応用電力変換工学

舟木剛

第7,8回　本日のテーマ

三相全波整流

平成16年12月8日
平成16年12月15日

三相全波整流回路

- 回路図
- 三相平衡の条件で
  - アノード電位の最も高いダイオードが一つずつ点弧して行く
    - 単相のときは上・下アームの素子が同時に動作
    - 上下アームのダイオードは同時にオンとなっていることはない
  - 出力電圧として，電源電圧のいずれかの線間電圧が現れる
    - 線間電圧が最も高くなる組み合わせのダイオードがオン
    - 線間電圧の組み合わせは6種あるので，360°/6=60°毎に入れ替え発生 → 6パルス整流器
    - 出力電圧に現れる脈動成分は，入力電圧の6倍成分
    - ダイオードの逆耐圧も線間電圧ピーク値

三相全波整流回路

- 出力電流 $$\begin{cases} i_a = i_{D1} - i_{D4} \\ i_b = i_{D3} - i_{D6} \\ i_c = i_{D5} - i_{D2} \end{cases}$$
- 各ダイオードは1/3周期ずつオンする
  - ダイオード電流平均値 $I_{Davg} = \frac{1}{3} I_{Oavg}$
  - ダイオード電流実効値 $I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{3} I_{Orms}{}^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{Orms}$
  - 電源電流実効値 $I_{Srms} = \sqrt{\frac{1}{3} I_{Orms}{}^2 + \frac{1}{3} I_{Orms}{}^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{Orms}$
  - 電源（皮相）電力 $S = \sqrt{3} V_{LLrms} I_{Srms}$

三相全波整流回路

- 出力電圧（1/6周期ずつ現れる線間電圧）

$$v_O(t) = V_{mLL} \sin \omega t \quad \left(\pi/3 \le \omega t \le 2\pi/3 \right)$$

  - 他の期間はこれの繰り返し
  - フーリェ級数展開

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=6,12,18\cdots}^{\infty} \left[a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t \right]$$

    - 直流成分

$$V_0 = a_0 = \frac{1}{\pi/3} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_{mLL} \sin \omega t d\omega t$$

$$= \frac{-3V_{mLL}}{\pi} \left[\cos \omega t \right]_{\pi/3}^{2\pi/3} = \frac{3V_{mLL}}{\pi} = 0.955 V_{mLL}$$

三相全波整流回路

- 高調波成分 (n=6k,k=1,2,3…)

$$a_n = \frac{2}{\pi/3}\int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_{mLL}\sin\omega t\cos n\omega t\, d\omega t = \frac{6V_{mLL}}{\pi}\int_{\pi/3}^{2\pi/3}\frac{\sin(1+n)\omega t+\sin(1-n)\omega t}{2}d\omega t$$

$$= \frac{6V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\cos(1+n)\omega t}{2(1+n)}-\frac{\cos(1-n)\omega t}{2(1-n)}\right]_{\pi/3}^{2\pi/3}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi+4k\pi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi\right)}{1+n}-\frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi-4k\pi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}-2k\pi\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[\frac{1}{1+n}+\frac{1}{1-n}\right] = \frac{6V_{mLL}}{\pi\left(1-n^2\right)} \qquad n=6k$$

$$b_n = \frac{2}{\pi/3}\int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_{mLL}\sin\omega t\sin n\omega t\, d\omega t = \frac{6V_{mLL}}{\pi}\int_{\pi/3}^{2\pi/3}\frac{-\cos(1+n)\omega t+\cos(1-n)\omega t}{2}d\omega t$$

$$= \frac{6V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\sin(1+n)\omega t}{2(1+n)}+\frac{\sin(1-n)\omega t}{2(1-n)}\right]_{\pi/3}^{2\pi/3}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi+4k\pi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi\right)}{1+n}+\frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi-4k\pi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-2k\pi\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{0}{1+n}+\frac{0}{1-n}\right] = 0$$

三相全波整流回路

– フーリェ級数展開

$$v(t)=\frac{3V_{mLL}}{\pi}+\sum_{n=6,12,18\cdots}^{\infty}\frac{6V_{mLL}}{\pi(1-n^2)}\cos n\omega t$$

- 単相に比べ出力に含まれる高調波の次数が高い
  – 容易にフィルタで取り除くことができる

- 直流Lが大きい場合，入力電流は

$$i_a(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos n\omega_0 t+b_n\sin n\omega_0 t\right]$$

$$I_0=a_0=\frac{1}{\pi}\left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi}I_O\sin\omega t d\omega t+\int_{\frac{7}{6}\pi}^{\frac{11}{6}\pi}-I_O\sin\omega t d\omega t\right]=0$$

三相全波整流回路

- 直流Lが大きい場合，入力電流は

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} I_O \cos n\omega t d\omega t = \frac{I_O}{\pi}\left[\frac{\sin n\omega t}{n}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} = \frac{I_O}{\pi}\left[\frac{\sin n\frac{5}{6}\pi - \sin n\frac{\pi}{6}}{n}\right]$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} I_O \sin n\omega t d\omega t = \frac{I_O}{\pi}\left[\frac{\cos n\omega t}{n}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} = \frac{I_O}{\pi}\left[\frac{\cos n\frac{5}{6}\pi - \cos n\frac{\pi}{6}}{n}\right]$$

$$i_a(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left(\cos \omega t - \frac{1}{5}\cos 5\omega t + \frac{1}{7}\cos 7\omega t - \frac{1}{11}\cos 11\omega t \cdots\right)$$

$n = 6k \pm 1 \quad \left(k = 1,2,3\cdots\right)$ の成分のみ含まれる

位相制御三相全波整流回路

- 絵
  - 角度αで点弧パルスを与える（順方向バイアス）
    - 制御遅れ角の基準は，ダイオードのオン時
      - 線間電圧が等しい点からの角度
    - 出力直流電圧平均値
      - 1/6周期の繰り返しの性質を利用して

$$V_0 = \frac{1}{\pi/3}\int_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} V_{mLL}\sin\omega t\, d\omega t$$

$$= \frac{-3V_{mLL}}{\pi}\left[\cos\omega t\right]_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} = \frac{3V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha$$

位相制御三相全波整流回路

- 高調波成分 (n=6k,k=1,2,3…)

$$a_n = \frac{2}{\pi/3}\int_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} V_{mLL}\sin\omega t\cos n\omega t\, d\omega t = \frac{6V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\cos(1+n)\omega t}{2(1+n)} - \frac{\cos(1-n)\omega t}{2(1-n)}\right]_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha}$$

$$n = 6k$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi+4k\pi+\{1+n\}\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi+\{1+n\}\alpha\right)}{1+n} - \frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi-4k\pi+\{1-n\}\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}-2k\pi+\{1-n\}\alpha\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi+\{1+n\}\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\{1+n\}\alpha\right)}{1+n} - \frac{\cos\left(\frac{2}{3}\pi-4k\pi+\{1-n\}\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\{1-n\}\alpha\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[\frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n} + \frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n}\right]$$

$$b_n = \frac{2}{\pi/3}\int_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} V_{mLL}\sin\omega t\sin n\omega t\, d\omega t = \frac{6V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\sin(1+n)\omega t}{2(1+n)} + \frac{\sin(1-n)\omega t}{2(1-n)}\right]_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi+4k\pi+\{1+n\}\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi+\{1+n\}\alpha\right)}{1+n} + \frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi-4k\pi+\{1-n\}\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-2k\pi+\{1-n\}\alpha\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[-\frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi+\{1+n\}\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\{1+n\}\alpha\right)}{1+n} + \frac{\sin\left(\frac{2}{3}\pi+\{1-n\}\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\{1-n\}\alpha\right)}{1-n}\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n} - \frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n}\right]$$

位相制御三相全波整流回路

– フーリエ級数展開

$$v(t) = \frac{3V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha$$

$$+ \sum_{n=6,12,18\cdots}^{\infty} \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{\left[\frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n} + \frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n}\right]\cos n\omega t\right.$$

$$\left. + \left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n} - \frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n}\right]\sin n\omega t\right\}$$

- 基本波，高調波共に点弧角で変化する

12パルス整流回路(6パルス×2多重)

- 回路図
  - 2つの6パルスブリッジ使用
    - 一台の変換器はY-Y結線された変圧器で接続
    - 他方の変換器はY-Δ結線された変圧器で接続
      - 電源電圧と変換器印加電圧が30°移相する
      - 出力も基本波30°分位相がずれる
  - 直流出力

$$V_O = V_{OY} + V_{O\Delta} = \frac{3V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha + \frac{3V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha = \frac{6V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha$$

    - 単純に2倍

12パルス整流回路(6パルス×２多重)

– 入力電流に含まれる高調波 $n=6k$

$$V_{On}=V_{OnY}+V_{On\Delta}$$

$$=\frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{\left[\frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n}+\frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n}\right]\cos n\omega t+\left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n}-\frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n}\right]\sin n\omega t\right\}$$

$$+\frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{\left[\frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n}+\frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n}\right]\cos n\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)+\left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n}-\frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n}\right]\sin n\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\right\}$$

$$=\frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{\left[\frac{\cos(1+n)\alpha}{1+n}+\frac{\cos(1-n)\alpha}{1-n}\right][\cos 6k\omega t+\cos k(6\omega t+\pi)]\right.$$

$$\left.\left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{1+n}-\frac{\sin(1-n)\alpha}{1-n}\right][\sin 6k\omega t+\sin k(6\omega t+\pi)]\right\}$$

- n=6,18,30…（k=1,3,5…）が消える
- n=12,24,36…（k=2,4,6…）が残る

12パルス整流回路(6パルス×2多重)

– 直流出力に含まれる高調波

- 直流Lが大きい場合

$$i_Y(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left(\cos\omega t - \frac{1}{5}\cos 5\omega t + \frac{1}{7}\cos 7\omega t - \frac{1}{11}\cos 11\omega t + \frac{1}{13}\cos 13\omega t \cdots \right)$$

$$i_\Delta(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left(\cos\omega t + \frac{1}{5}\cos 5\omega t - \frac{1}{7}\cos 7\omega t - \frac{1}{11}\cos 11\omega t + \frac{1}{13}\cos 13\omega t \cdots \right)$$

30°ずれている

ＹΔ変換の合成波形なので,
厳密には異なる

$$i_a = i_Y + i_\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left(\cos\omega t + -\frac{1}{11}\cos 11\omega t + \frac{1}{13}\cos 13\omega t \cdots \right)$$

- n=12k±1…（k=1,2,3…）が残る

三相ブリッジ逆変換回路

- 直流側に逆電圧がある場合，可能　　絵
  - $0<\alpha<90°$　順変換運転
  - $90°<\alpha<180°$　逆変換運転

- 順･逆変換器の適用例
  - 直流送電　絵
    - 例
      - 北海道-本州直流連系(50Hz-50Hz)
      - 紀伊水道直流連系(60Hz-60Hz)
      - 佐久間周波数変換所(60Hz-50Hz)
      - 新信濃周波数変換所(60Hz-50Hz)
      - 南福光直流連系 (60Hz-60Hz)
      - 東清水周波数変換所(60Hz-50Hz)

他励式直流送電

- 得失
  - 送電線のLが邪魔にならない
    - 平滑を考えると，大きいほうが良い
  - ケーブル線路のCに対する充電電流損無し
  - 送電線数が2本（三相交流は三本）
  - 鉄塔高が低くなる（交流はピーク電圧まで必要）
  - 潮流を変換器で制御できる
  - 潮流制御で，交流側の安定度向上が可能
  - 連系される交流系統は非同期でも可

他励式直流送電

- 特徴
  - 電流の極性は一定
  - 電圧の極性で潮流方向決定
  - Lが大きく，電流脈動が無いとすると
    - 直流電流

$$I_O = \frac{V_{O1} + V_{O2}}{R} \qquad V_{O1} = \frac{3V_{m1LL}}{\pi}\cos\alpha_1 \quad V_{O2} = \frac{3V_{m2LL}}{\pi}\cos\alpha_2$$

    - 変換器の供給電力

$$P_1 = V_{O1} I_O \qquad P_2 = V_{O2} I_O$$

- 実際は一極12パルス，双極構成が多い

電源インダクタンスの転流への影響
単相全波整流回路

- 電源インダクタンスLs及び誘導負荷
  - 電源電圧の極性が反転しても，電源インダクタンスの為に電流はすぐに極性反転できない。
    - 転流期間uは，全てのダイオードが導通
      - 電源電圧はインダクタンスLsに印加される
      - 負荷電流がI_Oで一定，ωt=πで転流開始するとき，電源電流

$$i_s(t) = \frac{1}{\omega L_S}\int_{\pi/\omega}^{t} V_m \sin\omega t\,dt + I_O$$

$$= -\frac{V_m}{\omega L_S}\left(1+\cos\omega t\right) + I_O$$

電源インダクタンスの転流への影響
単相全波整流回路

– ωt=π+uで転流終了するとき，電源電流は反転しているから

$$i_s\left(\frac{\pi+u}{\omega}\right)=-\frac{V_m}{\omega L_S}\left[1+\cos(\pi+u)\right]+I_O=-I_O$$

– Uを求めると

$$-\frac{V_m}{\omega L_S}\left[1+\cos(\pi+u)\right]=-2I_O$$

$$1-\cos u=\frac{2I_O\omega L_S}{V_m}$$

$$u=\cos^{-1}\left(1-\frac{2I_O\omega L_S}{V_m}\right)=\cos^{-1}\left(1-\frac{2I_O X_S}{V_m}\right)$$

但し $\omega L_S = X_S$ は電源リアクタンス

転流重なりは電源リアクタンスの影響と言える

転流重なりの出力電圧への影響
単相全波整流回路

– 負荷に電圧が出力されているのは，転流重なり終了後uからπまでの間

$$V_0 = \frac{1}{\pi}\int_{u/\omega}^{\pi/\omega} V_m \sin\omega t dt = \frac{V_m}{\pi}(1+\cos u)$$

– Uを代入して $\cos u = 1 - \frac{2 I_O X_S}{V_m}$

$$V_0 = \frac{V_m}{\pi}\left(1 + 1 - \frac{2 I_O X_S}{V_m}\right) = \frac{2V_m}{\pi}\left(1 - \frac{I_O X_S}{V_m}\right)$$

電源リアクタンスの影響で出力電圧が低下する

電源インダクタンスの転流への影響
三相全波整流回路

- ダイオードD1,D2が導通しており，一定の負荷電流I_Oが流れている
  - D1からD3への転流を考える
    - A,B相がD1,D3により短絡される
    - La=Lb=Lcより，線間電圧がLa,Lbに等しく分担される

$$V_{L_a} = \frac{v_{ab}}{2} = \frac{V_{mLL}}{2}\sin\omega t$$

    - Laに流れていた電流が，転流によりI_Oから0になる

$$i_{L_a}(t) = \frac{1}{\omega L_a}\int_{\pi/\omega}^{t}\frac{V_{mLL}}{2}\sin\omega t dt + I_O$$

$$= -\frac{V_{mLL}}{2\omega L_a}(1+\cos\omega t) + I_O$$

電源インダクタンスの転流への影響
三相全波整流回路

– 転流期間u終了後0になる
  » Uを求める

$$i_{L_a}(\pi+u)=-\frac{V_{mLL}}{2\omega L_a}\left[1+\cos(\pi+u)\right]+I_O=0$$

$$\frac{V_{mLL}}{2\omega L_a}\left[1-\cos u\right]=-I_O$$

$$u=\cos^{-1}\left(1-\frac{2\omega L_a I_O}{V_{mLL}}\right)=\cos^{-1}\left(1-\frac{2X_S I_O}{V_{mLL}}\right)$$

転流重なりの出力電圧への影響
三相全波整流回路

– 転流期間中に出力される電圧
- A→B相上側アーム，D1→D3
  – D1-D4間電圧　$v_{ac} = -V_{mLL} \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$
  – D3-D4間電圧　$v_{bc} = V_{mLL} \sin \omega t$

$$v_O = \frac{v_{bc} + v_{ac}}{2} = \frac{V_{mLL}}{2}\left[\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)\right]$$

- 転流開始時点

$$v_{bc} = v_{ac}$$

$$V_{mLL} \sin \omega t = -V_{mLL} \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$\therefore \omega t = \frac{\pi}{3}$$

転流重なりの出力電圧への影響
三相全波整流回路

– 出力電圧平均値

$$V_0 = \frac{1}{\pi/3}\int_{\pi/3}^{2\pi/3} v_O \, d\omega t = \frac{1}{\pi/3}\left[\int_{\pi/3}^{\pi/3+u} \frac{V_{mLL}\sin\omega t - V_{mLL}\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)}{2} d\omega t + \int_{\pi/3+u}^{2\pi/3} V_{mLL}\sin\omega t \, d\omega t\right]$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{-\frac{1}{2}\left[\cos\omega t - \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)\right]_{\pi/3}^{\pi/3+u} - \left[\cos\omega t\right]_{\pi/3+u}^{2\pi/3}\right\}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{-\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+u\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}+u-\frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{2}{3}\pi\right)\right] - \left[\cos\frac{2}{3}\pi - \cos\left(\frac{\pi}{3}+u\right)\right]\right\}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{-\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+u\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{3}+u\right)\right] - \left[\cos\frac{2}{3}\pi - \cos\left(\frac{\pi}{3}+u\right)\right]\right\}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{\pi}\left\{\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+u\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}+u\right)\right] + \frac{1}{2}\right\}$$

$$= \frac{3V_{mLL}}{2\pi}\left\{\cos u + 1\right\}$$

$$V_0 = \frac{3V_{mLL}}{\pi} - \frac{3X_S I_O}{\pi}$$

転流重なりの出力電圧への影響
位相制御三相全波整流回路

- 出力電圧平均値

$$V_0 = \frac{3V_{mLL}}{\pi}\cos\alpha - \frac{3X_S I_O}{\pi}$$

- 転流重なりが無い場合　$0 \le \alpha \le 180°$
  - 転流重なりがある場合
    - 転流重なり角uの分，点弧角の範囲が狭くなる
      - 逆変換運転時の制約になる
        - » 余裕角γ=消弧角βからπまでの角度
      - 不足すると転流失敗

$$\cos\gamma = -\cos(\alpha + u) = \cos\alpha - \frac{3X_S I_O}{V_{mLL}}$$