

応用電力変換工学

舟木剛

第10回 本日のテーマ

自励式PWM変換器

平成17年12月21日

電圧型自励式変換器

- **電圧型自励式変換器回路図**
 - **直流側を電圧源的に扱う**
 - サイリスタ変換器では、電流源的に扱う
 - 交流側に電圧を出力する
 - PWM制御で出力電圧を制御する
 - 直流電圧の極性一定
 - 電流は双方向
 - » サイリスタ変換器では、直流電流の極性一定
 - **逆並列ダイオードを接続した自己消弧素子**
 - 上下の素子を相補的にオン・オフする
 - 交流側に出力される線間電圧は、 $\pm V_{dc}$ または0
 - オン・オフ共にゲート信号で制御可能であることが必要
 - 交流側に電源が無くても転流可能
 - 交流電圧と直流電圧の関係で、電流が主スイッチ素子もしくは環流ダイオードを通るか決まる

電圧型自励式変換器

- **PWMによる出力電圧制御**
 - **同期PWM**
 - 発生しようとする交流電圧に同期したパルスが発生
 - スwitchングの周波数は, 基本波の整数倍
 - 基本波の整数倍の理論高調波が発生
 - » 高調波除去フィルタの設計が容易
 - 比較的低いスitchング周波数で用いる
 - **非同期PWM**
 - 発生しようとする交流電圧の位相・周波数に同期しないゲート信号を生成
 - スitchングの周波数は, 基本波の整数倍である必要がない
 - 発生する理論高調波が基本波の整数倍とは限らない
 - 比較的高いスitchング周波数で用いる
 - » 低いスitchング周波数ではビートが発生

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 交流出力端子の出力電圧波形
 - 出力交流電圧の大きさ

- 導通角 λ

» $0 \sim \pi/2 - \lambda/2$	0
» $\pi/2 - \lambda/2 \sim \pi/2 + \lambda/2$	+Vdc
» $\pi/2 + \lambda/2 \sim \pi/2 + \lambda/2 + \pi/2$	0
» $\pi/2 + \lambda/2 + \pi/2 \sim \pi/2 + \lambda/2 + \pi/2 + \lambda/2$	-Vdc
» $\pi/2 + \lambda/2 + \pi/2 + \lambda/2 \sim 2\pi$	0

- フーリエ級数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \end{cases}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}} V_{dc} \cos x dx + \int_{\frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}} -V_{dc} \cos x dx \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}} \cos x dx \right\} = \frac{V_{dc}}{\pi} \left[\sin x \right]_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}} \\ &= \frac{V_{dc}}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{\lambda}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2}\right) - \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\lambda}{2}\right) \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{\lambda}{2}\right) \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\lambda}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \sin \frac{3}{2}\pi \cos \frac{\lambda}{2} - \cos \frac{3}{2}\pi \sin \frac{\lambda}{2} \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\lambda}{2} + \sin \frac{3}{2}\pi \cos \frac{\lambda}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}} V_{dc} \sin x dx + \int_{\frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}} -V_{dc} \sin x dx \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}} \sin x dx - \int_{\frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}} \sin x dx \right\} = -\frac{V_{dc}}{\pi} [\cos x]_{\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\pi+\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\pi-\frac{\lambda}{2}} \\ &= -\frac{V_{dc}}{\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{\lambda}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2}\right) - \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\lambda}{2}\right) \right] \\ &= -\frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{\lambda}{2}\right) \right] \\ &= -\frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\lambda}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \cos \frac{3}{2}\pi \cos \frac{\lambda}{2} + \sin \frac{3}{2}\pi \sin \frac{\lambda}{2} \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\lambda}{2} - \sin \frac{3}{2}\pi \sin \frac{\lambda}{2} \right] = \frac{4V_{dc}}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$V_1 = \frac{4V_{dc}}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \sin \omega t$$

- » 実効値

$$\frac{4V_{dc}}{\pi\sqrt{2}} \sin \frac{\lambda}{2}$$

- » 導通角を変化させることで出力電圧の大きさを変えることができる

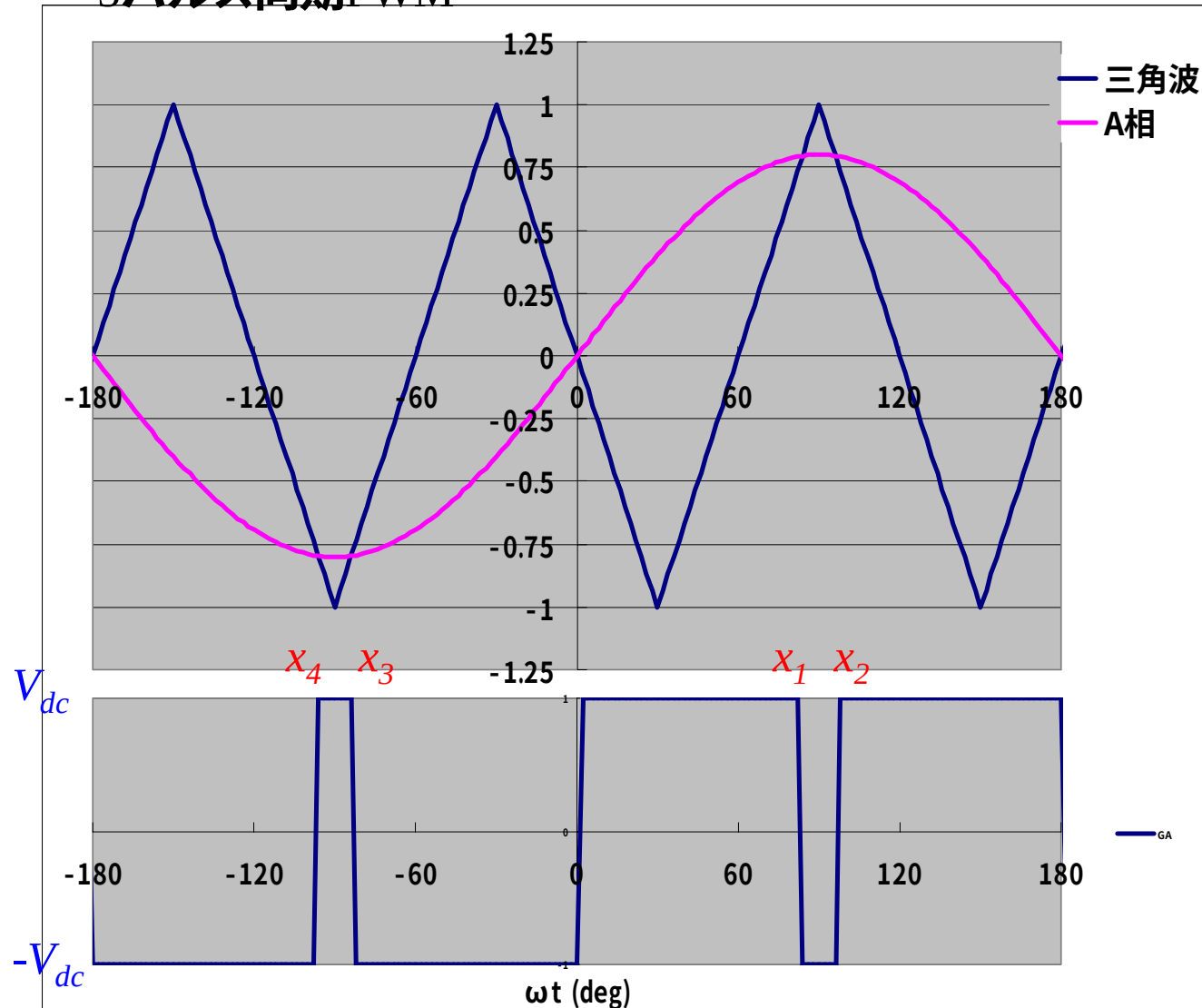
- 容易にPWMパルスを発生する方法はないか？

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 三角波と信号波 (正弦波) との大小関係でパルスのオン・オフを決定
 - 三角波は ± 1
 - 信号波は振幅1以下
 - 3パルス同期PWM
 - 三角波と正弦波の図
 - » 区間① $-\pi \sim -5/6 \pi$ $y=6/\pi x+6$
 - » 区間② $-5/6 \pi \sim -\pi/2$ $y=-6/\pi x+4$
 - » 区間③ $-\pi/2 \sim -\pi/6$ $y=6/\pi x+2$
 - » 区間④ $-\pi/6 \sim \pi/6$ $y=-6/\pi x$
 - » 区間⑤ $\pi/6 \sim \pi/2$ $y=6/\pi x-2$
 - » 区間⑥ $\pi/2 \sim 5/6 \pi$ $y=-6/\pi x+4$
 - » 区間⑦ $5/6 \pi \sim \pi$ $y=6/\pi x-6$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM



波形の対称性

$$X_1 = -X_3$$

$$X_2 = -X_4$$

$$X_2 = \pi - X_1$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[-V_{dc} \sin nx \right]_{-\pi}^{x_4} + \left[V_{dc} \sin nx \right]_{x_4}^{x_3} + \left[-V_{dc} \sin nx \right]_{x_3}^0 \\ & + \left[V_{dc} \sin nx \right]_0^{x_1} + \left[-V_{dc} \sin nx \right]_{x_1}^{x_2} + \left[V_{dc} \sin nx \right]_{x_2}^{\pi} \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\sin nx_4 + \sin(-n\pi) + \sin nx_3 - \sin nx_4 - \sin n0 + \sin nx_3 \\ & + \sin nx_1 - \sin 0 - \sin nx_2 + \sin nx_1 + \sin n\pi - \sin nx_2 \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & \sin nx_2 + 0 - \sin nx_1 + \sin nx_2 - 0 - \sin nx_1 \\ & + \sin nx_1 - 0 - \sin nx_2 + \sin nx_1 + 0 - \sin nx_2 \end{aligned} \right\} = 0$$

ただし $a_0 = 0$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM

– フーリエ級数展開

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &[V_{dc} \cos nx]_{-\pi}^{x_4} + [-V_{dc} \cos nx]_{x_4}^{x_3} + [V_{dc} \cos nx]_{x_3}^0 \\ &+ [-V_{dc} \cos nx]_0^{x_1} + [V_{dc} \cos nx]_{x_1}^{x_2} + [-V_{dc} \cos nx]_{x_2}^{\pi} \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\cos nx_4 - \cos(-n\pi) - \cos nx_3 + \cos nx_4 + \cos n0 - \cos nx_3 \\ &- \cos nx_1 + \cos 0 + \cos nx_2 - \cos nx_1 - \cos n\pi + \cos nx_2 \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\cos nx_2 - (-1)^n - \cos nx_1 + \cos nx_2 + 1 - \cos nx_1 \\ &- \cos nx_1 + 1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 - (-1)^n + \cos nx_2 \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2 \cos nx_2 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2 \cos nx_2 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2 \cos n(\pi - x_1) - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ 2(-1)^n \cos nx_1 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left\{ (-1)^n (2 \cos nx_1 - 1) - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left[(-1)^n - 1 \right] (2 \cos nx_1 - 1) \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_{dc}}{n\pi} \left[(-1)^n - 1 \right] (2 \cos nx_1 - 1) \sin nx$$

ただし、正弦波の振幅をAとすると $A \sin x_1 = \frac{6}{\pi} x_1 - 2$

- 基本波の振幅

$$b_1 = \frac{2V_{dc}}{\pi} \left[(-1)^1 - 1 \right] (2 \cos x_1 - 1) = \frac{4V_{dc}}{\pi} (1 - 2 \cos x_1)$$

$$\frac{\pi}{4V_{dc}} b_1 = 1 - 2 \cos x_1$$

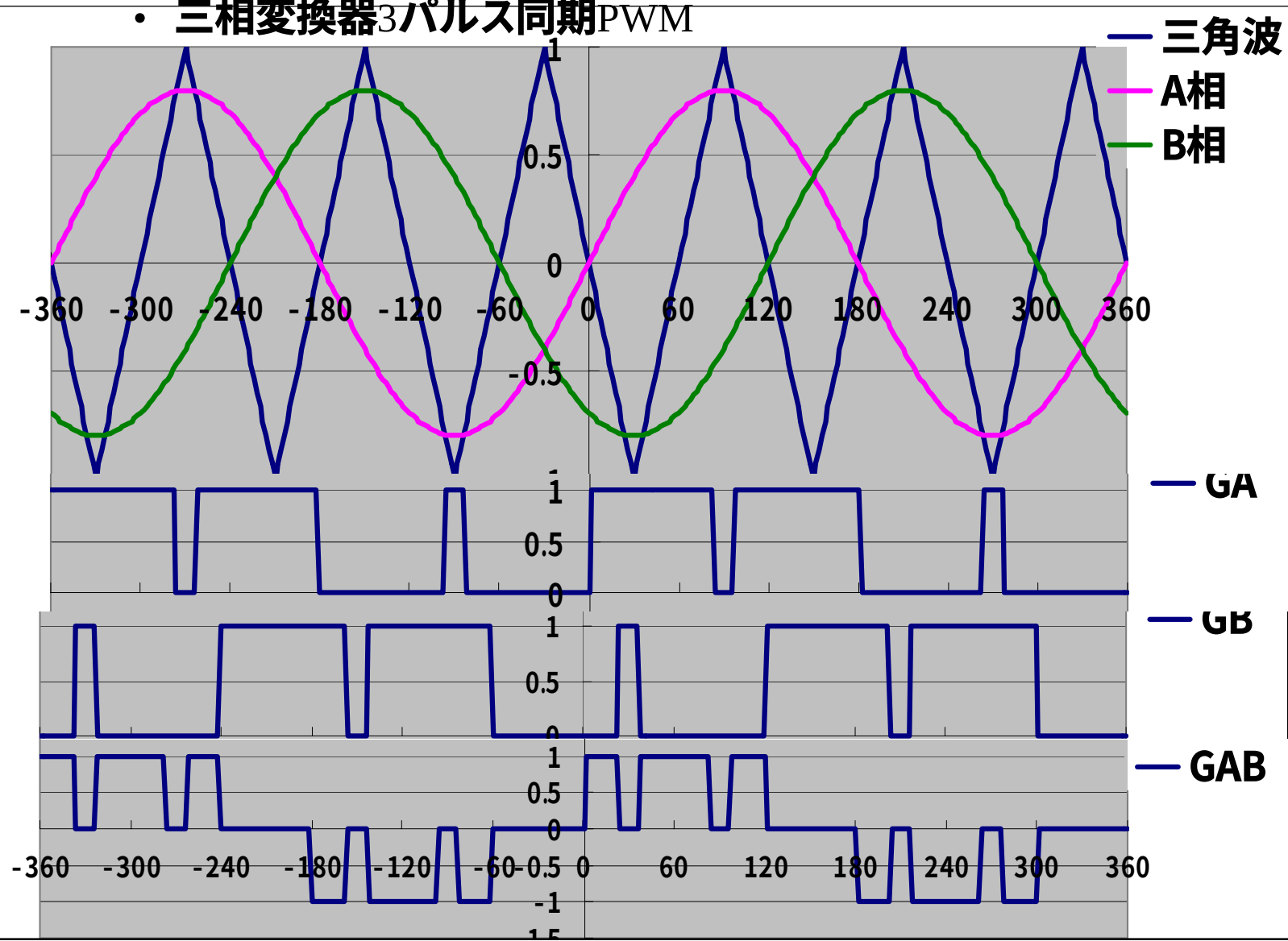
$$x_1 = \cos^{-1} \frac{2 - \pi b_1}{8V_{dc}}$$

$$\begin{aligned} \text{→ } A = \frac{\frac{6}{\pi} x_1 - 2}{\sin x_1} &= \frac{\frac{6}{\pi} \cos^{-1} \frac{2 - \pi b_1}{8V_{dc}} - 2}{\sqrt{1 - \left(\frac{2 - \pi b_1}{8V_{dc}} \right)^2}} \quad \text{→ } b_1 \cong \frac{4V_{dc}}{\pi} A \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 三相変換器3パルス同期PWM



電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

» A相分

$$\begin{aligned}a_{An} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \\&= \frac{1}{n\pi} \left\{ [\sin nx]_{x_4}^{x_3} + [\sin nx]_0^{x_1} + [\sin nx]_{x_2}^{\pi} \right\} \\&= \frac{1}{n\pi} \left\{ \sin nx_3 - \sin nx_4 + \sin nx_1 - \sin 0 + \sin n\pi - \sin nx_2 \right\} \\&= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - 0 + 0 - \sin nx_2 \right\} = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_{An} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad \text{ただし } a_{A0} = 1 \\&= \frac{1}{n\pi} \left\{ [-\cos nx]_{x_4}^{x_3} + [-\cos nx]_0^{x_1} + [-\cos nx]_{x_2}^{\pi} \right\} \\&= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos nx_3 + \cos nx_4 - \cos nx_1 + \cos 0 - \cos n\pi + \cos nx_2 \right\}\end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

» A相分

$$\begin{aligned} b_{An} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2\cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2\cos n(\pi - x_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -2\cos nx_1 + 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ 2[(-1)^n - 1] \cos nx_1 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} [(-1)^n - 1] (2\cos nx_1 - 1) \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

ただし $a_{B0} = 1$

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} f(x) \cos nx dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ [\sin nx]_{x_4+\frac{2}{3}\pi}^{x_3+\frac{2}{3}\pi} + [\sin nx]_{\frac{2}{3}\pi}^{x_1+\frac{2}{3}\pi} + [\sin nx]_{x_2+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \sin n\left(x_3 + \frac{2}{3}\pi\right) - \sin n\left(x_4 + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{5}{3}\pi - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \sin n\left(-x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) - \sin n\left(-x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin n\frac{2}{3}\pi + \sin n\frac{5}{3}\pi - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\sin(-nx_1) \cos n \frac{2}{3} \pi + \cos(-nx_1) \sin n \frac{2}{3} \pi - \sin(-nx_2) \cos n \frac{2}{3} \pi - \cos(-nx_2) \sin n \frac{2}{3} \pi \\ &+ \sin nx_1 \cos n \frac{2}{3} \pi + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3} \pi - \sin n \frac{2}{3} \pi + \sin n \frac{2}{3} \pi \cos n\pi + \cos n \frac{2}{3} \pi \sin n\pi \\ &- \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3} \pi - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3} \pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\sin nx_1 \cos n \frac{2}{3} \pi + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3} \pi + \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3} \pi - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3} \pi \\ &+ \sin nx_1 \cos n \frac{2}{3} \pi + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3} \pi - \sin n \frac{2}{3} \pi + \sin n \frac{2}{3} \pi (-1)^n + \cos n \frac{2}{3} \pi 0 \\ &- \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3} \pi - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3} \pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} &\cos n \frac{2}{3} \pi [-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2] \\ &+ \sin n \frac{2}{3} \pi [\cos nx_1 - \cos nx_2 + \cos nx_1 - 1 + (-1)^n - \cos nx_2] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi [2 \cos nx_1 - 2 \cos nx_2 - 1 + (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2 \cos n(\pi - x_1) - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left\{ 2 \cos nx_1 - 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] - 1 + (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi \left[2 \cos nx_1 - 2(-1)^n \cos nx_1 - 1 + (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi+\frac{2}{3}\pi}^{\pi+\frac{2}{3}\pi} f(x) \sin nx dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \left[-\cos nx \right]_{x_4+\frac{2}{3}\pi}^{x_3+\frac{2}{3}\pi} + \left[-\cos nx \right]_{\frac{2}{3}\pi}^{x_1+\frac{2}{3}\pi} + \left[-\cos nx \right]_{x_2+\frac{2}{3}\pi}^{\frac{5}{3}\pi} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos n\left(x_3 + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos n\left(x_4 + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{5}{3}\pi + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ -\cos n\left(-x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos n\left(-x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{5}{3}\pi + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\cos(-nx_1)\cos n\frac{2}{3}\pi + \sin(-nx_1)\sin n\frac{2}{3}\pi + \cos(-nx_2)\cos n\frac{2}{3}\pi - \sin(-nx_2)\sin n\frac{2}{3}\pi \\ & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}\pi + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{2}{3}\pi\cos n\pi + \sin n\frac{2}{3}\pi\sin n\pi \\ & + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}\pi + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}\pi \\ & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}\pi + \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}\pi + \cos n\frac{2}{3}\pi - \cos n\frac{2}{3}\pi(-1)^n + \sin n\frac{2}{3}\pi 0 \\ & + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}\pi - \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}\pi \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \left\{ \begin{aligned} & \cos n\frac{2}{3}\pi \left[-\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right] \\ & + \sin n\frac{2}{3}\pi \left[-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2 \right] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n\frac{2}{3}\pi \left[-2\cos nx_1 + 2\cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left[-2 \cos nx_1 + 2 \cos n(\pi - x_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left[-2 \cos nx_1 + 2(\cos n\pi \cos nx_1 + \sin n\pi \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi \left\{ -2 \cos nx_1 + 2[+0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM

- フーリエ級数展開
 - » A相分
$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$a_{An} = 0$$

$$a_{A0} = 1$$

$$b_{An} = \frac{1}{n\pi} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

» B相分

$$a_{Bn} = \frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \quad a_{B0} = 1$$

$$b_{Bn} = \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - 線間電圧の周波数スペクトル
 - » AB相間

$$a_{AB0} = a_{A0} - a_{B0} = 1 - 1 = 0$$

$$a_{ABn} = a_{An} - a_{Bn} = -\frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n]$$

$$\begin{aligned} b_{ABn} &= b_{An} - b_{Bn} \\ &= \frac{1}{n\pi} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &\quad - \frac{1}{n\pi} \cos n \frac{2}{3} \pi (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &= \frac{1}{n\pi} (1 - \cos n \frac{2}{3} \pi) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - 線間電圧の周波数スペクトル

» AB相間 $a_{AB0} = 0$

$$\begin{cases} a_{ABn} = -\frac{1}{n\pi} \sin n \frac{2}{3} \pi (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \\ b_{ABn} = \frac{1}{n\pi} (1 - \cos n \frac{2}{3} \pi) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{cases}$$

$n=2k$ に対して $1 - (-1)^{2k} = 1 - 1 = 0$

$$\begin{cases} a_{AB2k} = 0 \\ b_{AB2k} = 0 \end{cases}$$

$n=6k+3$ に対して $\sin(6k+3)\frac{2}{3}\pi = \sin(4k+2)\pi = 0$

$$1 - \cos(6k+3)\frac{2}{3}\pi = 1 - \cos(4k+2)\pi = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} a_{AB6k+3} = 0 \\ b_{AB6k+3} = 0 \end{cases}$$

3の倍数が消える

PWMによる出力制御

• 三角波比較によるPWMパルスの生成

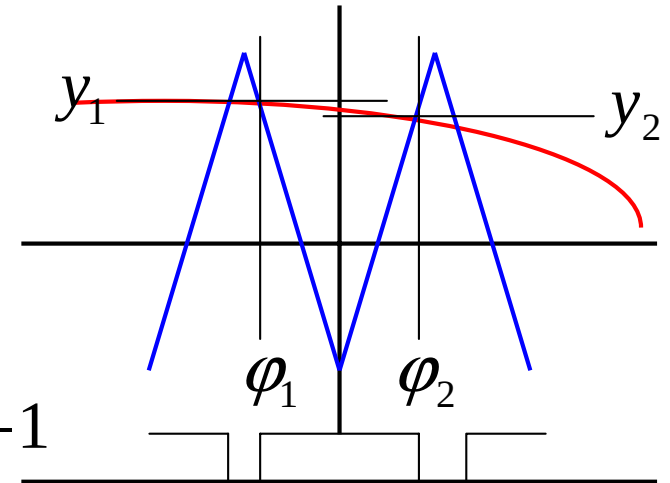
– 多パルス, 同期・非同期対応

• 信号波

$$e_s = M \sin(\omega_s t + \gamma)$$

• 搬送波

$$\begin{cases} Y = -\frac{2}{\pi} X + \alpha & (-\pi + \delta \leq X \leq \delta) \\ Y = \frac{2}{\pi} X + \beta & (\delta \leq X \leq \pi + \delta) \end{cases} \begin{cases} \alpha = \frac{2}{\pi} \delta - 1 \\ \beta = -\frac{2}{\pi} \delta - 1 \end{cases}$$



$Y = M \sin(y + \gamma)$ で信号波と搬送波が交わるとする 但し $y = \omega_s t$

$$\phi \text{ と } y \text{ の関係 } \begin{cases} M \sin(y + \gamma) = -\frac{2}{\pi} \phi_1 + \alpha \\ M \sin(y + \gamma) = \frac{2}{\pi} \phi_2 + \beta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \phi_1 = -\frac{\pi}{2} (M \sin(y + \gamma) - \alpha) \\ \phi_2 = \frac{\pi}{2} (M \sin(y + \gamma) - \beta) \end{cases}$$

– ゲート信号は搬送波と信号波の関数で表される

$$G(\omega_s t, \omega_b t)$$

ω_s, ω_b が整数比でない場合, 非周期的になる。
複素二重フーリエ級数展開により解析

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開

$$\begin{aligned} G(\omega_s t, \omega_b t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[m\omega_b t + n\omega_s t]} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[mx + ny]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\omega_s t, \omega_b t) e^{-j(mx + ny)} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-j(mx + ny)} dx dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \omega_b t, y = \omega_s t & m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ & & n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m=0$ に対して

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-j(0x+ny)} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-jny} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} [x]_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} [\varphi_2 - \varphi_1] e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} (M \sin(y + \gamma) - \beta) + \frac{\pi}{2} (M \sin(y + \gamma) - \alpha) \right] e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \left[\pi M \sin(y + \gamma) - \frac{\pi}{2} (\beta + \alpha) \right] e^{-jny} dy \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m=0$ に対して

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \frac{M}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[\sin(y + \gamma) - \frac{\beta + \alpha}{2M} \right] e^{-jny} dy \\ &= \frac{M}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{e^{j(y+\gamma)} - e^{-j(y+\gamma)}}{2j} - \frac{\beta + \alpha}{2M} \right] e^{-jny} dy \\ &= \frac{M}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left[e^{j\{(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\{(1+n)y + \gamma + \frac{\pi}{2}\}} - \frac{\beta + \alpha}{M} e^{-jny} \right] dy \end{aligned}$$

- $n \neq \pm 1, 0$ のとき

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{(1-n)y + \gamma - \frac{\pi}{2}\}}}{j(1-n)} - \frac{e^{-j\{(1+n)y + \gamma + \frac{\pi}{2}\}}}{-j(1+n)} - \frac{\beta + \alpha}{M} \frac{e^{-jny}}{-jn} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{(1-n)2\pi + \gamma - \frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\frac{\pi}{2}}}{j(1-n)} - \frac{e^{-j\{(1+n)2\pi + \gamma + \frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\frac{\pi}{2}}}{-j(1+n)} - \frac{\beta + \alpha}{M} \frac{e^{-jn2\pi} - e^0}{-jn} \right] = 0 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m=0$ に対して

- $n=1$ のとき

$$\begin{aligned} K_{01} &= \frac{M}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left[e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - e^{-j\{2y + \gamma + \frac{\pi}{2}\}} - \frac{\beta + \alpha}{M} e^{-jy} \right] dy \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[ye^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{e^{-j\{2y + \gamma + \frac{\pi}{2}\}}}{-2j} - \frac{\beta + \alpha}{M} \frac{e^{-jy}}{-j} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[(2\pi - 0)e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} - \frac{e^{-j\{4\pi + \gamma + \frac{\pi}{2}\}} - e^{-j(\gamma + \frac{\pi}{2})}}{-2j} - \frac{\beta + \alpha}{M} \frac{e^{-j2\pi} - e^0}{-j} \right] \\ &= \frac{M}{8\pi} 2\pi e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} = \frac{M}{4} (-j) e^{j\gamma} = -j \frac{M}{4} e^{j\gamma} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- m=0に対して

- n=-1のとき

$$\begin{aligned} K_{0-1} &= \frac{M}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left[e^{j\{2y+\gamma-\frac{\pi}{2}\}} - e^{-j(\gamma+\frac{\pi}{2})} - \frac{\beta+\alpha}{M} e^{jy} \right] dy \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{2y+\gamma-\frac{\pi}{2}\}}}{2j} - ye^{-j(\gamma+\frac{\pi}{2})} - \frac{\beta+\alpha}{M} \frac{e^{jy}}{j} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{4\pi+\gamma-\frac{\pi}{2}\}} - e^{j(\gamma-\frac{\pi}{2})}}{2j} - (2\pi - 0)e^{-j(\gamma+\frac{\pi}{2})} - \frac{\beta+\alpha}{M} \frac{e^{j2\pi} - e^0}{j} \right] \\ &= \frac{M}{8\pi} (-2\pi)e^{-j(\gamma+\frac{\pi}{2})} = -\frac{M}{4} (-j)e^{-j\gamma} = j \frac{M}{4} e^{-j\gamma} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- m=0に対して

- n=0のとき

$$\begin{aligned} K_{00} &= \frac{M}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left[e^{j\{y+\gamma-\frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\{y+\gamma+\frac{\pi}{2}\}} - \frac{\beta+\alpha}{M} e^{-j0} \right] dy \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{y+\gamma-\frac{\pi}{2}\}}}{j} - \frac{e^{-j\{y+\gamma+\frac{\pi}{2}\}}}{-j} - \frac{\beta+\alpha}{M} y \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{M}{8\pi} \left[\frac{e^{j\{2\pi+\gamma-\frac{\pi}{2}\}} - e^{j\{+\gamma-\frac{\pi}{2}\}}}{j} - \frac{e^{-j\{2\pi+\gamma+\frac{\pi}{2}\}} - e^{-j\{\frac{\pi}{2}+\gamma\}}}{-j} - \frac{\beta+\alpha}{M} (2\pi - 0) \right] \\ &= \frac{M}{8\pi} \left(-\frac{\beta+\alpha}{M} \right) 2\pi = -\frac{1}{4} \left(\frac{2}{\pi} \delta - 1 - \frac{2}{\pi} \delta - 1 \right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{e^{-j(mx+ny)}}{-jm} \right]_{\phi_1}^{\phi_2} dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} \int_0^{2\pi} e^{-jny} \left[e^{-jmx} \right]_{\phi_1}^{\phi_2} dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} \int_0^{2\pi} e^{-jny} \left[e^{-jm\frac{\pi}{2}(M \sin\langle y+\gamma \rangle - \beta)} - e^{jm\frac{\pi}{2}(M \sin\langle y+\gamma \rangle - \alpha)} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} \int_0^{2\pi} e^{-jny} \left[e^{-j(Z \sin\langle y+\gamma \rangle - \frac{Z}{M}\beta)} - e^{j(Z \sin\langle y+\gamma \rangle - \frac{Z}{M}\alpha)} \right] dy \quad Z = mM \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して

$$e^{jZ \sin \theta} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jk\theta} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{j}{4\pi^2 m} \int_0^{2\pi} e^{-jny} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{-jk(y+\gamma)} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jk(y+\gamma)} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2\pi} e^{-jny} \left[e^{-jk(y+\gamma)} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{jk(y+\gamma)} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j\langle (k+n)y+k\gamma \rangle} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{j\langle (k-n)y+k\gamma \rangle} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \end{aligned}$$

ただし $Z = mM \frac{\pi}{2}$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して Σ を分解して計算
 - $k \neq \pm n$ のとき

$$\begin{aligned} K_{mn}(k) &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_k(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j\langle(k+n)y+k\gamma\rangle} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{j\langle(k-n)y+k\gamma\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_k(Z) \left[\frac{e^{-j\langle(k+n)y+k\gamma\rangle}}{-j(k+n)} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - \frac{e^{j\langle(k-n)y+k\gamma\rangle}}{j(k+n)} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_k(Z) \left[\frac{e^{-j\langle(k+n)2\pi+k\gamma\rangle} - e^{-j\langle(k+n)0+k\gamma\rangle}}{-j(k+n)} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - \frac{e^{j\langle(k-n)2\pi+k\gamma\rangle} - e^{j\langle(k-n)0+k\gamma\rangle}}{j(k+n)} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して

Σ を分解して計算

- $k=n$ のとき

$$\begin{aligned} K_{mn}(k) &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_n(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j\langle(n+n)y+n\gamma\rangle} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{j\langle(n-n)y+n\gamma\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_n(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j(2ny+n\gamma)} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{j(0y+n\gamma)} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_n(Z) \left[\frac{e^{-j(2ny+n\gamma)}}{-j2n} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - y e^{jn\gamma} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_n(Z) \left[\frac{e^{-j(2n2\pi+n\gamma)} - e^{-j(2n0+n\gamma)}}{-j2n} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - (2\pi - 0) e^{jn\gamma} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] \\ &= \frac{-j}{2\pi m} J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} = \frac{-j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\alpha + n\gamma)} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

• 三角波比較によるPWMパルスの生成

– 複素二重フーリエ級数展開

• $m \neq 0$ に対して

Σ を分解して計算

$$J_{-n}(Z) = (-1)^n J_n(Z)$$

– $k = -n$ のとき

$$\begin{aligned} K_{mn}(k) &= \frac{j}{4\pi^2 m} J_{-n}(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j\langle(-n+n)y-n\gamma\rangle} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{j\langle(-n-n)y-n\gamma\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} (-1)^n J_n(Z) \int_0^{2\pi} \left[e^{-j\langle 0y-n\gamma\rangle} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - e^{-j\langle 2ny-n\gamma\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] dy \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} (-1)^n J_n(Z) \left[ye^{jn\gamma} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - \frac{e^{-j(2ny-n\gamma)}}{-j2n} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{j}{4\pi^2 m} (-1)^n J_n(Z) \left[(2\pi - 0)e^{jn\gamma} e^{j\frac{Z}{M}\beta} - \frac{e^{-j(2n2\pi-n\gamma)} - e^{-j(2n0-n\gamma)}}{-j2n} e^{-j\frac{Z}{M}\alpha} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} (-1)^n J_n(Z) e^{jn\gamma} e^{j\frac{Z}{M}\beta} = \frac{j}{2\pi m} (-1)^n J_n(Z) e^{j(\frac{Z}{M}\beta + n\gamma)} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して

- $k \neq \pm n, k=n, k=-n$ の結果から

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{-j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\alpha + n\gamma)} + \frac{j}{2\pi m} (-1)^n J_n(Z) e^{j(\frac{Z}{M}\beta + n\gamma)} \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) \left[-e^{j(-\frac{Z}{M}\alpha + n\gamma)} + (-1)^n e^{j(\frac{Z}{M}\beta + n\gamma)} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{jn\gamma} \left[-e^{-j\frac{Z}{M}(\frac{2}{\pi}\delta - 1)} + (-1)^n e^{j\frac{Z}{M}(-\frac{2}{\pi}\delta - 1)} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\frac{2}{\pi}\delta + n\gamma)} \left[-e^{j\frac{Z}{M}} + (-1)^n e^{-j\frac{Z}{M}} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\frac{2}{\pi}\delta + n\gamma)} \left[-e^{jm\frac{\pi}{2}} + (-1)^n e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right] \end{aligned}$$

- # PWMによる出力制御
- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m \neq 0$ に対して
 - $k \neq \pm n, k=n, k=-n$ の結果から

$$\begin{aligned}
 K_{mn} &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j\left(-\frac{1}{M}mM\frac{\pi}{2}\frac{\gamma}{\pi}\delta+n\gamma\right)} \left[-j^m + (-1)^n (-j)^m \right] \\
 &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-j^m + (-1)^n (-1)^m j^m \right] \\
 &= \frac{j}{2\pi m} J_n(Z) e^{j(-m\delta+n\gamma)} j^m \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \\
 &= \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n\left(Mm\frac{\pi}{2}\right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- まとめ

- $m=0$

- » $n \neq \pm 1, 0$ $K_{0n} = 0$

- $K_{01} = -j \frac{M}{4} e^{j\gamma}$

- $K_{0-1} = j \frac{M}{4} e^{-j\gamma}$

- $K_{00} = \frac{1}{2}$

- $m \neq 0$

- $$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

- 複素フーリエ係数のままでは分りづらいので実フーリエ係数に変換する

PWMによる出力制御

- 実フーリエ級数と複素フーリエ級数の関係
 - 実フーリエ級数展開

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

- オイラーの公式
$$\begin{cases} \cos kx = \frac{e^{jkx} + e^{-jkx}}{2} \\ \sin kx = \frac{e^{jkx} - e^{-jkx}}{2j} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \frac{e^{jnx} + e^{-jnx}}{2} + b_n \frac{e^{jnx} - e^{-jnx}}{2j} \right\} \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jnx} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jnx} \right\} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 実フーリエ級数と複素フーリエ級数の関係

- 実フーリエ級数展開

$$\begin{cases} c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \\ c_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2} \end{cases} \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{c_n e^{jnx} + c_n^* e^{-jnx}\}$$

$$\begin{cases} n > 0 & c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \\ n = 0 & c_0 = \frac{a_0}{2} \\ n < 0 & c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2} = c_n^* \end{cases}$$

- 複素フーリエ級数展開 $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

- 複素表示

$$\begin{aligned} G(x, y) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j(mx+ny)} \\ &= K_{00} + K_{10} e^{jx} + K_{01} e^{jy} + K_{-10} e^{-jx} + K_{0-1} e^{-jy} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[K_{mn} e^{j(mx+ny)} + K_{-mn} e^{j(-mx+ny)} \right. \\ &\quad \left. + K_{m-n} e^{j(mx-ny)} + K_{-m-n} e^{j(-mx-ny)} \right] \end{aligned}$$

実表示

$$\begin{aligned} G(x, y) &= a_{00} + a_{10} \cos x + b_{10} \sin x + a_{01} \cos y + b_{01} \sin y \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{mn} \cos(mx+ny) + b_{mn} \cos(mx+ny) \right. \\ &\quad \left. + a_{m-n} \cos(mx-ny) + b_{m-n} \cos(mx-ny) \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned}
 G(x, y) &= K_{00} + K_{10}(\cos x + j \sin x) + K_{01}(\cos y + j \sin y) \\
 &\quad + K_{-10}(\cos x - j \sin x) + K_{0-1}(\cos y - j \sin y) \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{aligned} &K_{mn} \{ \cos(mx + ny) + j \sin(mx + ny) \} \\ &+ K_{-mn} \{ \cos(-mx + ny) + j \sin(-mx + ny) \} \\ &+ K_{m-n} \{ \cos(mx - ny) + j \sin(mx - ny) \} + \\ &K_{-m-n} \{ \cos(-mx - ny) - j \sin(mx + ny) \} \end{aligned} \right] \\
 &= K_{00} + (K_{10} + K_{-10})\cos x + j(K_{10} - K_{-10})\sin x \\
 &\quad + (K_{01} + K_{0-1})\cos y + j(K_{01} - K_{0-1})\sin y \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{aligned} &\{K_{mn} + K_{-m-n}\}\cos(mx + ny) + j\{K_{mn} - K_{-m-n}\}\sin(mx + ny) \\ &+ \{K_{-mn} + K_{m-n}\}\cos(mx - ny) + j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\}\sin(mx - ny) \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{00} = K_{00} \\ a_{01} = K_{01} + K_{0-1} \\ b_{01} = j(K_{01} - K_{0-1}) \\ a_{mn} = K_{mn} + K_{-m-n} \\ b_{mn} = j\{K_{mn} - K_{-m-n}\} \\ a_{m-n} = K_{-mn} + K_{m-n} \\ b_{m-n} = j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_{00} = \frac{1}{2} \\ a_{01} = -j \frac{M}{4} e^{j\gamma} + j \frac{M}{4} e^{-j\gamma} = j \frac{M}{4} (-e^{j\gamma} + e^{-j\gamma}) \\ \quad = j \frac{M}{4} (-\cos \gamma - j \sin \gamma + \cos \gamma - j \sin \gamma) \\ \quad = \frac{M}{2} \sin \gamma \\ b_{01} = j(-j \frac{M}{4} e^{j\gamma} - j \frac{M}{4} e^{-j\gamma}) = \frac{M}{4} e^{j\gamma} + \frac{M}{4} e^{-j\gamma} \\ \quad = \frac{M}{4} (\cos \gamma + j \sin \gamma + \cos \gamma - j \sin \gamma) \\ \quad = \frac{M}{2} \cos \gamma \end{array} \right.$$

※信号波の次数 n の周波数は搬送波の次数 m に比べて小さいので $m-n>0$ が支配的

- # PWMによる出力制御
- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_\nu \left(e^{jm\pi} Z \right) = e^{j\nu m\pi} J_\nu (Z) \quad \text{より}$$

$$e^{jm\pi} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_{-n}(-Z) = (-1)^n J_n(-Z) = (-1)^n (-1)^n J_n(Z) = J_n(Z)$$

$$K_{-m-n} = \frac{j^{-m+1}}{2\pi(-m)} J_{-n} \left(-Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{-n-m} \right]$$

$$= -\frac{j^{-m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{mn} &= K_{mn} + K_{-m-n} \\ &= \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \\ &\quad - \frac{j^{-m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \left[j^m e^{j(-m\delta+n\gamma)} - j^{-m} e^{j(m\delta-n\gamma)} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \left[e^{j(-m\delta+n\gamma+m\frac{\pi}{2})} - e^{j(m\delta-n\gamma-m\frac{\pi}{2})} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{j}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \begin{bmatrix} \cos(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \\ + j \sin(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \\ - \cos(m\delta - n\gamma - m\frac{\pi}{2}) \\ - j \sin(m\delta - n\gamma - m\frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] 2j \sin(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \\ &= -\frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \sin(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} b_{mn} &= j\{K_{mn} - K_{-m-n}\} \\ &= \frac{j^{m+2}}{2\pi m} J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \\ &\quad + \frac{j^{-m+2}}{2\pi m} J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) e^{j(m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \\ &= \frac{j^2}{2\pi m} J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \left[j^m e^{j(-m\delta+n\gamma)} + j^{-m} e^{j(m\delta-n\gamma)}\right] \\ &= \frac{-1}{2\pi m} J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \left[e^{j(-m\delta+n\gamma+m\frac{\pi}{2})} + e^{j(m\delta-n\gamma-m\frac{\pi}{2})}\right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$b_{mn} = \frac{-1}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \begin{bmatrix} \cos(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \\ + j \sin(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2}) \\ + \cos(m\delta - n\gamma - m\frac{\pi}{2}) \\ + j \sin(m\delta - n\gamma - m\frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \right]$$

$$= \frac{-1}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] 2 \cos(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2})$$

$$= -\frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \cos(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2})$$

$$ja_{mn} + b_{mn} = -\frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta + n\gamma + m\frac{\pi}{2})}$$

- # PWMによる出力制御
- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_\nu \left(e^{jm\pi} Z \right) = e^{j\nu m\pi} J_\nu(Z) \quad \text{より} \quad J_{-n}(Z) = (-1)^n J_n(Z)$$

$$e^{jm\pi} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_{-n}(-Z) = (-1)^n J_n(-Z) = (-1)^n (-1)^n J_n(Z) = J_n(Z)$$

$$\begin{aligned} K_{m-n} &= \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_{-n} \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right] \\ &= \frac{j^{m+1}}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right] \end{aligned}$$

- # PWMによる出力制御
- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_\nu \left(e^{jm\pi} Z \right) = e^{j\nu m\pi} J_\nu(Z) \quad \text{より}$$

$$e^{jm\pi} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_n(-Z) = (-1)^n J_n(Z)$$

$$\begin{aligned} K_{-mn} &= \frac{j^{-m+1}}{2\pi(-m)} J_n \left(-Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \\ &= \frac{-j^{-m+1}}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned}a_{m-n} &= K_{-mn} + K_{m-n} \\&= \frac{-j^{-m+1}}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \\&\quad + \frac{j^{m+1}}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) e^{j(-m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right] \\&= \frac{j^1}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \left[-j^{-m} e^{j(m\delta+n\gamma)} + j^m e^{j(-m\delta-n\gamma)} \right] \\&= \frac{j^1}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \left[-e^{j(m\delta+n\gamma-m\frac{\pi}{2})} + e^{j(-m\delta-n\gamma+m\frac{\pi}{2})} \right]\end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{m-n} &= \frac{j}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \begin{bmatrix} -\cos \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right) \\ -j \sin \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right) \\ + \cos \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \\ + j \sin \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \end{bmatrix} \right] \\ &= \frac{j}{2\pi m} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] 2j \sin \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \sin \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned}
 b_{m-n} &= j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\} \\
 &= \frac{j^{-m+2}}{2\pi m} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) e^{j(m\delta+n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \\
 &\quad + \frac{j^{m+2}}{2\pi m} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) e^{j(-m\delta-n\gamma)} \left[-1 + (-1)^{m-n}\right] \\
 &= \frac{j^2}{2\pi m} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \left[j^{-m} e^{j(m\delta+n\gamma)} + j^m e^{j(-m\delta-n\gamma)}\right] \\
 &= \frac{1}{2\pi m} (-1)^{n+1} J_n\left(Mm \frac{\pi}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \left[e^{j(m\delta+n\gamma-m\frac{\pi}{2})} + e^{j(-m\delta-n\gamma+m\frac{\pi}{2})}\right]
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数→実フーリエ係数変換

$$b_{m-n} = \frac{1}{2\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \begin{bmatrix} \cos \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right) \\ + j \sin \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right) \\ + \cos \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \\ + j \sin \left(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2} \right) \end{bmatrix} \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] 2 \cos \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \cos \left(m\delta + n\gamma - m \frac{\pi}{2} \right)$$

$$ja_{m-n} + b_{m-n} = \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta - n\gamma + m \frac{\pi}{2})}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 三相インバータの線間電圧出力

- AB相間

- A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3 \pi$

$$a_{AB00} = a_{A00} - a_{B00} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$a_{AB01} = a_{A01} - a_{B01} = \frac{M}{2} \sin 0 - \frac{M}{2} \sin\left(-\frac{2}{3} \pi\right) = -\frac{M\sqrt{3}}{4}$$

$$b_{AB01} = b_{A01} - b_{B01} = \frac{M}{2} \cos 0 - \frac{M}{2} \cos\left(-\frac{2}{3} \pi\right) = \frac{3M}{4}$$

» 振幅 $\sqrt{a_{AB01}^2 + b_{AB01}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} M$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 三相インバータの線間電圧出力

- AB相間

- A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3 \pi$

- » 高調波

$$\begin{aligned} ja_{ABmn} + b_{ABmn} &= ja_{Amn} + b_{Amn} - ja_{Bmn} - b_{Bmn} \\ &= -\frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta + n0 + m\frac{\pi}{2})} \\ &\quad + \frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta - n\frac{2}{3}\pi + m\frac{\pi}{2})} \\ &= \frac{1}{\pi m} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-m\delta + m\frac{\pi}{2})} \left(-1 + e^{-jn\frac{2}{3}\pi} \right) \end{aligned}$$

$n=3k$ のとき零

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 三相インバータの線間電圧出力

- AB相間

- A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3 \pi$

- » 高調波

$$\begin{aligned}
 ja_{ABm-n} + b_{ABm-n} &= ja_{Am-n} + b_{Am-n} - ja_{Bm-n} - b_{Bm-n} \\
 &= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta - 0\gamma + m\frac{\pi}{2})} \\
 &\quad - \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta + n\frac{2}{3}\pi + m\frac{\pi}{2})} \\
 &= \frac{1}{\pi m} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{\pi}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m\delta + m\frac{\pi}{2})} \left(1 - e^{jn\frac{2}{3}\pi} \right)
 \end{aligned}$$

$n=3k$ のとき零

宿題

- **自励式電圧型PWM変換器の検討**
 - **三相交流出力**
 - **三角波比較方式PWM**
 - **信号波 (正弦波) 振幅を振り (0～1) , 出力電圧を検討**
 - **交流出力電圧に含まれる高調波解析**
 - **同期PWM**
 - **非同期PWM**
 - » **理論値**
 - » **数値解析(時間軸)結果のスペクトル解析**
 - **過変調に対する検討**
 - **高調波フィルタの検討**
 - **交流出力側にLCRフィルタを接続**
 - **フィルタの適用効果の評価**
 - » **BPF**
 - » **HPF**