電力回路
（舟木担当分）

第2回　多相交流回路

平成17年6月6日月曜日　5限目

電力回路の位置づけ

- 解析対象を，商用周波数成分（60Hz）に限ると
  - 回路の微分方程式　→　代数方程式
  - 複素インピーダンスを用いた回路解析

$$\dot{I} = \dot{Y}\dot{V}$$

$$\dot{V} = \dot{Z}\dot{I}$$

代数方程式

- 三相交流はどうやって解析する？
  - どうやったら複素ベクトル表現できるか？
  - 電圧電流の要素が三つずつあるでぇ
    - 単相のときは一つの電圧・電流だけ注目すればよかった

$$\begin{cases} v_a = V_a \sin\left(\omega t + \theta_a\right) \\ v_b = V_b \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta_b\right) \\ v_c = V_c \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta_c\right) \end{cases}$$

三相平衡回路

記号法(symbolic method)の考案者

- 三相負荷（インピーダンス）

$$\begin{cases} \dot{Z}_a = R_a + jX_a \\ \dot{Z}_b = R_b + jX_b \\ \dot{Z}_c = R_c + jX_c \end{cases}$$

複素表示

Charles Proteus Steinmetz
(1865-1923)
Wikipediaより

Arthur Edwin Kennelly
(1861-1939)
IEEE History centerより

  - 三相平衡の条件

$$\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c = \dot{Z} \Rightarrow \begin{cases} \dot{Z}_a = R + jX \\ \dot{Z}_b = R + jX \\ \dot{Z}_c = R + jX \end{cases}$$

三相平衡回路

- 三相交流電圧・電流

電圧
$$\begin{cases} v_a = V_a \sin(\omega t + \theta_a) \\ v_b = V_b \sin(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi + \theta_b) \\ v_c = V_c \sin(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi + \theta_c) \end{cases}$$

電流
$$\begin{cases} i_a = I_a \sin(\omega t + \varphi_a) \\ i_b = I_b \sin(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi + \varphi_b) \\ i_c = I_c \sin(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi + \varphi_c) \end{cases}$$

  - 三相平衡の条件

$$\begin{cases} V_a = V_b = V_c = V \\ \theta_a = \theta_b = \theta_c = \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_a = I_b = I_c = I \\ \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_a = V_a \sin(\omega t + \theta) \\ v_b = V_a \sin(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi + \theta) \\ v_c = V_a \sin(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi + \theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_a = I \sin(\omega t + \varphi) \\ i_b = I \sin(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi + \varphi) \\ i_c = I \sin(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi + \varphi) \end{cases}$$

三相平衡電力回路

- 正弦波について考える
  - オイラーの公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \sin(\omega t + x) = \frac{e^{j(\omega t + x)} - e^{-j(\omega t + x)}}{2j}$$

正弦波は $e^{j(\omega t + x)}$ 角速度ω逆時計周り、$e^{-j(\omega t + x)}$ 角速度ω時計周り の成分で構成される

平衡な三相交流電圧

$$\begin{cases} v_a = V\sin(\omega t + \theta) = V\dfrac{e^{j(\omega t + \theta)} - e^{-j(\omega t + \theta)}}{2j} \\ v_b = V\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right) = V\dfrac{e^{j\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right)} - e^{-j\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} \\ v_c = V\sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta\right) = V\dfrac{e^{j\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta\right)} - e^{-j\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} \end{cases}$$

三相平衡電力回路

- 正弦波について考える
  - 静止座標系から見る
  - b,c相はa相に対して各々2/3π, -2/3π遅れている

$$\begin{cases} v_a = \dfrac{e^{j(\omega t + \theta)} - e^{-j(\omega t + \theta)}}{2j} = v_a' \\ v_b = \dfrac{e^{j\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right)} - e^{-j\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} = \dfrac{e^{j(\omega t + \theta)} - e^{-j\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} e^{-j\frac{2}{3}\pi} = v_b' e^{-j\frac{2}{3}\pi} \\ v_c = \dfrac{e^{j\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta\right)} - e^{-j\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} = \dfrac{e^{j(\omega t + \theta)} - e^{-j\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi + \theta\right)}}{2j} e^{j\frac{2}{3}\pi} = v_c' e^{j\frac{2}{3}\pi} \end{cases}$$

  - 各相電圧の位相遅れの部分を分離してまとめる

$$v_a'' + v_b'' + v_c'' = \frac{3}{2j} e^{j(\omega t + \theta)}$$

正回転（逆時計回り）成分のみ残る
複素ベクトルになっている（但し回転する）

三相平衡電力回路

- 正弦波について考える
  - 角速度ωで逆時計回りする回転座標系から見る
    - 座標系の回転分 $e^{j\omega t}$ を補正する

$$
\begin{cases}
v_a' = v_a e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j(\omega t+\theta)} - e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j} e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j\theta} - e^{-j(2\omega t+\theta)}}{2j} \\
v_b' = v_b e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j\left(-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(2\omega t-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} \\
v_c' = v_c e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j\left(\omega t+\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(\omega t+\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} e^{-j\omega t} = V\dfrac{e^{j\left(\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(2\omega t+\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j}
\end{cases}
$$

三相平衡電力回路

- 正弦波について考える
  - b,c相はa相に対して各々2/3π，-2/3π遅れている

$$
\begin{cases}
v_a'' = v_a' = V\dfrac{e^{j\theta} - e^{-j(2\omega t+\theta)}}{2j} \\
v_b'' = v_b' e^{j\frac{2}{3}\pi} = V\dfrac{e^{j\left(-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(2\omega t-\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} e^{j\frac{2}{3}\pi} = V\dfrac{e^{j\theta} - e^{-j\left(2\omega t-\frac{4}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} \\
v_c'' = v_c' e^{-j\frac{2}{3}\pi} = V\dfrac{e^{j\left(\frac{2}{3}\pi+\theta\right)} - e^{-j\left(2\omega t+\frac{2}{3}\pi+\theta\right)}}{2j} e^{-j\frac{2}{3}\pi} = V\dfrac{e^{j\theta} - e^{-j\left(2\omega t+\frac{4}{3}\pi+\theta\right)}}{2j}
\end{cases}
$$

  - 各相電圧の位相遅れの部分を分離してまとめる

$$
v_a'' + v_b'' + v_c'' = \frac{3}{2j} e^{j\theta}
$$

時不変成分のみ残る複素ベクトル

三相平衡電力回路

- 理想的な三相平衡時の回路状態

Y結線された三相平衡回路の絵

  - 各相の電圧・電流は他相に影響を及ぼさない

– 各相の電流

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{V}_a \big/ \dot{Z}_a = Ve^{j\theta} \big/ \dot{Z} \\ \dot{I}_b = \dot{V}_b \big/ \dot{Z}_b = Ve^{j\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right)} \big/ \dot{Z} \\ \dot{I}_c = \dot{V}_c \big/ \dot{Z}_c = Ve^{j\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)} \big/ \dot{Z} \end{cases}$$

  - 足したら0 → 中性線電流が0
  - 各相の電圧・電流は位相が異なるだけで同じ

三相まとめた（代表した）一相で表現可能

三相電力回路

- 実際の送電線
  - 相間の相互作用や不平衡を考慮する場合
  - 三相交流送電線の絵
  - 送電線のLを求める
    - a相線路の自己インダクタンス
      - 帰路a’相（鏡像）とした往路のインダクタンス

$$L_{aa-e} = 0.46\log_{10}\frac{h_a + H_a}{r} + 0.05[\mathrm{mH/km}]$$

      - 大地の示す復路（鏡像）のインダクタンス

$$L_{a'a'-e} = 0.46\log_{10}\frac{h_a + H_a}{H_a} + 0.05[\mathrm{mH/km}]$$

$$L_{aa} = L_{aa-e} + L_{a'a'-e} \cong 0.46\log_{10}\frac{h_a + H_a}{r} + 0.1[\mathrm{mH/km}]$$

他相の自己インダクタンスも同様 $L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$

三相電力回路

- 実際の送電線
  - 送電線のLを求める
    - ab相間の相互インダクタンス
      - ab相間の作用インダクタンス

$$L_{ab-ba} = 0.46\log_{10}\frac{h_{ab\,a}}{r} + 0.05[\text{mH/km}]$$

      - ab相間の相互インダクタンス

$$L_{ab} = L_{aa} - L_{ab-ba} = 0.46\log_{10}\frac{h_a + H_a}{h_{ab}} + 0.05[\text{mH/km}]$$

$$L_{ba} = L_{bb} - L_{ab-ba} = 0.46\log_{10}\frac{h_b + H_b}{h_{ab}} + 0.05[\text{mH/km}]$$

$$L_{ab} \cong L_{ba}$$

$$L_{ab} \cong L_{bc} \cong L_{ca}$$

他相の相互インダクタンスも同様

三相電力回路

- 三相一回線送電線の回路
  - 回路図
  - 回路方程式

$$\begin{cases} V_{1a} - V_{2a} = (R_a + j\omega L_{aa})I_a + j\omega L_{ab}I_b + j\omega L_{ac}I_c \\ V_{1b} - V_{2b} = (R_b + j\omega L_{bb})I_b + j\omega L_{ab}I_a + j\omega L_{bc}I_c \\ V_{1c} - V_{2c} = (R_c + j\omega L_{cc})I_c + j\omega L_{ca}I_a + j\omega L_{bc}I_b \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

三相電力回路

- 三相一回線送電線の回路
  – インピーダンス表示

$$V_1 = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} \qquad V_2 = \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} \qquad I_a = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix}$$

$$V_1 - V_2 = ZI$$

三相電力回路

- 架空地線を含む三相一回線送電線の回路
  – 回路図
  – 回路方程式

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \\ V_{1gw} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \\ V_{2gw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{agw} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bgw} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cgw} \\ Z_{gwa} & Z_{gwb} & Z_{gwc} & Z_{gwgw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_{gw} \end{bmatrix}$$

$V_{1gw} = V_{2gw} = 0$ より

$$I_{gw} = -\frac{Z_{gwa} I_a + Z_{gwb} I_b + Z_{gwc} I_c}{Z_{gwgw}}$$

三相電力回路

- 架空地線を含む三相一回線送電線の回路
  - 回路方程式

$$
\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{agw} \\ Z_{bgw} \\ Z_{cgw} \end{bmatrix} I_{gw}
$$

$$
= \begin{bmatrix} Z_{aa} - \frac{Z_{agw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{ab} - \frac{Z_{agw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{ac} - \frac{Z_{agw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \\ Z_{ba} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{bb} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{bc} - \frac{Z_{bgw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \\ Z_{ca} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwa}}{Z_{gwgw}} & Z_{cb} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwb}}{Z_{gwgw}} & Z_{cc} - \frac{Z_{cgw}Z_{gwc}}{Z_{gwgw}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} Z_{aa}' & Z_{ab}' & Z_{ac}' \\ Z_{ba}' & Z_{bb}' & Z_{bc}' \\ Z_{ca}' & Z_{cb}' & Z_{cc}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}
$$

三相電力回路

- 三相電力回路の特徴
  - 三相のインピーダンスは右式で表される。
    - 相間の相互インダクタンスを考慮する必要が有る場合は複雑
    - 不平衡となる場合はさらに複雑
    - 力技で解けないこともないが・・・
      - 楽したい

$$
\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}
$$

  - 三相平衡の特徴が利用できないか？
    - 変数変換でなんとかしてみよう！
      - そんなに都合のよい変数変換法ってあるんかいな

対称座標法

- 三相電力回路のための変数変換法
  - 逆変換できるような変換法である必要がある
    - 対称座標法
      - 複素数変換
      - 正相, 逆相, 零相に変換
    - クラーク座標法
      - 実数変換
      - α-β-0成分に変換する
    - パーク変換法
      - d-q-0成分に変換する
        - » Direct axis（直軸）成分
        - » Quadrature axis（横軸）成分
        - » 0軸成分
      - 回転座標変換
        - » 回転機の解析に使用

対称座標法

- 定義
  - 三相交流電圧・電流に対して次式で定義される
    - 零相 $\dot{V}_0 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right]$ $\qquad \dot{I}_0 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c\right]$
    - 正相 $\dot{V}_1 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_b + \alpha^2\dot{V}_c\right]$ $\qquad \dot{I}_1 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c\right]$
    - 逆相 $\dot{V}_2 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_b + \alpha\dot{V}_c\right]$ $\qquad \dot{I}_2 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c\right]$

但し $\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ 回転を表す。 $\alpha^3 = e^{j2\pi} = 1$ 1回転

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 1 + e^{j\frac{2}{3}\pi} + e^{j\frac{4}{3}\pi} = 0$$

対称座標法

- 対称座標変換の行列表示

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\ \dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\ \dot{V}_b\\ \dot{V}_c\end{bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix}$$

- 対象座標成分から相座標成分への逆変換

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\ \dot{V}_b\\ \dot{V}_c\end{bmatrix}=3\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\ \dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\ \dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}$$

電流も同様

検算 $$\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{bmatrix}$$

対称座標法

- 各変換の意味
  - 対称座標変換　ベクトルの絵
    - 零相 $\dot{V}_a+\dot{V}_b+\dot{V}_c=3\dot{V}_0$
      - 三相各相成分の和の1/3
      - 各相に共通に含まれる成分
    - 正相 $\dot{V}_a+\alpha\dot{V}_b+\alpha^2\dot{V}_c=3\dot{V}_1$
      - 基準としたa相に対して，b,c相の遅れを補償した和の1/3
      - 定常状態では，反時計回りの成分のみになる
    - 逆相 $\dot{V}_a+\alpha^2\dot{V}_b+\alpha\dot{V}_c=3\dot{V}_2$
      - 基準としたa相に対して，b,c相の遅れをさらに追加した和の1/3
      - 定常状態では，時計回りの成分のみになる

対称座標法

- 各逆変換の意味
  - 対称座標逆変換　ベクトルの絵
    - a相
      $$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$
      - 基準相
      - 各相に共通に含まれる成分，正相，逆相の和
    - b相 $\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2$
      - a相に対してπ2/3遅れた正相成分，π2/3進んだ逆相成分と共通成分の和（反時計回りを正回転）
    - c相
      $$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2$$
      - a相に対してπ4/3遅れた正相成分，π4/3進んだ逆相成分と共通成分の和（反時計回りを正回転）

対称座標法

- 三相平衡の場合の各値
  - 各相の電圧・電流
    - 同一振幅
    - B相の位相はa相のπ2/3遅れ
    - C相の位相はb相のπ2/3遅れ

$$\begin{cases} \dot{V}_a = Ve^{j\theta} \\ \dot{V}_b = \dot{V}_a e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha^2 \dot{V}_a \\ \dot{V}_c = \dot{V}_b e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha \dot{V}_a \end{cases}$$

  - 各対称成分は
    - 零相

$$\dot{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_a + \alpha \dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^2 + \alpha\right] = 0$$

    - 正相

$$\dot{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha \dot{V}_b + \alpha^2 \dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^3 \dot{V}_a + \alpha^3 \dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^3 + \alpha^3\right] = \dot{V}_a$$

    - 逆相

$$\dot{V}_2 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_b + \alpha \dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^4 \dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^1 + \alpha^2\right] = 0$$

対称座標法

- 対称座標法で三相交流電圧・電流をスカラーで扱ったらどうなるか？

$$\begin{cases} v_a = V\sin(\omega t+\theta) = V\frac{e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j} \\ v_b = V\sin\left(\omega t+\theta-\frac{2}{3}\pi\right) = V\frac{e^{j\left(\omega t+\theta-\frac{2}{3}\pi\right)}-e^{-j\left(\omega t+\theta-\frac{2}{3}\pi\right)}}{2j} = V\frac{\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j} \\ v_c = V\sin\left(\omega t+\theta+\frac{2}{3}\pi\right) = V\frac{e^{j\left(\omega t+\theta+\frac{2}{3}\pi\right)}-e^{-j\left(\omega t+\theta+\frac{2}{3}\pi\right)}}{2j} = V\frac{\alpha e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= \tfrac{1}{3}\left[v_a+v_b+v_c\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[V\tfrac{e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+V\tfrac{\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+V\tfrac{\alpha e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[\left(1+\alpha^2+\alpha\right)e^{j(\omega t+\theta)}-\left(1+\alpha+\alpha^2\right)e^{-j(\omega t+\theta)}\right]=0 \end{aligned}$$

対称座標法

- 対称座標法で三相交流電圧・電流をスカラーで扱ったらどうなるか？

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a+\alpha\dot{V}_b+\alpha^2\dot{V}_c\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[V\tfrac{e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+\alpha V\tfrac{\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+\alpha^2 V\tfrac{\alpha e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha^3 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha^3 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^4 e^{-j(\omega t+\theta)}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[\left(1+\alpha^3+\alpha^3\right)e^{j(\omega t+\theta)}-\left(1+\alpha^2+\alpha\right)e^{-j(\omega t+\theta)}\right]=\tfrac{V}{2j}e^{j(\omega t+\theta)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a+\alpha^2\dot{V}_b+\alpha\dot{V}_c\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[V\tfrac{e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+\alpha^2 V\tfrac{\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}+\alpha V\tfrac{\alpha e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^2 e^{-j(\omega t+\theta)}}{2j}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[e^{j(\omega t+\theta)}-e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha^4 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^3 e^{-j(\omega t+\theta)}+\alpha^2 e^{j(\omega t+\theta)}-\alpha^3 e^{-j(\omega t+\theta)}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\tfrac{V}{2j}\left[\left(1+\alpha^4+\alpha^2\right)e^{j(\omega t+\theta)}-\left(1+\alpha^3+\alpha^3\right)e^{-j(\omega t+\theta)}\right]=-\tfrac{V}{2j}e^{-j(\omega t+\theta)} \end{aligned}$$

正相分だけでなく，逆相成分もあらわれる。
→　電圧・電流はベクトルで表す必要がある。