パワーエレトクロニクス

（舟木担当分）

第二回

続ダイオード整流回路

- 全波整流回路
- 倍電圧整流回路

平成17年6月6日月曜日　3限目

単相半波整流回路

- 容量負荷の補足
  - リップル（脈動）成分を求める
    - 直流出力電圧最大値　$e_{d-\max} = \sqrt{2}V$
    - 直流出力電圧最小値　$e_{d-\min} = \sqrt{2}V \sin\theta_{on}$
    - 電圧脈動幅　$\Delta V = e_{d-\max} - e_{d-\min} = \sqrt{2}V - \sqrt{2}V \sin\theta_{on}$

$$= \sqrt{2}V\left(1 - \sin\theta_{on}\right)$$

    - 仮定により簡略化し, 脈動幅を求める
      - 仮定　平滑コンデンサ容量が十分大きい　$\theta_{off} \cong \frac{\pi}{2}$

ちょっと苦しいけど $\theta_{on} \cong \frac{\pi}{2}$

$$\sin\theta_{on} = \sin\theta_{off}\, e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \theta_{on} - \theta_{off}\right)} = \sin\frac{\pi}{2}\, e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} = e^{-\frac{2\pi}{R\omega C}}$$

  - 電圧脈動幅　$\Delta V = \sqrt{2}V\left(1 - \sin\theta_{on}\right) = \sqrt{2}V\left(1 - e^{-\frac{2\pi}{R\omega C}}\right)$
    - » RC大で脈動が小さくなる

$$e^{-\frac{2\pi}{R\omega C}} \cong 1 - \frac{2\pi}{R\omega C} \quad \Longrightarrow \quad \Delta V \cong \sqrt{2}V\frac{2\pi}{R\omega C}$$

単相半波整流回路

- 容量負荷の補足
  - ダイオード電流ピーク値を求める
    - 整流回路は容量負荷にパルス状の電流を流す
      - ダイオード電流

$$i_d = i_R + i_c = \frac{e_d}{R} + C\frac{d}{dt}e_d = \tfrac{1}{R}\sqrt{2}V\sin wt + Cw\sqrt{2}V\cos wt$$

» 導通期間が小さい場合
T=π/2付近

$$i_d \cong \tfrac{1}{R}\sqrt{2}V + Cw\sqrt{2}V\cos wt$$

      - ダイオードの導通期間Δtを求める

$$\sqrt{2}V\sin\left(\tfrac{p}{2} - w\Delta t\right) = \sqrt{2}V\cos w\Delta t = \sqrt{2}V - \Delta V \cong \sqrt{2}V\left(1 - \tfrac{2p}{RwC}\right)$$

$$\cos w\Delta t \cong 1 - \tfrac{2p}{RwC}$$

$$\cos x \cong 1 - \tfrac{1}{2}x^2 \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{1}{2}(w\Delta t)^2 \cong 1 - \frac{2p}{RwC} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \cong 2\sqrt{\tfrac{p}{Rw^3C}}$$

単相半波整流回路

- 容量負荷の補足
  - ダイオード電流を求める
    - ダイオード平均電流　i_{c-ave}
      - 平滑コンデンサへの充電電荷

$$Q_{charge} = C\Delta V = i_{c-ave}\Delta t$$

$$i_{c-ave} = C\frac{\Delta V}{\Delta t} = C\frac{\sqrt{2}V\frac{2p}{RwC}}{2\sqrt{\frac{p}{Rw^3C}}} = V\sqrt{\frac{2pwC}{R}}$$

      - ダイオードピーク電流

$$\begin{aligned} i_{d-\max} &= i_d\left(\tfrac{p}{2} - \Delta t\right) = Cw\sqrt{2}V\cos w\Delta t + \tfrac{\sqrt{2}V}{R} \\ &= Cw\sqrt{2}V\left(1 - \tfrac{2p}{RwC}\right) + \tfrac{\sqrt{2}V}{R} \\ &= \sqrt{2}V\left(wC - \tfrac{2p}{R} + \tfrac{1}{R}\right) \end{aligned}$$

    - Cが大きいと電流が大きくなる

単相半波整流回路の応用

- 二相半波整流回路
  - 回路図
  - 変圧器のセンタータップを用いて，単相半波整流回路を並列接続
    - 高調波低減
    - 変圧器の利用率低
    - 整流素子の必要耐圧が大
  - 電圧電流波形の図

波形は全波整流回路と同様になるので，後で説明

単相全波整流回路

- 交流の正負両半サイクルを利用
- 回路形状からHブリッジと呼ばれる
  - 抵抗負荷
    - 出力直流電圧を求める
      - 電源電圧 $v = \sqrt{2}V \sin wt$
      - 直流出力電圧e_dの平均値E_dは？

•回路図
•電圧・電流波形の図

$$E_d = \frac{1}{2p}\int_0^{2p} e_d dwt = \frac{1}{2p}\left[\int_0^{p} vdwt + \int_p^{2p} -vdwt\right]$$

$$= \frac{2}{2p}\int_0^{p} \sqrt{2}V \sin wtdwt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{p}\left[-\cos wt\right]_0^p = \frac{\sqrt{2}V}{p}\left[1+1\right]$$

$$\therefore E_d = \frac{2\sqrt{2}V}{p}$$

半波整流回路の
2倍電圧

単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 出力電圧波形に含まれる高調波
    - 出力電圧e_dのフーリエ級数展開

0ではない
（半波整流との相違）

$$
\begin{aligned}
E_{dk} &= \frac{1}{2p}\int_0^{2p} e_d e^{-jkwt} dwt \\
&= \frac{1}{2p}\left[\int_0^{p} ve^{-jkwt} dwt + \int_p^{2p} -ve^{-jkwt} dwt\right] \\
&= \frac{\sqrt{2}V}{p}\left[\int_0^{p} \sin wte^{-jkwt} dwt - \int_p^{2p} \sin wte^{-jkwt} dwt\right] \\
&= \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\int_{0,2p}^{p,p} \left[e^{j(1-k)wt} - e^{-j(1+k)wt}\right] dwt
\end{aligned}
$$

単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 出力電圧波形に含まれる高調波
    - 出力電圧e_dのフーリェ級数展開

$k \neq \pm 1$

$$E_{dk} = \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\left[\frac{e^{j(1-k)wt}}{j(1-k)} + \frac{e^{-j(1+k)wt}}{j(1+k)} e^{-j(1+k)wt}\right]_{0,2p}^{p,p}$$

$k = 1$

$$E_{dk} = \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\int_{0,2p}^{p,p}\left[1 - e^{-j2wt}\right]dwt$$

$$= \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\left[wt + \frac{1}{j2}e^{-j2wt}\right]_{0,2p}^{p,p} = 0$$

$k = -1$

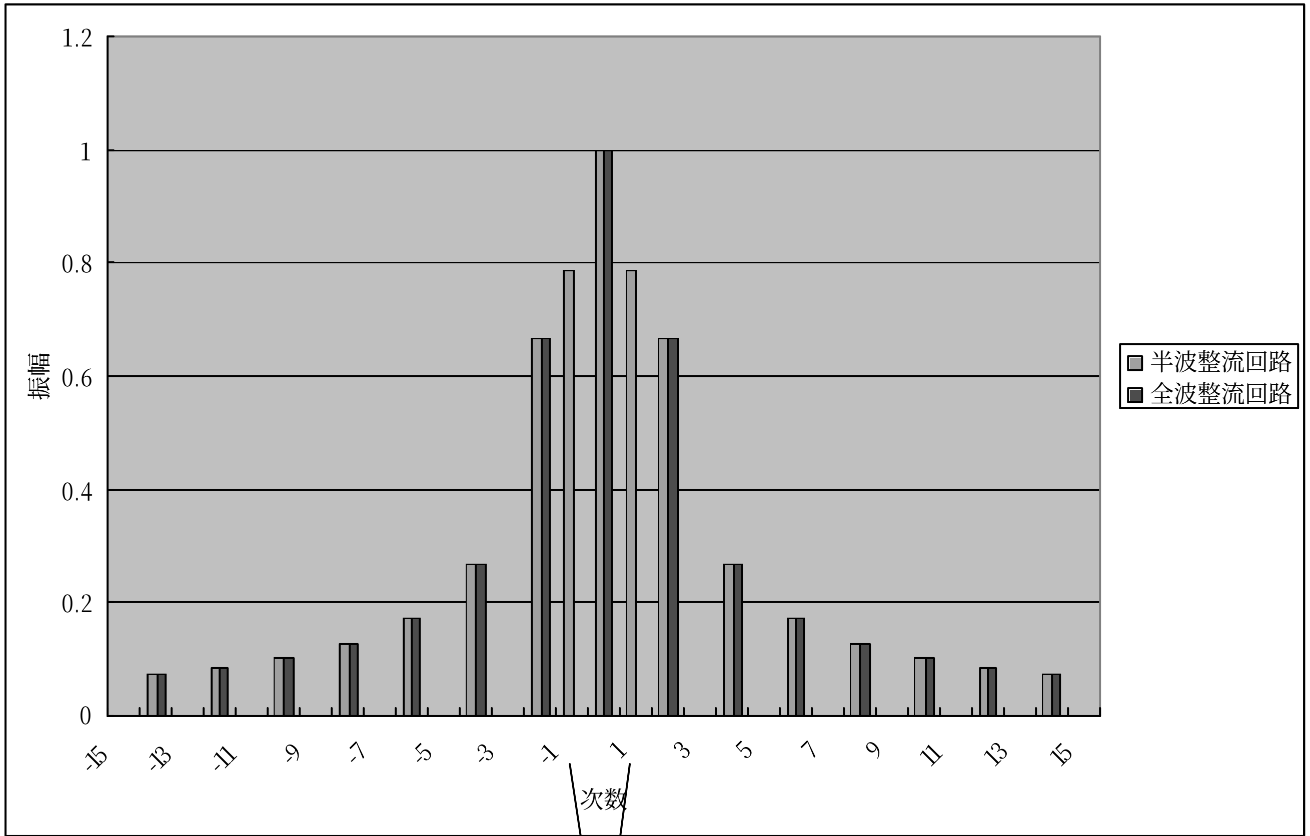
$$E_{dk} = \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\int_{0,2p}^{p,p}\left[e^{j2wt} - 1\right]dwt$$

$$= \frac{V}{j2\sqrt{2}p}\left[\frac{1}{j2}e^{j2wt} - wt\right]_{0,2p}^{p,p} = 0$$

0になる
（半波整流との違い）

単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 出力電圧波形に含まれる高調波
    - 出力電圧e_dのフーリェ級数展開



但し, 平均直流電圧を1として規格化

全波整流回路では±1次の成分が抑制された

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電容

$$v = \sqrt{2}V \sin wt$$

    - 全波整流時の導通角　360度
      - 半波整流時の導通角　> 180度
    - 周期定常状態を求めてみよう
      - ダイオードは順方向バイアス電圧印加で導通（点弧）（後の講義で行うサイリスタの場合点弧制御可能）
        - D1, D1'導通時（0≦ωt ≦π, v≧0）

$$e_d = L\frac{d}{dt}i_d + Ri_d = v$$

        - D2, D2'導通時（π≦ωt ≦2π, v≦0）

$$e_d = L\frac{d}{dt}i_d + Ri_d = -v$$

•回路図

•電圧波形

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 周期定常状態を求めてみよう
      - 解析条件
        - » D1,D1’導通時とD2,D2’導通時は極性が異なる半波対称（直流出力は同極性）

$$e_d(wt) = e_d(wt + p) = e_d(wt + 2p)$$

        - » D1,D1’からD2, D2’への転流時（ωt = π）に電流は連続

$$i_d(0) = i_d(p)$$

      - ラプラス変換を用いて回路方程式を求解する(t=0基準)

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 周期定常状態を求めてみよう

$$v = \sqrt{2}V \sin wt = L \tfrac{d}{dt} i_d + R i_d \qquad v_{t=0} = 0$$

$$\sqrt{2}V \frac{w}{s^2 + w^2} = LsI_d - Li_{d0} + RI_d \qquad i_{dt=0} \neq 0 \text{ 連続導通}$$

$$I_d (Ls + R) = \frac{\sqrt{2}Vw}{s^2 + w^2} + Li_{d0}$$

$$I_d = \sqrt{2}V \frac{w}{s^2 + w^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_{d0}}{Ls + R}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2 L^2} \left(\frac{wL}{s + \frac{R}{L}} - wL \frac{s}{s^2 + w^2} + R \frac{w}{s^2 + w^2} \right) + \frac{i_{d0}}{s + \frac{R}{L}}$$

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 周期定常状態を求めてみよう

$$i_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left(wLe^{-\frac{R}{L}t} - wL\cos wt + R\sin wt\right) + i_{d0}e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos wt\right) + R\sin wt\right] + i_{d0}e^{-\frac{R}{L}t}$$

- 半波対称・電流連続条件

$$i_d(0) = i_{d0} = i_d(p) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(e^{-\frac{R}{L}p} - \cos p\right) + R\sin p\right] + i_{d0}e^{-\frac{R}{L}p}$$

$$i_{d0}\left(1 - e^{-\frac{R}{wL}p}\right) = \frac{\sqrt{2}VwL}{R^2 + w^2L^2}\left(1 + e^{-\frac{R}{wL}p}\right)$$

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 周期定常状態を求めてみよう

– 電流初期値 $i_{d0} = \frac{\sqrt{2}VwL}{R^2 + w^2L^2} \frac{1 + e^{-\frac{R}{wL}p}}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}}$

$$i_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos wt\right) + R\sin wt\right] + \frac{\sqrt{2}VwL}{R^2 + w^2L^2}\frac{1 + e^{-\frac{R}{wL}p}}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}}e^{-\frac{R}{L}t}$$

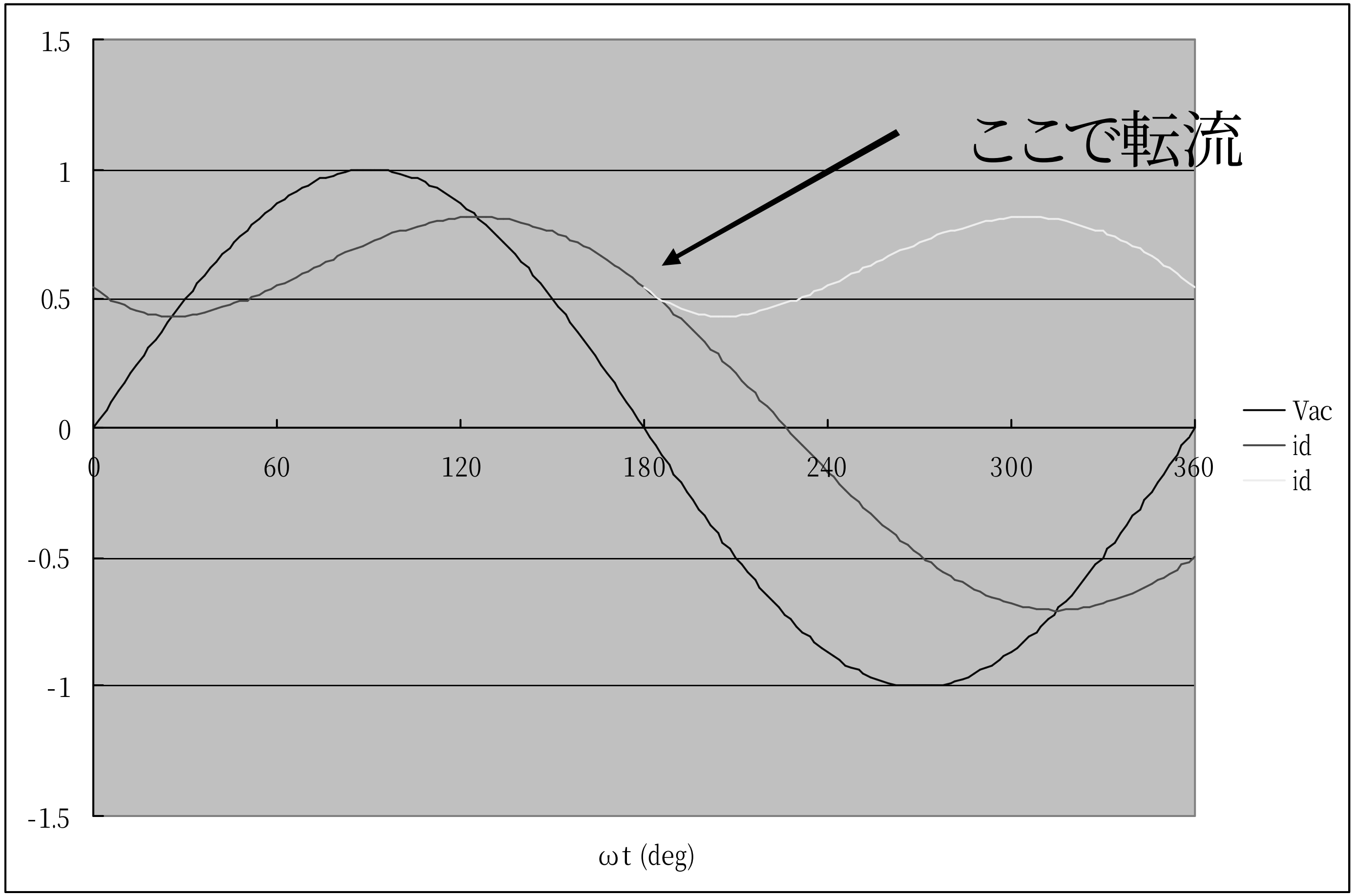
$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(e^{-\frac{R}{L}t}\left\langle 1 + \frac{1 + e^{-\frac{R}{wL}p}}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}}\right\rangle - \cos wt\right) + R\sin wt\right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(\frac{2}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}}e^{-\frac{R}{L}t} - \cos wt\right) + R\sin wt\right]$$

•電流波形

単相全波整流回路

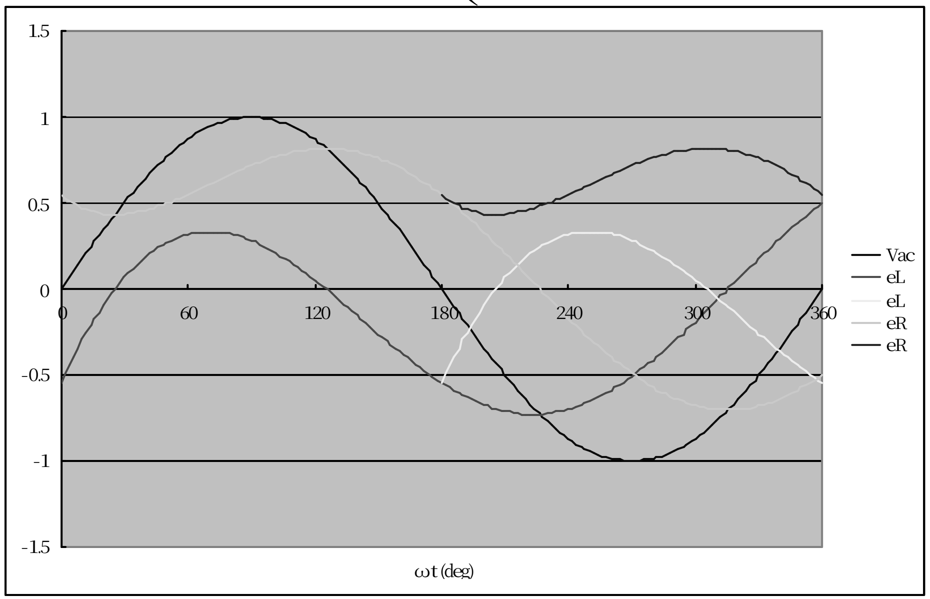
- 誘導負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 出力電流波形



単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 各部の電圧波形を求める
    - 負荷抵抗電圧
      - 電流と相似波形　$e_R = Ri_d$
    - インダクタ電圧

$$e_L = L\frac{d}{dt}i_d = \frac{\sqrt{2}wLV}{R^2 + w^2L^2}\left[-R\left(\frac{2}{1-e^{-\frac{R}{wL}p}}e^{-\frac{R}{L}t} - \cos wt\right) + wL\sin wt\right]$$



単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 直流出力電圧平均値
    - インダクタ電圧
      - 定常状態では，エネルギーの入出力が均衡

$$E_L = \frac{1}{p}\int_0^p e_L\, dwt$$

$$= \frac{1}{p}\frac{\sqrt{2}wLV}{R^2+w^2L^2}\left[-R\left(\frac{2}{1-e^{-\frac{R}{wL}p}}\frac{-wL}{R}e^{-\frac{R}{L}t}-\sin wt\right)-wL\cos wt\right]_0^p$$

$$= \frac{1}{p}\frac{\sqrt{2}wLV}{R^2+w^2L^2}\left[R\left(\frac{2}{1-e^{-\frac{R}{wL}p}}\frac{wL}{R}\left\langle e^{-\frac{R}{wL}p}-1\right\rangle\right)-wL(-1-1)\right]$$

$$= \frac{1}{p}\frac{\sqrt{2}w^2L^2V}{R^2+w^2L^2}\left[-2+2\right]=0$$

単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 直流出力電圧平均値
    - 負荷抵抗電圧
      - 電流と相似波形

$$E_d = \frac{1}{p}\int_0^p e_d dwt = \frac{1}{p}\int_0^p Ri_d dwt$$

$$= \frac{R}{p}\frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(\frac{2}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}} \frac{-wL}{R} e^{-\frac{R}{wL}t} - \sin wt \right) - R\cos wt \right]_0^p$$

$$= \frac{R}{p}\frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[wL\left(\frac{2}{1 - e^{-\frac{R}{wL}p}} \frac{-wL}{R} \left\langle e^{-\frac{R}{wL}p} - 1 \right\rangle \right) - R(-1-1) \right]$$

$$= \frac{R}{p}\frac{\sqrt{2}V}{R^2 + w^2L^2}\left[2\frac{w^2L^2}{R} + 2R \right] = R\frac{2\sqrt{2}V}{p}$$

抵抗負荷時と同じ

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - 回路の動作
    - D1, D1’導通（D2, D2’非導通）
      - 図
    - D2, D2’導通（D1, D1’非導通）
      - 図
    - D1, D1’, D2, D2’非導通
      - 図
  - 半波整流回路容量性負荷同様に求解
    - 導通の条件が一周期に二回

•回路図

•電圧波形

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧

$$v = \sqrt{2}V \sin wt$$

    - 導通期間中, 負荷電圧は電源電圧と等しい
      - オンは, 電源電圧と負荷電圧が等しくなった時点
      - オン時, Cを充電するため大電流が流れる（可能性）

$$e_d = v \qquad i_d = i_C + i_R = C\frac{d}{dt}e_d + \frac{e_d}{R}$$

    - 非導通期間中, RCで閉回路を構成
      - Rを介してCが放電

$$i_C = -i_R \qquad i_R = -C\frac{d}{dt}e_d$$

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - 出力波形を求める（半周期分）
    - 導通開始点　θ_{on}
      - コンデンサ電圧初期値をv_{c0}とする

$$v = v_{C0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{on}$$

- 導通終了点　θ_{off}
  - i_dが0となる
  - 導通期間中　$e_d = v$

$$i_d\left(\omega t = \theta_{off}\right) = C\frac{d}{dt}e_d + \frac{e_d}{R} = 0$$

$$C\sqrt{2}V\omega\cos\theta_{off} + \frac{\sqrt{2}V\sin\theta_{off}}{R} = 0$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta_{off}$$ になるので

$$\therefore \theta_{off} = \pi - \arctan R\omega C$$

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - 出力波形を求める
    - 非導通期間中

$$i_R = -C\frac{d}{dt}e_d \qquad \frac{e_d}{R} = -C\frac{d}{dt}e_d$$

$$\frac{E_d}{R} = -C\left(sE_d - e_{d0}\right)$$

但し $e_{d0} = \sqrt{2}V\sin\theta_{off}$

$$E_d = \frac{e_{d0}}{s + \frac{1}{RC}}$$

- 非導通開始点θ off
  - 出力電圧 $e_d = e_{d0}e^{-\frac{1}{R\omega C}\left(\omega t - \theta_{off}\right)}$

•波形の図

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - 出力波形を求める
    - v_{c0}とe_{d0}の接続条件（非導通→導通時点） 半波整流との相違

$$e_d\left(wt = p + q_{on}\right) = e_{d0}e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + q_{on} - q_{off}\right)} = v_{c0}$$

$$v_{c0} = e_{d0}e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + q_{on} - q_{off}\right)}$$

$$v_{C0} = \sqrt{2}V\sin q_{on} \qquad e_{d0} = \sqrt{2}V\sin q_{off}$$ より

$$\sqrt{2}V\sin q_{on} = \sqrt{2}V\sin q_{off}\,e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + q_{on} - q_{off}\right)}$$

$$\sin q_{on} = \sin q_{off}\,e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + q_{on} - q_{off}\right)}$$

の解としてθ$_{on}$が求まる

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - リップル（脈動）成分を求める
    - 直流出力電圧最大値　$e_{d-\max} = \sqrt{2}V$
    - 直流出力電圧最小値　$e_{d-\min} = \sqrt{2}V \sin q_{on}$
    - 電圧脈動幅　$\Delta V = e_{d-\max} - e_{d-\min} = \sqrt{2}V - \sqrt{2}V \sin q_{on}$

$$= \sqrt{2}V\left(1 - \sin q_{on}\right)$$

    - 仮定により簡略化し, 脈動幅を求める
      - 仮定　平滑コンデンサ容量が十分大きい　$q_{off} \cong \frac{p}{2}$

ちょっと苦しいけど $q_{on} \cong \frac{p}{2}$

$$\sin q_{on} = \sin q_{off}\, e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + q_{on} - q_{off}\right)} = \sin \frac{p}{2}\, e^{-\frac{1}{RwC}\left(p + \frac{p}{2} - \frac{p}{2}\right)} = e^{-\frac{p}{RwC}}$$

      - 電圧脈動幅　$\Delta V = \sqrt{2}V\left(1 - \sin q_{on}\right) = \sqrt{2}V\left(1 - e^{-\frac{p}{RwC}}\right)$
        - » RC大で脈動が小さくなる

$$e^{-\frac{p}{RwC}} \cong 1 - \frac{p}{RwC} \quad \Longrightarrow \quad \Delta V \cong \sqrt{2}V \frac{p}{RwC}$$

半波整流の半分

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - ダイオード電流ピーク値を求める
    - 整流回路は容量負荷にパルス状の電流を流す
      - ダイオード電流

$$i_d = i_R + i_c = \frac{e_d}{R} + C\frac{d}{dt}e_d = \tfrac{1}{R}\sqrt{2}V\sin wt + Cw\sqrt{2}V\cos wt$$

» 導通期間が小さい場合 T=π/2付近 $\quad i_d \cong \tfrac{1}{R}\sqrt{2}V + Cw\sqrt{2}V\cos wt$

– ダイオードの導通期間Δtを求める

$$\sqrt{2}V\sin\left(\tfrac{p}{2} - w\Delta t\right) = \sqrt{2}V\cos w\Delta t = \sqrt{2}V - \Delta V \cong \sqrt{2}V\left(1 - \tfrac{p}{RwC}\right)$$

$$\cos w\Delta t \cong 1 - \tfrac{p}{RwC}$$

$$\cos x \cong 1 - \tfrac{1}{2}x^2 \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{1}{2}(w\Delta t)^2 \cong 1 - \frac{p}{RwC} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \cong \sqrt{\tfrac{2p}{Rw^3C}}$$

単相全波整流回路

- 容量負荷
  - ダイオード電流を求める
    - ダイオード平均電流　i_{c-ave}
      - 平滑コンデンサへの充電電荷

$$Q_{charge} = C\Delta V = i_{c-ave}\Delta t$$

$$i_{c-ave} = C\frac{\Delta V}{\Delta t} = C\frac{\sqrt{2}V\frac{p}{RwC}}{2\sqrt{\frac{p}{Rw^3C}}} = V\sqrt{\frac{pwC}{2R}}$$

      - ダイオードピーク電流

$$i_{d-\max} = i_d\left(\frac{p}{2}-\Delta t\right) = Cw\sqrt{2}V\cos w\Delta t + \frac{\sqrt{2}V}{R}$$

$$= Cw\sqrt{2}V\left(1-\frac{p}{RwC}\right) + \frac{\sqrt{2}V}{R}$$

$$= \sqrt{2}V\left(wC - \frac{p}{R} + \frac{1}{R}\right)$$

    - 半波整流の半分ぐらいの電流

負荷に対する単相全波整流回路の比較

- 抵抗負荷
  - 導通角 =360度（全導通）
- 誘導性負荷
  - 導通角 =360度（全導通）
    - 出力電圧平均値は抵抗負荷と同じ
    - 抵抗負荷より脈動成分小
      - 抵抗負荷より出力電圧・電流に含まれる高調波小
- 容量性負荷
  - 導通角 < 360度
    - 平滑コンデンサへの入力電流に含まれる高調波大
    - 平滑コンデンサが，出力電圧の高調波を低減

倍電圧整流回路

- 単相全波2倍電圧整流回路
  - 絵
  - 動作
    - ダイオードの逆耐圧は交流電圧の三倍以上必要
    - 半波整流回路出力の合成
    - 脈動成分は電源周波数の 2倍
- 単相半波2倍電圧整流回路
  - コッククロフト・ウォルトン回路とも言う
  - 絵
  - 動作
    - 脈動成分は電源周波数と同じ