

電力回路

(舟木担当分)

第5回 クラーク座標法 故障計算

平成17年6月27日月曜日 5限目

電力回路授業構成

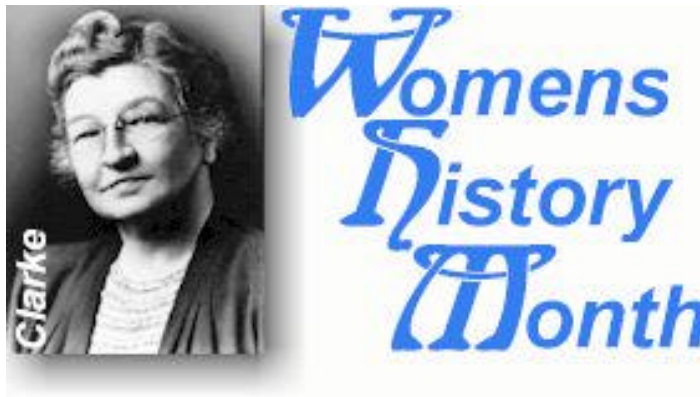
- 電力システムにおける回路の取り扱い (2回)
 - 電力回路の位置づけ
 - 回路解析の基礎
 - 交流回路解析
 - 多相回路
- 対称座標法 (2回)
 - 三相回路と対称回路
- 故障計算 (1.5回)
 - 故障の種類
 - 故障回路の対称座標変換
- クラーク座標法 (0.5回)

クラーク座標法

α - β - 0変換

- 対称座標法
 - 零, 正, 逆相
 - 変換に複素ベクトルを用いる
 - 交流回路 (単一周波数) 解析に適している
 - 実波形への適用が煩雑
 - 実波形を複素回転ベクトルに変換する必要あり
- クラーク座標法
 - α , β , 0成分
 - 変換は実数で行なう
 - 状態変数 (電圧・電流等) は実数でも複素数でも可
 - 実波形の変換が簡単
 - 過渡解析への適用が容易

クラーク座標法 $\alpha - \beta - 0$ 変換



http://www.ieee.org/organizations/history_center/clarke.html

Edith Clarke (1883-1959)

Clarke was a woman who attained many firsts during her lifetime:

- first woman to earn an Electrical Engineering graduate degree from the Massachusetts Institute of Technology
- first woman to present a technical paper before the American Institute of Electrical Engineers (AIEE), a predecessor society of the IEEE
- first woman to teach at the University of Texas-Austin's engineering department
- first woman to be elected as a Fellow of the AIEE

- “Determination of Voltage and Currents During Unbalanced Faults” GE Review 1987
- “Overvoltages Caused by Unbalanced Short Circuits” AIEE Trans. Vol.57, 1938

クラーク座標法による α - β - 0 変換

- 変換式

- 順変換

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

- 逆変換

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_0 \end{bmatrix}$$

- 変換行列は実数行列

- V_a, V_b, V_c が実数なら V_α, V_β, V_0 も実数
 - V_a, V_b, V_c が複素数なら V_α, V_β, V_0 も複素数

状態変数が実数・複素ベクトルどちらにも対応可能

クラーク座標法による α - β - 0 変換

- 変換式の確認
 - 順変換式と逆変換式の積

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1+1+1 & \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} & 2-1-1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} + \frac{3}{2} & \sqrt{3} - \sqrt{3} \\ 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} & 1+1+1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ちゃんと単位行列になっている

クラーク座標法による α - β - 0 変換

- 変換式の意味
$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}$$
 - 各成分
 - α 相成分
 - A相に含まれる成分の-1/2がB,C相に分配される
 - » A相に α 成分が注入され, B,C相から半分ずつ帰って来る
 - β 相成分
 - B相に $\sqrt{3}/2$ 倍が注入され, C相から帰ってくる
 - 0相成分
 - A, B, C相各相に均等に流れる, 大地から帰ってくる
 - 対称座標法の零相と同じ定義

クラーク座標法

- 実数表示した三相交流電圧の変換
 - 直流($k=0$)
 - 基本波($k=1$)
 - 高調波($k>1$)

$$\left\{ \begin{array}{l} v_a = \sum_{k=0}^n V_{ak} \sin(k\omega t + q_{ak}) \\ v_b = \sum_{k=0}^n V_{bk} \sin(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) \\ v_c = \sum_{k=0}^n V_{ck} \sin(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \end{array} \right.$$

対称座標法とクラーク座標法の比較

- 変換量の比較
 - 実数表示
 - クラーク座標法

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^n V_{ak} \sin(k\omega t + q_{ak}) \\ \sum_{k=0}^n V_{bk} \sin(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) \\ \sum_{k=0}^n V_{ck} \sin(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \sum_{k=0}^n V_{ak} \sin(k\omega t + q_{ak}) - \sum_{k=0}^n V_{bk} \sin(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) - \sum_{k=0}^n V_{ck} \sin(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \\ \sqrt{3} \left\{ \sum_{k=0}^n V_{bk} \sin(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) - \sum_{k=0}^n V_{ck} \sin(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \right\} \\ \sum_{k=0}^n V_{ak} \sin(k\omega t + q_{ak}) + \sum_{k=0}^n V_{bk} \sin(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) + \sum_{k=0}^n V_{ck} \sin(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

クラーク座標法による α - β - 0 変換

- 三相平衡な電圧 (実値) を変換してみる

$$\begin{cases} v_a = V \sin \omega t \\ v_b = V \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ v_c = V \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{cases} \quad \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

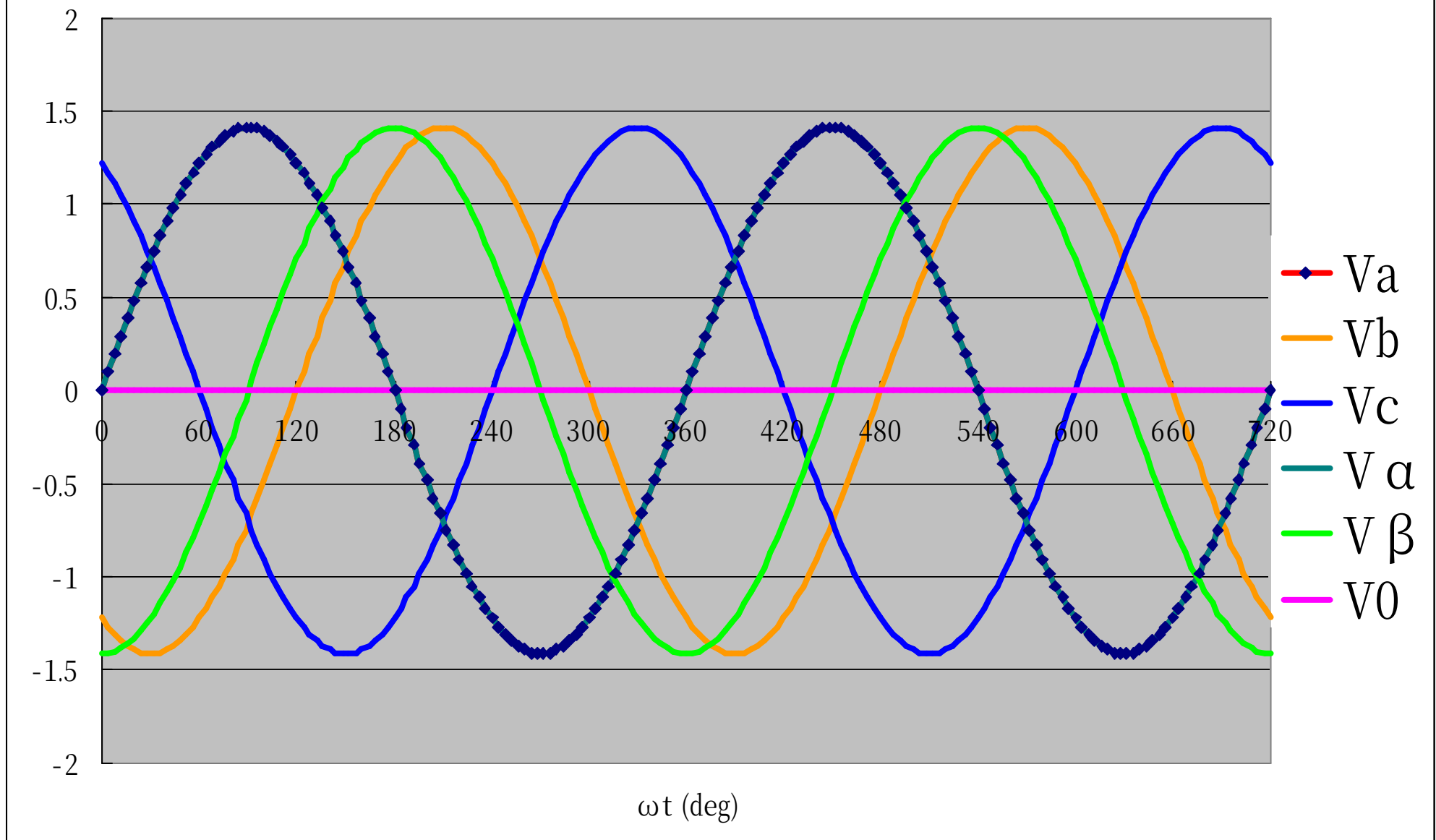
$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \sin \omega t \\ V \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ V \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{bmatrix} = \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \\ \sqrt{3} \{ \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \} \\ \sin \omega t + \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) + \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p + \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p \\ \sqrt{3} \{ \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p - \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p \} \\ \sin \omega t + \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p - \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p + \sin \omega t \cos \frac{2}{3}p + \cos \omega t \sin \frac{2}{3}p \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V}{3} \begin{bmatrix} 2 \sin \omega t - \sin \omega t(-\frac{1}{2}) - \sin \omega t(-\frac{1}{2}) \\ \sqrt{3} \{ -\cos \omega t(\frac{\sqrt{3}}{2}) - \cos \omega t(\frac{\sqrt{3}}{2}) \} \\ \sin \omega t + \sin \omega t(-\frac{1}{2}) + \sin \omega t(-\frac{1}{2}) \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ -\cos \omega t \\ 0 \end{bmatrix} \quad \leftarrow \beta \text{ は } \alpha \text{ の } 90 \text{ 度遅れ}$$

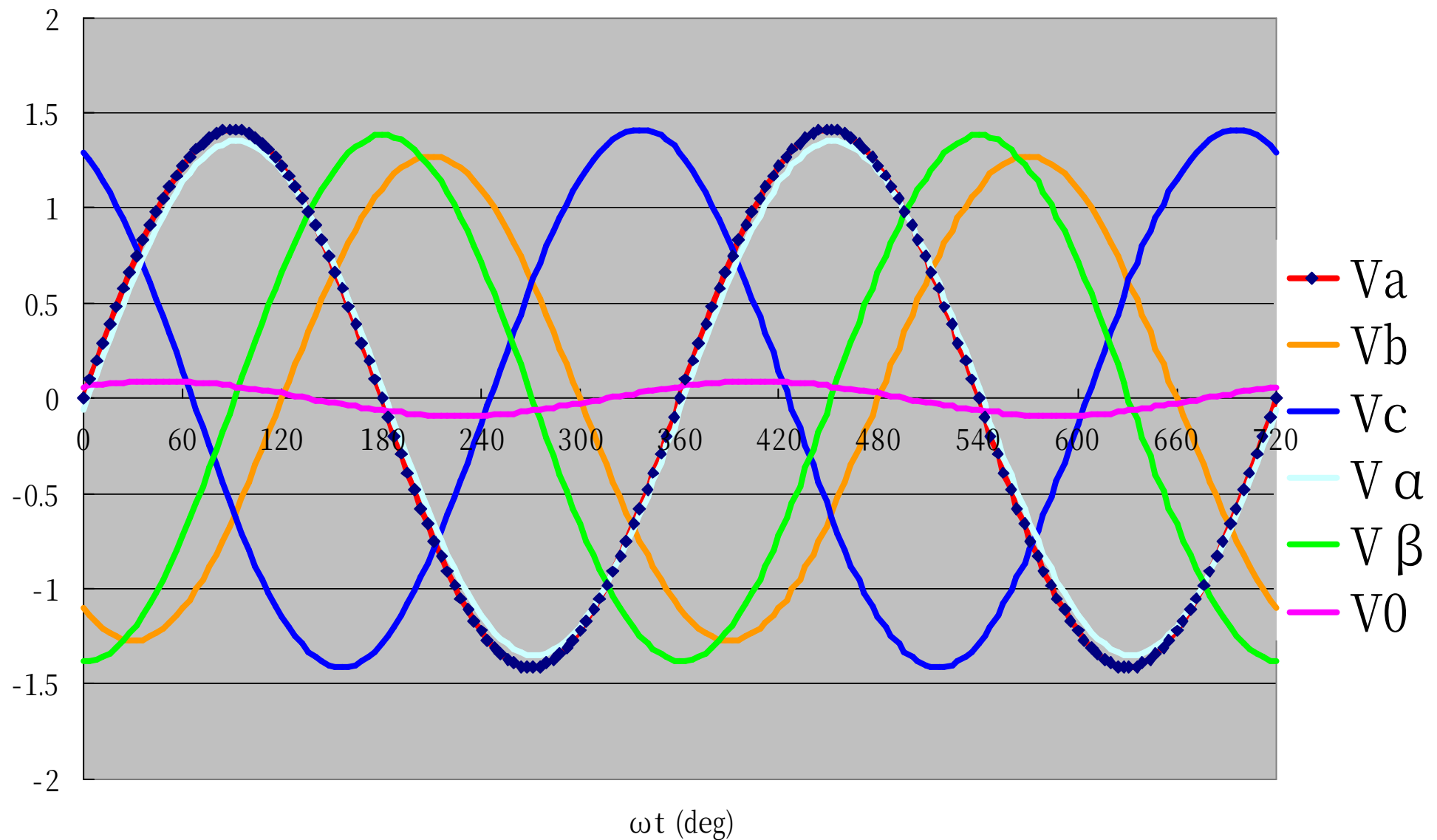
クラーク座標変換 (α β 変換)

三相平衡



クラーク座標変換 (α β 変換)

力率1三相不平衡



対称座標法とクラーク座標法の比較

- 変換量の比較
 - 三相交流電圧の複素ベクトル表示
 - 直流($k=0$)
 - 基本波($k=1$)
 - 高調波($k>1$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_a = \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) \\ \dot{V}_b = \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk} - \frac{2}{3}p) \\ \dot{V}_c = \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck} + \frac{2}{3}p) \end{array} \right.$$

対称座標法とクラーク座標法の比較

- 変換量の比較
 - 複素ベクトル表示
 - 対称座標法

$$\text{但し } a = \exp(j \frac{2}{3} p)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) \\ \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 \\ \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) + \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 + \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \\ \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) + \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) + \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) \\ \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) + \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a + \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

対称座標法とクラーク座標法の比較

- 変換量の比較
 - 複素ベクトル表示
 - クラーク座標法

但し $a = \exp(j \frac{2}{3} p)$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) \\ \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 \\ \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) - \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 - \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \\ \sqrt{3} \left\{ \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 - \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \right\} \\ \sum_{k=0}^n V_{ak} \exp j(k\omega t + q_{ak}) + \sum_{k=0}^n V_{bk} \exp j(k\omega t + q_{bk}) a^2 + \sum_{k=0}^n V_{ck} \exp j(k\omega t + q_{ck}) a \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

クラーク座標法による α - β -0変換

- 三相平衡な電圧 (複素ベクトル) を変換してみる

$$\begin{cases} \dot{V}_a = V \exp j\omega t \\ \dot{V}_b = V \exp j(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ \dot{V}_c = V \exp j(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \exp j\omega t \\ V \exp j(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ V \exp j(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{bmatrix} = \frac{V \exp j\omega t}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V \exp j\omega t}{3} \begin{bmatrix} 2 - a^2 - a \\ \sqrt{3}\{a^2 - a\} \\ 1 + a^2 + a \end{bmatrix} = \frac{V \exp j\omega t}{3} \begin{bmatrix} 3 \\ \sqrt{3}\{-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{V \exp j\omega t}{3} \begin{bmatrix} 3 \\ j3 \\ 0 \end{bmatrix} = V \exp j\omega t \begin{bmatrix} 1 \\ j \\ 0 \end{bmatrix} \quad \leftarrow \beta \text{ は } \alpha \text{ の } 90^\circ \text{ 遅れ}$$

対称座標法とクラーク座標法の比較

- 対称座標 $\Leftrightarrow$ クラーク座標変換

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & j\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -j\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 = \frac{1}{2}(\dot{V}_a + j\dot{V}_b) \\ \dot{V}_2 = \frac{1}{2}(\dot{V}_a - j\dot{V}_b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = \dot{V}_0 \\ \dot{V}_a = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V}_b = -j(\dot{V}_1 - \dot{V}_2) \end{cases}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

- 相座標のインピーダンス

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

- クラーク座標のインピーダンス

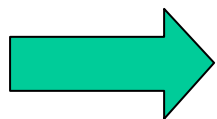
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

クラーク座標におけるインピーダンス

- クラーク座標のインピーダンス

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix}$$



対称座標
と同じ形

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 一回線架空送電線

- 相座標

- 架空線の性質

$$\begin{cases} \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc} \equiv \dot{Z}_s \\ \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac} \equiv \dot{Z}_m \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{sa} \\ \dot{V}_{sb} \\ \dot{V}_{sc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_{ra} \\ \dot{V}_{rb} \\ \dot{V}_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

- 対称座標

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{s0} \\ \dot{V}_{s1} \\ \dot{V}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_{r0} \\ \dot{V}_{r1} \\ \dot{V}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 同期発電機

- 相座標

- 内部インピーダンス $\begin{cases} \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc} \equiv \dot{Z}_s \\ \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac} \equiv \dot{Z}_m \end{cases}$
- 起電力は三相平衡
- 接地インピーダンス $\dot{Z}_n$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{ta} \\ \dot{V}_{tb} \\ \dot{V}_{tc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E} \\ a^2 \dot{E} \\ a \dot{E} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \end{bmatrix}$$

- 対称座標

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{t0} \\ \dot{V}_{t1} \\ \dot{V}_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m - 3\dot{Z}_n & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{Z}_n (-\dot{I}_a - \dot{I}_b - \dot{I}_c) \\ &= -3\dot{Z}_n \dot{I}_0 \end{aligned}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス
 - 同期発電機
 - 対称座標

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m - 3\dot{Z}_n \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \quad \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

$$\begin{cases} \dot{V}_{t0} = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 \\ \dot{V}_{t1} = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\ \dot{V}_{t2} = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 変圧器

- 単相2巻線変圧器

- インピーダンス

- » 漏れインピーダンス

- » 励磁インピーダンスは無視

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_p \\ \dot{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_p \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_p n_p + \dot{I}_s n_s = 0$$

$\dot{Z}_{pp}, \dot{Z}_{ss}$ 1次, 2次巻線の自己インピーダンス

$\dot{Z}_{ps}, \dot{Z}_{sp}$ 1次, 2次巻線間の相互インピーダンス

$$\dot{Z}_{ps} = \dot{Z}_{sp}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 変圧器

- 単相2巻線変圧器

- 単位法を考慮する

- » 容量ベースは各巻線で同じ

- $$VA_{Base} = V_{pBase} I_{pBase} = V_{sBase} I_{sBase}$$

- » 電圧ベースは巻線数に比例

- $$\frac{V_{pBase}}{n_p} = \frac{V_{sBase}}{n_s}$$

- » 電流ベースは巻線数に反比例

- $$I_{pBase} n_p = I_{sBase} n_s$$

- » 単位化した表現

$$\begin{cases} \dot{V}_p = \bar{V}_p V_{pBase} \\ \dot{V}_s = \bar{V}_s V_{sBase} \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{I}_p = \bar{I}_p I_{pBase} = \bar{I}_p \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} \\ \dot{I}_s = \bar{I}_s I_{sBase} = \bar{I}_s \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{cases}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 変圧器

- 単相2巻線変圧器

- 単位法で表す

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_p \\ \dot{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_p \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_p V_{pBase} \\ \bar{V}_s V_{sBase} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{pBase} & 0 \\ 0 & V_{sBase} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} \\ \bar{I}_s \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} & 0 \\ 0 & \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{pBase} & 0 \\ 0 & V_{sBase} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} & 0 \\ 0 & \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{V_{pBase}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} & \dot{Z}_{ps} \\ \dot{Z}_{sp} & \dot{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} & 0 \\ 0 & \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{V_{pBase}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} & \dot{Z}_{ps} \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \\ \dot{Z}_{sp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} & \dot{Z}_{ss} \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}^2} & \dot{Z}_{ps} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase} V_{sBase}} \\ \dot{Z}_{sp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase} V_{sBase}} & \dot{Z}_{ss} \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 変圧器

- 単相2巻線変圧器

- 単位法で表す

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{pp} & \bar{Z}_{ps} \\ \bar{Z}_{sp} & \bar{Z}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bar{Z}_{pp} & \bar{Z}_{ps} \\ \bar{Z}_{sp} & \bar{Z}_{ss} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \dot{Z}_{pp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}^2} & \dot{Z}_{ps} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}V_{sBase}} \\ \dot{Z}_{sp} \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}V_{sBase}} & \dot{Z}_{ss} \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}^2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{Z}_{ps} = \bar{Z}_{sp}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_p n_p + \dot{I}_s n_s &= \bar{I}_p \frac{VA_{Base}}{V_{pBase}} n_p + \bar{I}_s \frac{VA_{Base}}{V_{sBase}} n_s \quad \swarrow \quad \frac{V_{pBase}}{n_p} = \frac{V_{sBase}}{n_s} \\ &= VA_{Base} \left[\bar{I}_p \frac{n_p}{V_{pBase}} + \bar{I}_s \frac{n_s}{V_{sBase}} \right] = \frac{VA_{Base} n_p}{V_{pBase}} [\bar{I}_p + \bar{I}_s] = 0 \end{aligned}$$

$$\bar{I}_p + \bar{I}_s = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{V}_p - \bar{V}_s = (\bar{Z}_{pp} - \bar{Z}_{ps} - \bar{Z}_{sp} + \bar{Z}_{ss}) \bar{I}_p = (\bar{Z}_{pp} + \bar{Z}_{ss} - 2\bar{Z}_{sp}) \bar{I}_p$$

対称座標による故障計算

- 機器 設備)のインピーダンス

- 変圧器

- 三相回路の単位法

 (三相電力, 線間電圧ベースで表す)

 – 容量ベース (三相, 单相, 相, 線間)

$$VA_{3fBase} = 3VA_{1fBase} = 3V_{PhBase} I_{PhBase} = 3V_{llBase} I_{llBase} = \sqrt{3}V_{llBase} I_{PhBase}$$

 – 電圧ベース (相, 線間)

$$V_{llBase} = \sqrt{3}V_{PhBase}$$

 – 電流ベース (相, 線間?)

$$\sqrt{3}I_{llBase} = I_{PhBase} \quad I_{PhBase} = \frac{VA_{1fBase}}{V_{PhBase}} = \frac{VA_{3fBase}}{\sqrt{3}V_{llBase}}$$

 – インピーダンスベース

$$Z_{PhBase} = \frac{V_{PhBase}}{I_{PhBase}} = \frac{V_{llBase}^2}{VA_{3fBase}}$$

$$Z_{llBase} = \frac{V_{llBase}}{I_{llBase}} = \frac{3V_{llBase}^2}{VA_{3fBase}}$$