha - \omega t\right) & \alpha \le \omega t \le \beta \\ 0 & \omega t < \alpha, \beta < \omega t \end{cases}$$

コンデンサ入力形半波整流回路

- 回路図
  - RC並列負荷
    - Cは脈動電圧の軽減（フィルタ）に使用
  - ダイオード・オン時は，電源電圧と出力電圧が同じ

$$v = V_m \sin \omega t$$

    - Cが充電される
  - ダイオード・オフ時は出力電圧は，RCの時定数で指数関数的に減少

$$v = V_\theta e^{-\frac{\omega t - \theta}{\omega RC}}$$

    - オフ時点の電圧 $V_\theta = V_m \sin \theta$

コンデンサ入力形半波整流回路

ダイオードのオフ時点を求める

- 電源電圧の電圧低下率がRC回路の時定数で決まる電圧低下率より小さくなるとダイオードがオフする
  - 電源電圧変化率 $\dfrac{d}{dt}V_m \sin\omega t = \omega V_m \cos\omega t$
  - RC回路の電圧低下率 $\dfrac{d}{dt}v = \dfrac{d}{dt}\left[V_\theta e^{-\frac{\omega t-\theta}{\omega RC}}\right] = -\dfrac{1}{RC}V_\theta e^{-\frac{\omega t-\theta}{\omega RC}}$
  - オフの時点で両者は等しい

$$\omega V_m \cos\omega t = -\frac{1}{RC}V_\theta e^{-\frac{\omega t-\theta}{\omega RC}} = -\frac{1}{RC}V_m \sin\theta e^{-\frac{\omega t-\theta}{\omega RC}}$$

$$\omega t = \theta \quad \Rightarrow \quad \omega V_m \cos\theta = -\frac{1}{RC}V_m \sin\theta e^{-\frac{\theta-\theta}{\omega RC}} = -\frac{1}{RC}V_m \sin\theta$$

$$\tan\theta = -\omega RC \qquad \theta = \tan^{-1}\left(-\omega RC\right) = -\tan^{-1}\left(\omega RC\right) + \pi$$

コンデンサ入力形半波整流回路
ダイオードのオン時点を求める

- 電源電圧とRC回路の電圧が等しくなる時点 α（次の周期）でオン
  - 電源電圧

$$V_m \sin \omega t$$

  - RC回路の電圧

$$V_m \sin \theta e^{-\frac{\omega t - \theta}{\omega RC}}$$

  - オンの時点で両者は等しい

$$V_m \sin(2\pi + \alpha) = V_m \sin \theta e^{-\frac{2\pi + \alpha - \theta}{\omega RC}} \Rightarrow \sin \alpha - \sin \theta e^{-\frac{2\pi + \alpha - \theta}{\omega RC}} = 0$$

    - 数値解析で求める必要あり

コンデンサ入力形半波整流回路

出力電流

- 負荷抵抗電流 $$i_R = \frac{v_O}{R}$$
- コンデンサ電流 $$i_C = C\frac{d}{dt}v_O = \begin{cases} -\frac{V_m \sin\theta}{RC} e^{-\frac{\omega t-\theta}{\omega RC}} & off \\ \omega C V_m \cos\omega t & on \end{cases}$$
- 電源電流 $$i_S = i_D = i_R + i_C$$
  - ピーク値 $$i_{S,peak} = \omega C V_m \cos\alpha + \frac{V_m \sin\alpha}{R}$$
    - コンデンサ電流(ターンオン時) $$i_{C,peak} = \omega C V_m \cos(2\pi+\alpha)$$
    - 負荷抵抗電流 $$i_R(2\pi+\alpha) = \frac{V_m \sin(2\pi+\alpha)}{R} = \frac{V_m \sin\alpha}{R}$$

コンデンサ入力形半波整流回路

電压脈動

- 最大電圧 V_m
- 最小電圧
  - ダイオードのターンオン時点 $V_m \sin(2\pi + \alpha) = V_m \sin\alpha$
- 出力電圧変化 $\Delta V_O = V_m - V_m \sin\alpha = V_m(1 - \sin\alpha)$
  - Cを大きいとして近似
    - ターンオフ時点 $\theta \cong \dfrac{\pi}{2} \quad V_m \cong V_\theta$
    - ターンオン時点

$$v_O(2\pi + \alpha) \cong V_m e^{-\frac{2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}{\omega RC}} = V_m e^{-\frac{2\pi}{\omega RC}}$$

$$\Delta V_O = V_m - V_m \sin\alpha \cong V_m\left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\omega RC}}\right) \cong V_m \frac{2\pi}{\omega RC} = \frac{V_m}{fRC} \quad \text{但し} \quad e^{-\frac{2\pi}{\omega RC}} \cong 1 - \frac{2\pi}{\omega RC}$$

半波整流回路の点弧制御

- RL 負荷　絵　$i = i_f + i_n = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$
  - ωt=α で電流値零（点弧）$i(\alpha) = \frac{V_m}{Z}\sin(\alpha - \theta) + Ae^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}} = 0$

$$A = -\frac{V_m}{Z}\sin(\alpha - \theta)e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

$$i = \begin{cases} \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta) - \frac{V_m}{Z}\sin(\alpha - \theta)e^{\frac{\alpha - \omega t}{\omega\tau}} & \alpha \le \omega t \le \beta \\ 0 & 0 \le \omega t \le \alpha \le, \beta \le \omega t \le 2\pi \end{cases}$$

  - ωt=β で電流値零（消弧）

$$i(\beta) = \frac{V_m}{Z}\sin(\beta - \theta) - \frac{V_m}{Z}\sin(\alpha - \theta)e^{\frac{\alpha - \beta}{\omega\tau}} = 0$$

半波整流回路の点弧制御

- RL 負荷起電力付　絵
  - ωt=$\alpha_{\min}$で点弧可　$\alpha_{\min} = \sin^{-1}\dfrac{V_{dc}}{V_m}$
  - 電流

$$i = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\sin(\omega t-\theta) - \dfrac{V_{dc}}{R} - \dfrac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta)e^{\frac{\alpha-\omega t}{\omega\tau}} & \alpha \le \omega t \le \beta \\ 0 & 0 \le \omega t \le \alpha \le, \beta \le \omega t \le 2\pi \end{cases}$$

$$A = \left[-\frac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta) + \frac{V_{dc}}{R}\right]e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

  - ωt=β で電流値零（消弧）

$$i(\beta) = \frac{V_m}{Z}\sin(\beta-\theta) - \frac{V_{dc}}{R} - \frac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta)e^{\frac{\alpha-\beta}{\omega\tau}} = 0$$

転流

環流ダイオード付半波整流回路

- 回路図
  - 整流用ダイオードと環流ダイオードは同時にオンしない
  - 電源電圧vsが正の時
    - D1オン，D2オフ
    - 電源電圧は負荷電圧と等しい
  - 電源電圧vsが負の時
    - D1オフ，D2オン
    - 負荷電圧零
- 導通しているダイオードが切り替わっていく

転流

環流ダイオード付半波整流回路

- 電源にリアクタンスが含まれている場合　絵
  - 環流ダイオードがあると転流時重なりが発生
    - 負荷インダクタンス大
    - t=0-でD1オフ，D2オン
    - t=0でD1オン，電源LのためD2はすぐにオフできない
      - D1,D2が同時にオンしている期間→転流重なり
      - 転流とは，あるスイッチに流れている電流を他のスイッチに流す動作
      - 電源Lに印加されている電圧 $v_{Ls} = V_m \sin \omega t$
      - 電源電流

$$i_S = \frac{1}{\omega L_S}\int_0^t v_{Ls}dt + i_S(0) = \frac{1}{\omega L_S}\int_0^t V_m \sin \omega t dt + 0 = \frac{V_m}{\omega L_S}\left[1 - \cos \omega t\right]$$

転流

環流ダイオード付半波整流回路

- ダイオードD2の電流

$$i_{D2} = i_L - i_S = i_L - \frac{V_m}{\omega L_S}\left[1 - \cos \omega t\right]$$

- 転流終了時，D2の電流は0となる

$$i_{D2}(u) = i_L - \frac{V_m}{\omega L_S}\left[1 - \cos u\right] = 0$$

$$u = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I_L \omega L_S}{V_m}\right)$$

- 転流重なりにより，出力電圧が減少する

$$V_O = \frac{1}{2\pi}\int_u^{\pi} V_m \sin \omega t dt = \frac{V_m}{2\pi}\left[1 + \cos u\right] = \frac{V_m}{\pi}\left[1 - \frac{I_L \omega L_S}{2V_m}\right]$$

誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

- 一般的な負荷形態
  - 回路の絵
  - 入力電圧・出力電圧・電流波形の絵と動作の説明
  - ダイオードが導通している時のKVL

$$V_m \sin \omega t = Ri + L\frac{di}{dt}$$

    - 導通していないときは零
  - 電流(解)を分解して考える(周期定常状態)
    - ダイオードが無い場合の部分(定常解)
    - 電源を考えない場合の解(過渡解)

$$i = i_f + i_n$$

誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

- ダイオードがオンのとき
  - 定常解

$$i_f = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta)$$

但し

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

  - 過渡解

$$0 = Ri + L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad i_n = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \text{ の形}$$

$$i = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

- 初期値をあわす（境界条件）
  - 電流の初期値は零

$$i(0) = \frac{V_m}{Z}\sin(0-\theta) + Ae^0 = 0$$

$$A = -\frac{V_m}{Z}\sin(-\theta) = \frac{V_m}{Z}\sin\theta$$

$$i = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t-\theta) + \frac{V_m}{Z}\sin\theta e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{V_m}{Z}\left[\sin(\omega t-\theta) + \sin\theta e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

– 電流（解）を強制・自由応答に分解して考える

$$i = i_f + i_n$$

$$i_f = \frac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta) - \frac{V_{dc}}{R} \qquad i_n = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

– 導通期間が始まる角度α

– 導通期間が終わる角度β

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{V_{dc}}{V_m}$$

$$i = \begin{cases} \dfrac{V_m}{Z}\sin(\omega t - \theta) - \dfrac{V_{dc}}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} & \alpha \le \omega t \le \beta \\ 0 & 0 \le \omega t \le \alpha \le, \beta \le \omega t \le 2\pi \end{cases}$$

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

- 自然応答
  - 自由応答，初期状態応答，同次応答，不強制応答とも言う
  - システムにエネルギーを与え，取り除いたときの応答
- 強制応答
  - 定期的に作用する力によるシステムの応答
- 強制システムでは自由応答･強制応答は同時に存在する
  - 和応答とも言う
- 同次形の微分方程式を同次解と特性解で表す

起電力つき誘導負荷に接続された半波整流回路

別解

– 角度αで電流は流れ始めることから，Aを求める

$$i(\alpha)=\frac{V_m}{Z}\sin(\omega t-\alpha)-\frac{V_{dc}}{R}+Ae^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}}=0$$

$$\Rightarrow \quad A=\left[-\frac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta)+\frac{V_{dc}}{R}\right]e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

– A, αより導通期間が終わる角度βを求める

$$i(\beta)=\frac{V_m}{Z}\sin(\beta-\theta)-\frac{V_{dc}}{R}+\left[-\frac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\theta)+\frac{V_{dc}}{R}\right]e^{\frac{\alpha-\beta}{\omega\tau}}=0$$

$$\frac{V_m}{Z}\left[\sin(\beta-\theta)-\sin(\alpha-\theta)\right]=\frac{V_{dc}}{R}\left(1-e^{\frac{\alpha-\beta}{\omega\tau}}\right)$$