

# 応用電力変換工学

舟木剛

## 第6回 本日のテーマ

### 全波整流

平成16年12月1日

# 全波整流回路

- 単相全波整流回路の絵
  - －ブリッジ整流器
  - －センタータップトランス整流器
- 半波整流回路に比べて利点多し
  - －電源出力電流の平均値が零
    - 変圧器の偏磁がおこりにくい
  - －リップル(脈動)が小さい

# ブリッジ整流回路(単相全波)

- D1,D2又はD3,D4が同時に導通
- 負荷電流 $i_o \geq 0$
- 負荷電圧
  - D1,D2導通時 $+v_s$
  - D3,D4導通時 $-v_s$
- ダイオードの逆耐圧は, 電源電圧ピーク値
- 電源電流実効値と負荷電流実効値は等しい
- 出力の脈動成分は, 電源周波数の2倍

# センタータップトランス整流回路(单相全波)

- 導通しているダイオードは一つ(D1orD2)
  - 電圧降下小
- 負荷電流 $i_o \geq 0$
- 負荷電圧
  - D1導通時 $+V_{s1}$
  - D2導通時 $-V_{s2}$
- ダイオードの逆耐圧は, 電圧ピーク値の2倍(全波整流回路との最大の違い)
- 二次巻線の各半波が一次巻線に流れるので, 電源電流の平均値は0
- 一次側と二次側が変圧器で絶縁される
- 出力の脈動成分は, 電源周波数の2倍

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路) 抵抗負荷

- 負荷抵抗

- － 両端電圧瞬時値  $v_o(\omega t) = \begin{cases} V_m \sin \omega t & 0 \leq \omega t < \pi \\ -V_m \sin \omega t & \pi \leq \omega t < 2\pi \end{cases}$

- － 出力電圧

- 平均値
    - 実効値

$$V_o(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t dt = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$V_{Orms} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\int_0^{\pi/\omega} \sin^2 \omega t dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

- － 出力電流

- 平均値
    - 実効値

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$I_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

# 单相全波整流回路出力電圧

- フーリエ級数展開  $v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t]$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) dt = \frac{1}{T} \left[ \int_{-\frac{T}{2}}^0 -V_m \sin \omega_0 t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin \omega_0 t dt \right] \\ &= \frac{2V_m}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega_0 t dt = \frac{V_m}{\omega_0 T} [\cos \omega_0 t]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2V_m}{\pi} \end{aligned}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega_0 t dt]$$

半波整流参照

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{T} \left[ \int_{-\frac{T}{2}}^0 -V_m \sin \omega_0 t \cos n\omega_0 t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin \omega_0 t \cos n\omega_0 t dt \right] \\ &= \frac{4}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_m}{2} \{ \sin(1-n)\omega_0 t + \sin(1+n)\omega_0 t \} dt \right] = \frac{2V_m}{\pi(1-n^2)} [\cos(1+n)\pi - 1] \end{aligned}$$

# 単相全波整流回路出力電圧

- フーリエ級数展開つづき

$$a_n = \begin{cases} 0 & n = 1, 3, 5 \dots \\ \frac{-4V_m}{\pi(1-n^2)} & n = 2, 4, 6 \dots \end{cases}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \sin n\omega_0 t dt]$$

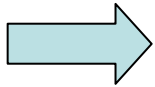
半波整流参照

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{T} \left[ \int_{-\frac{T}{2}}^0 -V_m \sin \omega_0 t \sin n\omega_0 t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin \omega_0 t \sin n\omega_0 t dt \right] \\ &= \frac{V_m}{\pi} \left[ -\frac{\sin(1-n)\pi}{1-n} + \frac{\sin(1+n)\pi}{1+n} - \frac{\sin(1-n)\pi}{1-n} - \frac{\sin(1+n)\pi}{1+n} \right] = 0 \end{aligned}$$

# 単相全波整流回路出力電圧

- フーリエ級数展開つづき

– 出力電圧 
$$v_o(t) = \frac{2V_m}{\pi} - \sum_{n=2,4,6\cdots}^{\infty} \frac{4V_m}{\pi(1-n^2)} \cos n\omega_0 t$$



- 平均値

– 直流成分

$$\frac{2V_m}{\pi}$$

- 実効値

$$V_{Orms} = \sqrt{\left(\frac{2V_m}{\pi}\right)^2 + \sum_{n=2,4,6\cdots}^{\infty} \left[ \frac{4V_m}{\sqrt{2}\pi(1-n^2)} \right]^2}$$



# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路) 誘導負荷

- 回路図
  - 絵
- 周期定常状態
  - 波形
    - 出力電圧は抵抗負荷と同じ
      - 直流成分と偶数次調波

$$v_o(t) = \frac{2V_m}{\pi} - \sum_{n=2,4,6\ldots}^{\infty} \frac{4V_m}{\pi(1-n^2)} \cos n\omega_0 t$$

- 出力電流は半波整流とちょっと違う(転流している)

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路) 誘導負荷

- 出力電流

- 各調波成分の重ね合わせ

- 直流分

$$I_{0O} = \frac{V_O}{R} = \frac{2V_m}{R\pi}$$

- 偶数次調波分  $n = 2, 4, 6, \dots$

$$I_{nO} = \frac{V_{nO}}{Z_n} = \frac{V_{nO}}{|R + jn\omega L|} = \frac{4V_m}{\sqrt{2\pi(1-n^2)}|R + jn\omega L|}$$

- $\omega L \gg R$  の時

$$i_O(t) \approx I_{0O} = \frac{V_O}{R} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$I_{Orms} \approx I_{0O}$$

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路)

## 逆起電力付誘導負荷

- 回路図

- 直流モータとか，電池の充電器
- 不連続導通となることがある（波形）

- 連続導通

- 直流成分(逆起電力を引いたもの)

$$V_{O0} = \frac{2V_m}{\pi} - V_{dc} \quad I_{O0} = \frac{V_{O0}}{R} = \frac{\frac{2V_m}{\pi} - V_{dc}}{R}$$

- 交流成分

» 変化なし(直流成分が入っていても積分すると零)

$$V_{On} = \frac{4V_m}{\sqrt{2}\pi(1-n^2)} \quad I_{On} = \frac{4V_m}{\sqrt{2}\pi(1-n^2) |R + jn\omega L|}$$

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路)

## 容量性負荷

- 回路図

- 直流出力部に大容量のコンデンサを配置

- 半波整流回路より, コンデンサの放電期間短い
- 出力電圧のリップルは半波整流回路の約半分
  - 但し, ダイオードが二直列になった回路なので電圧降下は倍
- 出力電圧

$$v_o(t) = \begin{cases} |V_m \sin \omega t| & ON時 \\ V_m \sin \theta e^{\frac{-\omega t + \theta}{RC\omega}} & OFF時 \end{cases}$$

$$\theta : \text{オフとなる時点} \quad \theta = \tan^{-1} RC\omega$$

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路)

## 容量性負荷

- 出力電圧最大値

- 入力電圧最大値  $V_m$

- 出力電圧最低値

- ダイオードターンオン直前  $\omega t = \pi + \alpha$

$$V_m \sin \theta e^{\frac{-\pi - \alpha + \theta}{RC\omega}} = -V_m \sin(\pi + \alpha)$$

$$\sin \theta e^{\frac{-\pi - \alpha + \theta}{RC\omega}} - \sin \alpha = 0 \quad \alpha \text{ の解析解はないので, 数値解として求める。}$$

- 脈動電圧

$$\Delta V_O = V_m - |V_m \sin(\pi + \alpha)| = V_m (1 - \sin \alpha)$$

半波整流と式は同じだが,  $\alpha$  の値が異なる。

# 単相全波整流回路(ブリッジ整流回路)

## 容量性負荷

- $\omega RC \gg \pi$  の時  $\theta \approx \frac{\pi}{2}$   $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$   
 – 出力電圧最低値

$$v_o(\pi + \alpha) = V_m \sin \theta e^{\frac{-\pi - \alpha + \theta}{RC\omega}} \approx V_m \sin \frac{\pi}{2} e^{\frac{-\pi - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}{RC\omega}} = V_m e^{\frac{-\pi}{RC\omega}}$$

– 脈動電圧

$$\Delta V_o \approx V_m \left( 1 - e^{\frac{-\pi}{RC\omega}} \right)$$

$$e^{\frac{-\pi}{RC\omega}} \approx 1 - \frac{\pi}{RC\omega}$$

$$\Delta V_o \approx \frac{V_m \pi}{RC\omega}$$

半波整流の半分

# 倍電圧整流回路

- 回路図絵
  - － 入力電圧正の半波, 負の半波で充電するCが切り替わる
    - 脈動を減らすため比較的大きいコンデンサが必要
  - － 変圧器なしに昇圧可能

# LCフィルタ付単相フルブリッジ整流回路

- 回路図絵

- －フィルタで出力に含まれる脈動分を低減

- Cで電圧脈動低減

- Lで電流脈動低減

- － 連続導通モード

- － 不連続導通モード

- 連続導通モード

- － 出力電圧平均値

- Lの電圧平均値は零

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi}$$



# LCフィルタ付単相フルブリッジ整流回路

- 連続導通モード

- 出力電流平均値

- Cの電流平均値は零

$$I_L = I_R = \frac{V_O}{R} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

- Lの大きさの目安

- Cが大きいとすると、高調波電圧はLに印加される

$$V_{On} = \frac{4V_m}{\pi(1-n^2)}$$

- 支配的高調波(最低次数 $n=2$ )について考える

- 高調波電流

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} \approx \frac{V_2}{2\omega L} = \frac{4V_m}{2\omega L \pi(1-2^2)} = \frac{2V_m}{3\omega L \pi}$$

# LCフィルタ付単相フルブリッジ整流回路

- 連続導通モード
  - Lの大きさの目安
    - Lを流れる高調波電流の振幅が平均電流より小さい

$$I_2 < I_L$$

$$\frac{2V_m}{3\omega L\pi} < \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$\frac{R}{3\omega} < L$$

ならば連続導通

# LCフィルタ付単相フルブリッジ整流回路

- 不連続導通モード

- Lを流れる電流が各周期毎に0になる

- $\omega t = \alpha$  で再び電流が流れる

- 入力電圧とコンデンサ電圧が等しくなる

$$V_O = V_m \sin \alpha$$

- 電流が流れている期間Lに印加される電圧

$$V_L = V_m \sin \omega t - V_O \quad \text{Cが大きいとして, } V_O \text{は一定}$$

- Lに流れる電流 ( $V = L di/dt$  より)

$$i_L(t) = \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha/\omega}^t [V_m \sin \omega t - V_O] dt$$

$$= \frac{1}{\omega L} \{ V_m [\cos \alpha - \cos \omega t] - V_O [\omega t - \alpha] \}$$

# LCフィルタ付単相フルブリッジ整流回路

- 不連続導通モード

- $\omega t = \beta$  で再び電流が0になる

$$i_L(\beta) = \frac{1}{\omega L} \{V_m [\cos \alpha - \cos \beta] - V_o [\beta - \alpha]\} = 0$$

- Lに流れる平均電流は負荷電流平均値と同じ

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} i_L(t) dt \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} \frac{1}{\omega L} \{V_m [\cos \alpha - \cos \omega t] - V_o [\omega t - \alpha]\} dt \end{aligned}$$

$$I_R = I_L = \frac{V_o}{R}$$

数値的に $V_o$ を求める  $\frac{3\omega L}{R}$  に対する $V_o$ の図

# 位相制御全波整流回路

- ダイオードの替わりにサイリスタを使用
  - SCRの制御遅れ位相角により出力調整
    - 順方向バイアス中に, ゲート信号を与え点弧
    - 制御遅れ位相角  $\alpha=0$  の場合, ダイオード整流と同じ
      - 出力電圧平均値 
$$V_O = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\pi/\omega} V_m \sin \omega t dt$$
$$= \frac{V_m}{\pi} (1 + \cos \alpha)$$
      - 出力電流平均値 
$$I_O = \frac{V_O}{R} = \frac{V_m}{\pi R} (1 + \cos \alpha)$$

# 位相制御全波整流回路

－ 出力電圧実効値

$$\begin{aligned} V_{Orms} &= \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\pi/\omega} (V_m \sin \omega t)^2 dt} = V_m \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\pi/\omega} \sin^2 \omega t dt} \\ &= V_m \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{\pi/\omega} \frac{\cos 2\omega t - 1}{2} dt} = V_m \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \left[ \frac{-\sin 2\omega t}{4\omega} - \frac{t}{2} \right]_{\alpha/\omega}^{\pi/\omega}} \\ &= V_m \sqrt{\frac{\omega}{\pi} \left[ \frac{0 + \sin 2\alpha}{4\omega} + \frac{\pi - \alpha}{2\omega} \right]} = V_m \sqrt{\frac{\sin 2\alpha}{4\pi} + \frac{\pi - \alpha}{2\pi}} \end{aligned}$$

－ 出力電流実効値

$$I_{Orms} = \frac{V_{Orms}}{R} = \frac{V_m}{R} \sqrt{\frac{\sin 2\alpha}{4\pi} + \frac{\pi - \alpha}{2\pi}}$$

# 位相制御全波整流回路

誘導(RL)負荷

- 点弧位相角により連続・不連続導通が変化
  - 不連続導通モード

- 出力電流
$$i_o(t) = \begin{cases} \frac{V_m}{Z} \left[ \sin(\omega t - \theta) - \sin(\alpha - \theta) e^{\frac{\alpha - \omega t}{\omega \tau}} \right] & \alpha \leq \omega t \leq \beta \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left( \frac{\omega L}{R} \right) \quad \tau = \frac{L}{R}$$

- $\omega t = \beta$  で出力電流0
    - 次の点弧パルスは  $\omega t = \pi + \alpha$  で与えられる
      - 不連続導通の条件  $\beta < \alpha + \pi$

# 位相制御全波整流回路

誘導(RL)負荷

## – 不連続導通と連続導通の境界

- 点弧と消弧が同じ  $\beta = \alpha + \pi$
- この時, 出力電流が0

$$i_o(\beta) = i_o(\alpha + \pi) = \frac{V_m}{Z} \left[ \sin(\alpha + \pi - \theta) - \sin(\alpha - \theta) e^{\frac{\alpha - \alpha - \pi}{\omega\tau}} \right] = 0$$

$$\sin(\alpha + \pi - \theta) - \sin(\alpha - \theta) e^{\frac{\alpha - \alpha - \pi}{\omega\tau}} = 0$$

$$-\sin(\alpha - \theta) - \sin(\alpha - \theta) e^{\frac{-\pi}{\omega\tau}} = 0$$

$$-\sin(\alpha - \theta) \left[ 1 + e^{\frac{-\pi}{\omega\tau}} \right] = 0$$

$$\therefore \alpha = \theta$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\omega L}{R} \right) \quad \text{より} \quad \alpha > \tan^{-1} \left( \frac{\omega L}{R} \right) \text{ で不連続} \quad \alpha \leq \tan^{-1} \left( \frac{\omega L}{R} \right) \text{ で連続}$$



# 位相制御全波整流回路

誘導(RL)負荷

## － 連続導通モード時の出力電流

- 出力電圧のフーリエ級数展開

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t]$$

直流成分

$$V_0 = a_0 = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\alpha} -V_m \sin \omega t d\omega t + \int_{\alpha}^{\pi} V_m \sin \omega t d\omega t \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_m \sin \omega t d\omega t = \frac{-V_m}{\omega\pi} [\cos \omega t]_{\alpha}^{\alpha+\pi} = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha$$

高調波成分

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V_m \sin \omega t \cos n\omega t d\omega t = \frac{2V_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \frac{\sin(1+n)\omega t - \sin(1-n)\omega t}{2} d\omega t \\ &= \frac{2V_m}{\pi} \left[ -\frac{\cos(1+n)\omega t}{2(1+n)} + \frac{\cos(1-n)\omega t}{2(1-n)} \right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2V_m}{\pi} \left[ \frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n} - \frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n} \right] \end{aligned}$$

$$n = 2, 4, 6 \dots$$

# 位相制御全波整流回路

誘導(RL)負荷

## － 連続導通モード時の出力電流

高調波成分  $b_n = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V_m \sin \omega t \sin n \omega t d\omega t = \frac{2V_m}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \frac{-\cos(1+n)\omega t + \cos(1-n)\omega t}{2} d\omega t$

$$= \frac{2V_m}{\pi} \left[ -\frac{\sin(1+n)\omega t}{2(1+n)} + \frac{\sin(1-n)\omega t}{2(1-n)} \right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2V_m}{\pi} \left[ \frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n} - \frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n} \right]$$
$$n = 2, 4, 6 \dots$$

- 各次数の電圧振幅  $V_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$
- 出力電圧の各周波数成分は点弧角で変化する
- 出力電流実効値 高次は小さい

$$I_{rms} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=2,4,6\dots}^{\infty} \left( \frac{I_n}{\sqrt{2}} \right)^2}$$

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{|R + j\omega n L|}$$

Lが大きいほど，高調波分減る

# 位相制御全波整流回路

起電力付き誘導(RL)負荷

- 順方向バイアス時に点弧可能  $V_m \sin \alpha \geq V_{dc}$

- 連続導通モード

- 平均出力端子電圧  $V_0 = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha$

- 平均出力電流  $I_O = \frac{V_O - V_{dc}}{R}$

- 起電力に吸収される電力  $P_{dc} = I_0 V_{dc}$

- 負荷抵抗で消費する電力  $P_R = I_{rms}^2 R \cong I_O^2 R$

Lが大きい時

# 位相制御全波整流回路

## 起電力付き誘導(RL)負荷・逆変換運転

- 起電力付負荷では, 起電力により電力供給が可能
  - 出力電流の極性一定 (サイリスタの特性)

- 平均出力端子電圧

- $0 < \alpha < \pi$  では出力電圧は正 → 整流
- $\pi < \alpha < 2\pi$  では出力電圧は負 → 逆変換

$$V_0 = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha$$

- ターンオン可能とするために, 負の起電力が必要

$$V_m \sin \alpha \geq V_{dc}$$

- 出力電力も負  $P_o = V_o I_o < 0$