

パワーエレクトロニクス

(舟木担当分)

第三回

- 続続ダイオード整流回路
 - 倍電圧整流回路
 - 多相整流回路

平成17年6月13日月曜日 3限目

倍電圧整流回路

- 単相半波倍電圧整流回路
 - コッククロフト・ウォルトン回路とも言う
 - 絵
 - 動作
 - 脈動成分は電源周波数と同じ
 - もっと高い電圧も発生可能
 - 回路図
 - 動作

多相交流の整流回路

- 三相交流
 - 送電・動力電源で一般的に使用されている
- 三相半波整流回路
 - 抵抗負荷
 - 回路図
 - Δ Y結線になっているのは, 零相電流を流さないため
 - 三相交流電圧
$$\begin{cases} v_{sa} = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_{sb} = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right) \\ v_{sc} = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t + \frac{2}{3}p \right) \end{cases}$$
 - 波形の図
 - 電圧の最も高い相のダイオードがオン

三相半波整流回路

- 抵抗負荷
 - 直流平均電壓

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt \\ &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}} v_{sc} dwt + \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{5p}{6}} v_{sa} dwt + \int_{\frac{5p}{6}}^{\frac{3p}{2}} v_{sb} dwt + \int_{\frac{3p}{2}}^{2p} v_{sc} dwt \right] \\ &= \frac{3}{2p} \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{5p}{6}} \sqrt{2}V \sin wt dwt \\ &= \frac{3V}{\sqrt{2}p} \left[-\cos wt \right]_{\frac{p}{6}}^{\frac{5p}{6}} = \frac{3V}{\sqrt{2}p} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = 3\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V}{p} \end{aligned}$$

$$\therefore E_d = 3\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V}{p}$$

三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 回路図

- グレエツ結線ともいう
 - 点弧の順番で番号付けしている

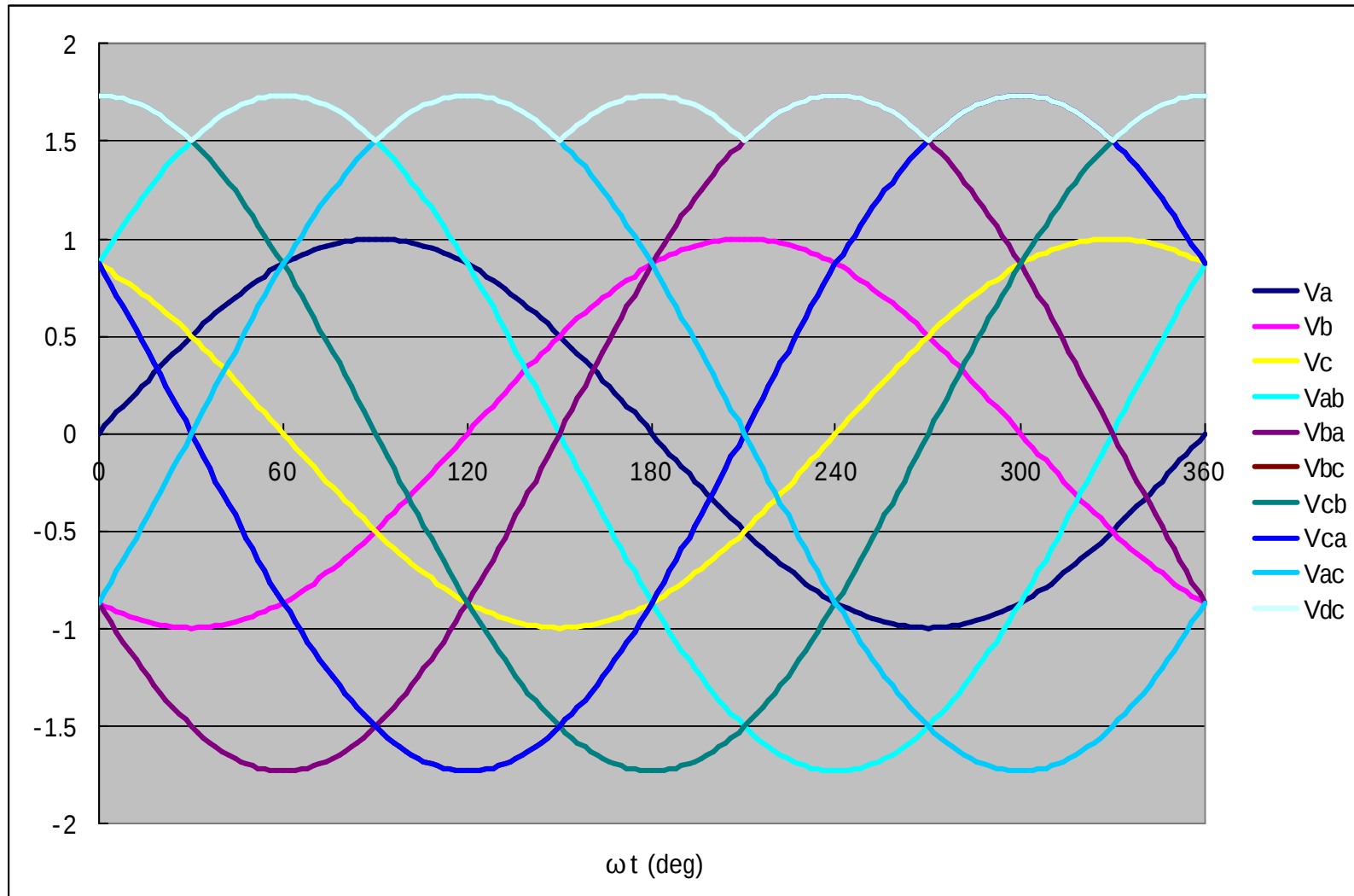
- 三相交流電圧

$$\left\{ \begin{array}{l} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t + \frac{2}{3}p \right) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{cb} = v_c - v_b = \sqrt{6}V \cos \omega t \\ v_{ac} = v_a - v_c = \sqrt{6}V \cos \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right) \\ v_{ba} = v_b - v_a = \sqrt{6}V \cos \left(\omega t + \frac{2}{3}p \right) \end{array} \right.$$

- 電圧の最も高くなる相の組み合わせでダイオードがオン
 - » 線間電圧の最も大きいものがオン

三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 波形の図



三相全波整流回路

- 抵抗負荷

– 直流平均電圧

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt \\ &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}} v_c - v_b dwt + \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} v_a - v_b dwt + \int_{\frac{p}{2}}^{\frac{5p}{6}} v_a - v_c dwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}}^{\frac{7p}{6}} v_b - v_c dwt + \int_{\frac{7p}{6}}^{\frac{3p}{2}} v_b - v_a dwt + \int_{\frac{3p}{2}}^{\frac{11p}{6}} v_c - v_a dwt + \int_{\frac{11p}{6}}^{2p} v_c - v_b dwt \right] \\ &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} \left[\sqrt{2}V \sin wt - \sqrt{2}V \sin \left(wt - \frac{2}{3}p \right) \right] dwt \\ &= \frac{3\sqrt{2}V}{p} \left[-\cos wt + \cos \left(wt - \frac{2}{3}p \right) \right]_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} = \frac{3\sqrt{2}V}{p} \left[-0 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 0 \right] = \frac{3\sqrt{6}V}{p} \\ \therefore E_d &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \end{aligned}$$

半波整流回路の2倍の直流電圧

三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 高調波

$$\begin{aligned}
 E_{dk} &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d e^{-jk\omega t} d\omega t \\
 &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}} v_{cb} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} v_{ab} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}}^{\frac{5p}{6}} v_{ac} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{5p}{6}}^{\frac{7p}{6}} v_{bc} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{7p}{6}}^{\frac{3p}{2}} v_{ba} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}}^{\frac{11p}{6}} v_{ca} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{11p}{6}}^{2p} v_{cb} e^{-jk\omega t} d\omega t \right] \\
 &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} v_{cb} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}}^{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}} v_{ba} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}}^{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}} v_{ac} e^{-jk\omega t} d\omega t \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} \cos\omega t e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}p\right) e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}p\right) e^{-jk\omega t} d\omega t \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} \{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} \{e^{j(\omega t + \frac{2}{3}p)} + e^{-j(\omega t + \frac{2}{3}p)}\} e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \{e^{j(\omega t - \frac{2}{3}p)} + e^{-j(\omega t - \frac{2}{3}p)}\} e^{-jk\omega t} d\omega t \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} \{e^{j(1-k)\omega t} + e^{-j(1+k)\omega t}\} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} \{e^{j((1-k)\omega t + \frac{2}{3}p)} + e^{-j((1+k)\omega t + \frac{2}{3}p)}\} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \{e^{j((1-k)\omega t - \frac{2}{3}p)} + e^{-j((1+k)\omega t - \frac{2}{3}p)}\} d\omega t \right]
 \end{aligned}$$

k=1

$$\begin{aligned}
 E_{d1} &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} \{1 + e^{-j2\omega t}\} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} \{1 + e^{-j(2\omega t + \frac{2}{3}p)}\} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \{1 + e^{-j(2\omega t - \frac{2}{3}p)}\} d\omega t \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\omega t + \frac{e^{-j2\omega t}}{-j2} \right]_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} + \left[\omega t + \frac{e^{-j(2\omega t + \frac{2}{3}p)}}{-j2} \right]_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} + \left[\omega t + \frac{e^{-j(2\omega t - \frac{2}{3}p)}}{-j2} \right]_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\omega t \right]_0^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} + \frac{1}{-j2} \left[e^{-j2\omega t} \right]_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} + \frac{1}{-j2} \left[e^{-j2\omega t} \right]_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\omega t \right]_0^{\frac{p}{6}, 2p, \frac{p}{6}} + \frac{1}{-j2} \left[e^{-j2\omega t} \right]_{\frac{11p}{6}, -\frac{p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{5p}{6}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{p}{6} + 2p + \frac{p}{6} - 0 - \frac{7p}{6} - \frac{7p}{6} \right\} + \frac{1}{-j2} \left[e^{-j\frac{5p}{3}} + e^{-j\frac{5p}{3}} - e^{-j\frac{11p}{3}} - e^{j\frac{p}{3}} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{14p}{6} - \frac{14p}{6} \right\} + \frac{1}{-j2} \left[e^{-j\frac{5p}{3}} + e^{-j\frac{5p}{3}} - e^{-j\frac{5p}{3}} - e^{-j\frac{5p}{3}} \right] = 0
 \end{aligned}$$

三相全波整流回路

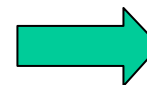
抵抗負荷

— 高調波 $k=-1$

$$\begin{aligned}
 E_{d-1} &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left[\int_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} \{e^{j2wt} + 1\} dw + \int_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} \{e^{j(2wt + \frac{2p}{3})} + 1\} dw + \int_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \{e^{j(2wt - \frac{2p}{3})} + 1\} dw \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\frac{e^{j2wt}}{j2} + wt \right]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} + \left[\frac{e^{j(2wt + \frac{2p}{3})}}{j2} + wt \right]_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} + \left[\frac{e^{j(2wt - \frac{2p}{3})}}{j2} + wt \right]_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{1}{j2} \left[e^{j2wt} \right]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p, \frac{5p}{6}, \frac{13p}{6}, \frac{7p}{6}, -\frac{p}{6}} + [wt]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p, \frac{p}{6}, \frac{3p}{2}, \frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{1}{j2} \left[e^{j2wt} \right]_{\frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{13p}{6}, -\frac{p}{6}} + [wt]_{0, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, 2p, \frac{p}{6}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{1}{j2} \left[e^{j\frac{5p}{3}} + e^{j\frac{13p}{3}} + e^{-j\frac{p}{3}} - e^{j\frac{7p}{6}} - e^{j\frac{11p}{6}} - e^{j\frac{11p}{6}} \right] + \left[\frac{p}{6} + 2p + \frac{p}{6} - 0 - \frac{7p}{6} - \frac{7p}{6} \right] \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{1}{j2} \left[e^{j\frac{5p}{3}} + e^{j\frac{p}{3}} + e^{j\frac{5p}{3}} - e^{j\frac{p}{3}} - e^{j\frac{5p}{3}} - e^{j\frac{5p}{3}} \right] + \left[\frac{14p}{6} - \frac{14p}{6} \right] \right\} = 0
 \end{aligned}$$

$K \neq \pm 1$

$$\begin{aligned}
 E_{dk} &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\frac{e^{j(1-k)wt}}{j(1-k)} + \frac{e^{-j(1+k)wt}}{-j(1+k)} \right]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p} + \left[\frac{e^{j((1-k)wt + \frac{2p}{3})}}{j(1-k)} + \frac{e^{-j((1+k)wt + \frac{2p}{3})}}{-j(1+k)} \right]_{\frac{p}{2}, \frac{7p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{3p}{2}} + \left[\frac{e^{j((1-k)wt - \frac{2p}{3})}}{j(1-k)} + \frac{e^{-j((1+k)wt - \frac{2p}{3})}}{-j(1+k)} \right]_{\frac{3p}{2}, \frac{5p}{6}}^{\frac{11p}{6}, \frac{p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\frac{e^{j(1-k)wt}}{j(1-k)} \right]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p, \frac{5p}{6}, \frac{13p}{6}, \frac{7p}{6}, -\frac{p}{6}} + \left[\frac{e^{-j(1+k)wt}}{-j(1+k)} \right]_{0, \frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, 2p, -\frac{p}{6}, \frac{5p}{6}, \frac{7p}{6}, \frac{13p}{6}, \frac{3p}{2}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\frac{e^{j(1-k)wt}}{j(1-k)} \right]_{\frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{13p}{6}} + \left[\frac{e^{-j(1+k)wt}}{-j(1+k)} \right]_{\frac{11p}{6}, -\frac{p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{5p}{6}} \right\} = \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \left[\frac{e^{j(1-k)wt}}{j(1-k)} \right]_{\frac{7p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{p}{6}} + \left[\frac{e^{-j(1+k)wt}}{-j(1+k)} \right]_{\frac{11p}{6}, \frac{11p}{6}}^{\frac{5p}{6}, \frac{5p}{6}} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ \frac{e^{j(1-k)\frac{5p}{6}} + e^{j(1-k)\frac{13p}{6}} - e^{j(1-k)\frac{7p}{6}} - e^{j(1-k)\frac{11p}{6}}}{j(1-k)} + 2 \frac{e^{-j(1+k)\frac{5p}{6}} - e^{-j(1+k)\frac{11p}{6}}}{-j(1+k)} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ e^{j(1-k)\frac{5p}{6}} \frac{1 + e^{j(1-k)\frac{4p}{3}} - e^{j(1-k)\frac{p}{3}} - e^{j(1-k)p}}{j(1-k)} + 2e^{-j(1+k)\frac{5p}{6}} \frac{1 - e^{-j(1+k)p}}{-j(1+k)} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ e^{j(1-k)\frac{5p}{6}} \frac{1 - e^{j(1-k)\frac{p}{3}} - e^{j(1-k)p} [1 - e^{j(1-k)\frac{p}{3}}]}{j(1-k)} + 2e^{-j(1+k)\frac{5p}{6}} \frac{1 - e^{-j(1+k)p}}{-j(1+k)} \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{4p} \left\{ e^{j(1-k)\frac{5p}{6}} \frac{[1 - e^{j(1-k)p}] [1 - e^{j(1-k)\frac{p}{3}}]}{j(1-k)} + 2e^{-j(1+k)\frac{5p}{6}} \frac{1 - e^{-j(1+k)p}}{-j(1+k)} \right\}
 \end{aligned}$$



偶数次数で $E_{dk}=0$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 電源電圧

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t + \frac{2}{3}p \right) \end{cases}$$

- 導通期間 360度

- 各構成の導通角 60度

- 回路図

- 電圧波形

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう

- ダイオードは順方向バイアス電圧印加で導通 (点弧)
(後の講義で行うサイリスタの場合点弧制御可能)

- » D1, D6導通時 ($\pi/6 \leq \omega t < \pi/2$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = v_{ab}$$

- » D1, D2導通時 ($\pi/2 \leq \omega t < 5\pi/6$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = -v_{ca}$$

- » D2, D3導通時 ($5\pi/6 \leq \omega t < 7\pi/6$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = v_{bc}$$

- » D3, D4導通時 ($7\pi/6 \leq \omega t < 3\pi/2$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = -v_{ab}$$

- » D4, D5導通時 ($3\pi/2 \leq \omega t < 11\pi/6$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = v_{ca}$$

- » D5, D6導通時 ($11\pi/6 \leq \omega t < 13\pi/6$)

$$e_d = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d = -v_{bc}$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう

- 解析条件

- » D1,D4導通時 ,D3,D6導通時 , D5,D2導通時各々同極性の直流を出力

$$\begin{aligned} e_d(wt) &= e_d\left(wt + \frac{p}{3}\right) = e_d\left(wt + \frac{2p}{3}\right) = e_d(wt + p) \\ &= e_d\left(wt + \frac{4p}{3}\right) = e_d\left(wt + \frac{5p}{3}\right) = e_d(wt + 2p) \end{aligned}$$

- » D5 → D1, D6 → D2, D1 → D3, D2 → D4 , D3 → D5 ,
D4 → D6の転流時 ,電流連続

$$i_d\left(\frac{p}{6}\right) = i_d\left(\frac{p}{2}\right) = i_d\left(\frac{5p}{6}\right) = i_d\left(\frac{7p}{6}\right) = i_d\left(\frac{3p}{2}\right) = i_d\left(\frac{11p}{6}\right)$$

- ラプラス変換を用いて回路方程式を求解する

- » 波形の対称性を利用して簡略化

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう ($\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/2$)

$$v_{ab} = \sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

- 時間の原点を $\pi/6$ ずらす

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \omega t \cos \frac{\pi}{3} + \cos \omega t \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t$$

$$\sqrt{6}V \left(\frac{1}{2} \frac{w}{s^2 + w^2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s}{s^2 + w^2} \right) = L s I_d - L i_{d0} + R I_d \quad i_{dt=0} \neq 0$$

$$I_d (L s + R) = \frac{\sqrt{6}}{2} V \left(\frac{w}{s^2 + w^2} + \sqrt{3} \frac{s}{s^2 + w^2} \right) + L i_{d0}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{L s + R} \left(\frac{w}{s^2 + w^2} + \sqrt{3} \frac{s}{s^2 + w^2} \right) + L i_{d0} \frac{1}{L s + R}$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう ($\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/2$)

$$\frac{1}{Ls+R} \left(\frac{w}{s^2+w^2} + \sqrt{3} \frac{s}{s^2+w^2} \right) = \frac{\sqrt{3}s+w}{(Ls+R)(s^2+w^2)} = \frac{a}{Ls+R} + \frac{bs+c}{s^2+w^2} = \frac{(a+bL)s^2+(bR+cL)s+aw^2+cR}{(Ls+R)(s^2+w^2)}$$

$$\begin{cases} a+bL=0 \\ bR+cL=\sqrt{3} \\ aw^2+cR=w \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{-\sqrt{3}RL+wL^2}{R^2+w^2L^2} \\ b = \frac{\sqrt{3}R-wL}{R^2+w^2L^2} \\ c = \frac{wR+\sqrt{3}w^2L}{R^2+w^2L^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \left(\frac{a}{Ls+R} + \frac{bs+c}{s^2+w^2} \right) + Li_{d0} \frac{1}{Ls+R} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \left(\frac{-\sqrt{3}RL+wL^2}{R^2+w^2L^2} \frac{1}{Ls+R} + \frac{\sqrt{3}R-wL}{R^2+w^2L^2} \frac{s}{s^2+w^2} + \frac{wR+\sqrt{3}w^2L}{R^2+w^2L^2} \frac{1}{s^2+w^2} \right) + Li_{d0} \frac{1}{Ls+R} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \left(\frac{-\sqrt{3}R+wL}{R^2+w^2L^2} \frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \frac{\sqrt{3}R-wL}{R^2+w^2L^2} \frac{s}{s^2+w^2} + \frac{R+\sqrt{3}L}{R^2+w^2L^2} \frac{w}{s^2+w^2} \right) + i_{d0} \frac{1}{s+\frac{R}{L}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2+w^2L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R+wL \right) \frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \left(\sqrt{3}R-wL \right) \frac{s}{s^2+w^2} + \left(R+\sqrt{3}wL \right) \frac{w}{s^2+w^2} \right] + i_{d0} \frac{1}{s+\frac{R}{L}} \end{aligned}$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L \right) \cos \omega t + \left(\sqrt{3}\omega L + R \right) \sin \omega t \right] + i_{d0} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

- 半波対称 電流連続条件

$$\begin{aligned} i_d(0) &= i_{d0} = i_d\left(\frac{p}{3\omega}\right) \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L \right) \cos \frac{p}{3} + \left(\sqrt{3}\omega L + R \right) \sin \frac{p}{3} \right] \\ &\quad + i_{d0} \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L \right) \frac{1}{2} + \left(\sqrt{3}\omega L + R \right) \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\ &\quad + i_{d0} \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) \end{aligned}$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう

$$i_{d0} = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \sqrt{3}R + \omega L \right] + i_{d0} \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)$$

$$i_{d0} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) \right] = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \sqrt{3}R + \omega L \right]$$

$$i_{d0} = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \sqrt{3}R + \omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)}$$

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L \right) \cos \omega t + \left(\sqrt{3}\omega L + R \right) \sin \omega t \right] \\ + \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{\left(-\sqrt{3}R + \omega L \right) \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right) + \sqrt{3}R + \omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 周期定常状態を求めてみよう

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) + (\sqrt{3}R - \omega L) \cos \omega t + (\sqrt{3}\omega L + R) \sin \omega t \right]$$

- 時間の原点を元に戻す

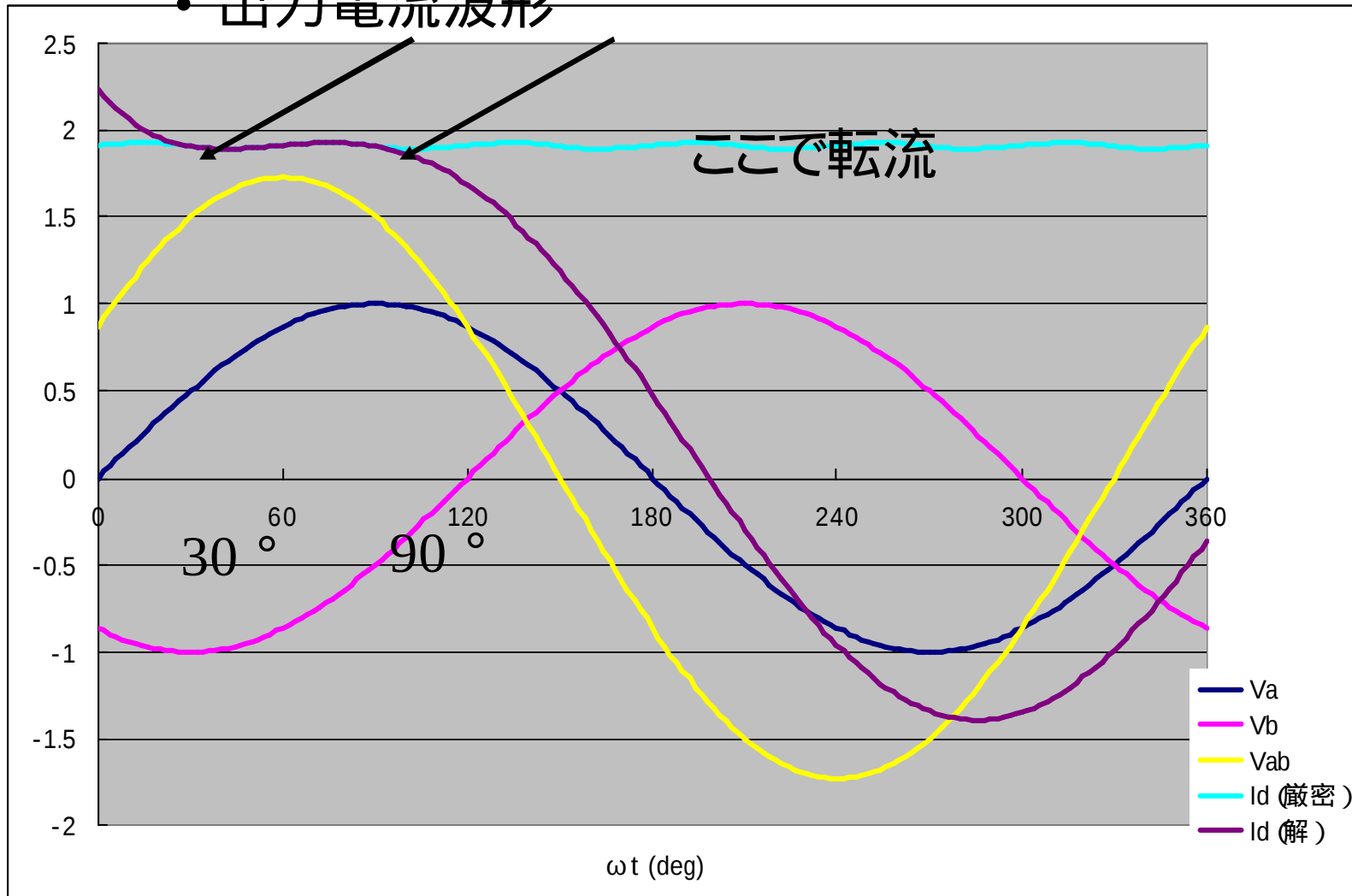
$$i_d(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\}\right) + (\sqrt{3}R - \omega L) \cos \left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\} + (\sqrt{3}\omega L + R) \sin \left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\} \right]$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 出力電流波形



3相全波整流回路

- 誘導負荷

- 各部の電圧波形を求める

- 負荷抵抗電圧

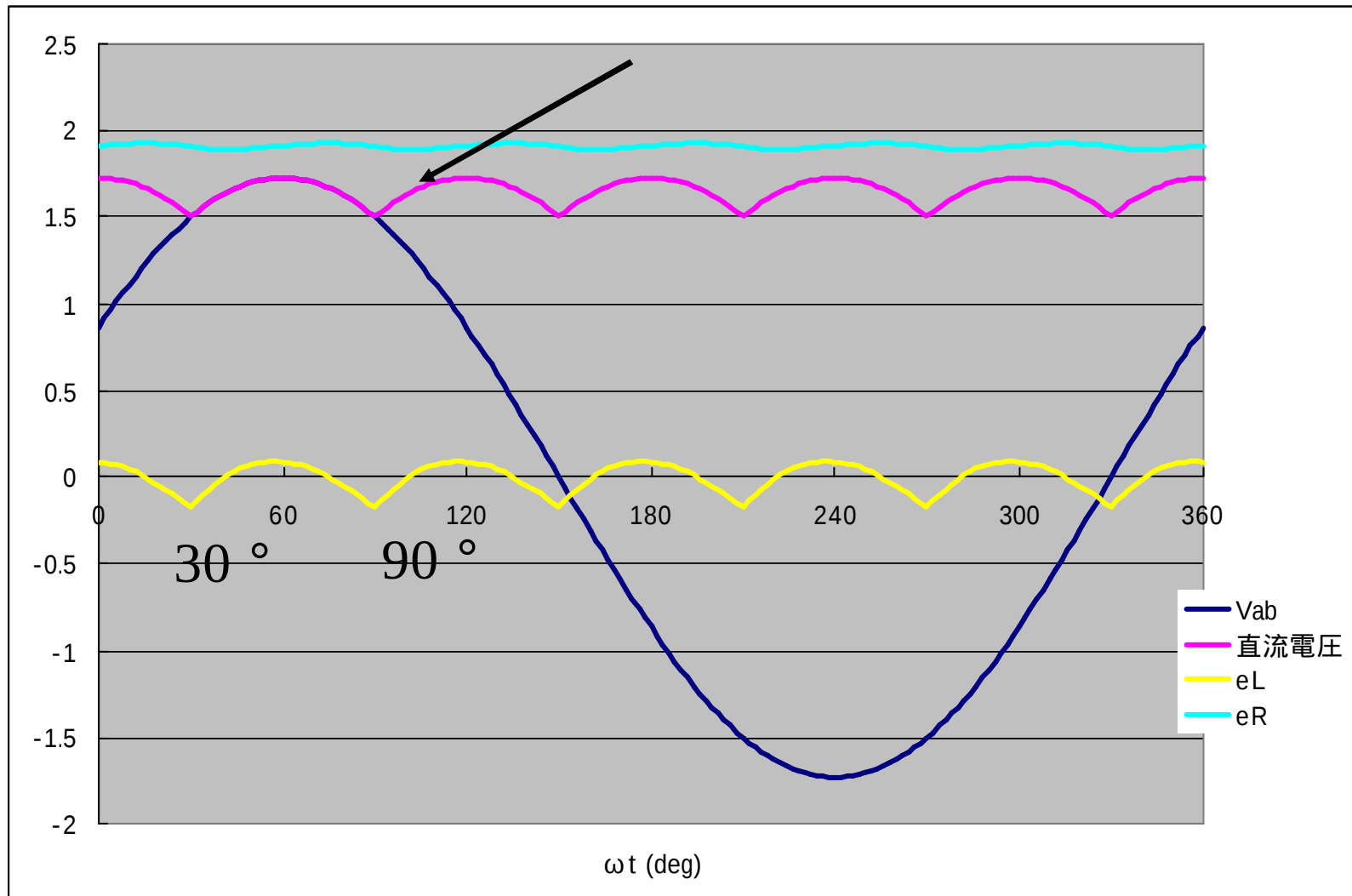
- 電流と相似波形 $e_R = Ri_d$

- インダクタ電圧

$$e_L = L \frac{d}{dt} i_d = \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\frac{-2\omega R}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\}\right) - \left(\sqrt{3}R - \omega L\right) \omega \sin\left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\} + \left(\sqrt{3}\omega L + R\right) \omega \cos\left\{ \omega t - \frac{p}{6} \right\} \right]$$

3相全波整流回路

- 誘導負荷
 - 各部の電圧波形を求める



三相全波整流回路

- ・ 誘導負荷

- 直流出力電圧平均値

- ・ インダクタ電圧

- 定常状態では , エネルギーの入出力が均衡

$$\begin{aligned} E_{dL} &= \frac{3}{p} \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} e_L d\omega t \\ &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \\ &\quad \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\}\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L\right) \cos\left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\} + \left(\sqrt{3}\omega L + R\right) \sin\left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\} \right]_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} \\ &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \\ &\quad \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \left\{ \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) - 1 \right\} + \left(\sqrt{3}R - \omega L\right) \left\{ \cos \frac{p}{3} - 1 \right\} + \left(\sqrt{3}\omega L + R\right) \left\{ \sin \frac{p}{3} - 0 \right\} \right] \\ &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[-2\omega L - \frac{\sqrt{3}R - \omega L}{2} + \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}\omega L + R}{2} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

三相全波整流回路

- 誘導負荷

- 直流出力電圧平均値

- 負荷抵抗電圧

- 電流と相似波形

$$\begin{aligned}
 E_{dR} &= \frac{3}{p} \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} e_R d\omega t = \frac{3}{p} \int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} R i_d d\omega t \\
 &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \\
 &\quad \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \frac{-\omega L}{R} \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\}\right) + \left(\sqrt{3}R - \omega L\right) \sin\left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\} - \left(\sqrt{3}\omega L + R\right) \cos\left\{\omega t - \frac{p}{6}\right\} \right]_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{2}} \\
 &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \\
 &\quad \left[\frac{2\omega L}{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} \frac{p}{3\omega}\right)} \frac{-\omega L}{R} \left\{ \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) - 1 \right\} + \left(\sqrt{3}R - \omega L\right) \left\{ \sin \frac{p}{3} - 0 \right\} - \left(\sqrt{3}\omega L + R\right) \left\{ \cos \frac{p}{3} - 1 \right\} \right] \\
 &= \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\frac{2\omega^2 L^2}{R} + \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}R - \omega L}{2} + \frac{\sqrt{3}\omega L + R}{2} \right] = \frac{3}{p} \frac{\sqrt{6}}{2} V \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[\frac{2\omega^2 L^2}{R} + 2R \right] \\
 &= \frac{3\sqrt{6}}{p} V
 \end{aligned}$$

抵抗負荷時と同じ

三相全波整流回路

- 容量負荷

- 回路図

- 回路の動作

- » D1, D6導通 , 全てオフ ($\pi/6 \leq \omega t < \pi/2$)
 - » D1, D2導通 , 全てオフ ($\pi/2 \leq \omega t < 5\pi/6$)
 - » D2, D3導通 , 全てオフ ($5\pi/6 \leq \omega t < 7\pi/6$)
 - » D3, D4導通 , 全てオフ ($7\pi/6 \leq \omega t < 3\pi/2$)
 - » D4, D5導通 , 全てオフ ($3\pi/2 \leq \omega t < 11\pi/6$)
 - » D5, D6導通 , 全てオフ ($11\pi/6 \leq \omega t < 13\pi/6$)

- 回路図

- 電圧波形

- 導通の状態が一周期に6回

- 単相整流回路容量性負荷同様に解析してみよう

三相全波整流回路

- 容量負荷

- 電圧・電流の振る舞い

- 電源電圧

- 三相のうち二相

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t + \frac{2}{3}p \right) \end{cases}$$

- 導通期間中, 負荷電圧は電源電圧と等しい

- オンは, 電源電圧と負荷電圧が等しくなった時点

- オン時, Cを充電するため大電流が流れる (可能性)

$$e_d = \pm \begin{cases} v_a - v_b \\ v_b - v_c \\ v_c - v_a \end{cases} \quad i_d = i_C + i_R = C \frac{d}{dt} e_d + \frac{e_d}{R}$$

- 非導通期間中, RCで閉回路を構成

- Rを介してCが放電

$$i_C = -i_R$$

$$i_R = -C \frac{d}{dt} e_d$$

三相全波整流回路

- 容量負荷

- 出力波形を求める ($\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/2$ 分)

- V_{ab} が印加される $v_{ab} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{6})$

- 導通開始点 θ_{on}

- コンデンサ電圧初期値を v_{c0} とする

$$v = v_{C0} = \sqrt{6}V \sin(q_{on} + \frac{p}{6})$$

- 導通終了点 θ_{off}

- i_d が0となる $e_d = v$

- 導通期間中

$$i_d(\omega t = q_{off}) = C \frac{d}{dt} e_d + \frac{e_d}{R} = 0$$

$\frac{p}{3} < q_{off}$ になるので

$$C\sqrt{6}V\omega \cos(q_{off} + \frac{p}{6}) + \frac{\sqrt{6}V \sin(q_{off} + \frac{p}{6})}{R} = 0 \quad \therefore q_{off} = \frac{5}{6}p - \arctan R\omega C$$

三相全波整流回路

- 容量負荷

- 出力波形を求める

- 非導通期間中

$$i_R = -C \frac{d}{dt} e_d \quad \frac{e_d}{R} = -C \frac{d}{dt} e_d$$

$$\frac{E_d}{R} = -C(sE_d - e_{d0}) \quad \text{但 } e_{d0} = \sqrt{6}V \sin\left(q_{\text{off}} + \frac{p}{6}\right)$$

$$E_d = \frac{e_{d0}}{s + \frac{1}{RC}}$$

- 非導通開始点 θ_{off}

- 出力電圧 $e_d = e_{d0} e^{-\frac{1}{R\omega C}(wt - q_{\text{off}})}$

- 波形の図

三相全波整流回路

- 容量負荷

- 出力波形を求める

- v_{c0} と e_{d0} の接続条件 (非導通 → 導通時点) 単相との相違

$$e_d \left(wt = \frac{p}{3} + q_{on} \right) = e_{d0} e^{-\frac{1}{R\omega C} \left(\frac{p}{3} + q_{on} - q_{off} \right)} = v_{c0}$$

$$v_{c0} = e_{d0} e^{-\frac{1}{R\omega C} \left(\frac{p}{3} + q_{on} - q_{off} \right)}$$

$$v_{C0} = \sqrt{6}V \sin \left(q_{on} + \frac{p}{6} \right) \quad e_{d0} = \sqrt{6}V \sin \left(q_{off} + \frac{p}{6} \right) \quad \text{より}$$

$$\sqrt{6}V \sin \left(q_{on} + \frac{p}{6} \right) = \sqrt{2}V \sin \left(q_{off} + \frac{p}{6} \right) e^{-\frac{1}{R\omega C} \left(\frac{p}{3} + q_{on} - q_{off} \right)}$$

$$\sin \left(q_{on} + \frac{p}{6} \right) = \sin \left(q_{off} + \frac{p}{6} \right) e^{-\frac{1}{R\omega C} \left(\frac{p}{3} + q_{on} - q_{off} \right)}$$

の解として θ_{on} が求まる

三相全波整流回路

- 容量負荷

- リップル (脈動) 成分を求める

- 直流出力電圧最大値 $e_{d-\max} = \sqrt{6}V$

- 直流出力電圧最小値 $e_{d-\min} = \sqrt{6}V \sin\left(q_{on} + \frac{p}{6}\right)$

- 電圧脈動幅
$$\Delta V = e_{d-\max} - e_{d-\min}$$
$$= \sqrt{6}V \left[1 - \sin\left(q_{on} + \frac{p}{6}\right)\right]$$

- 仮定により簡略化し, 脈動幅を求める

- 仮定 平滑コンデンサ容量が十分大きい $q_{off} \cong \frac{p}{3}$

ちょっと苦しいけど $q_{on} \cong \frac{p}{3}$

$$\sin\left(q_{on} + \frac{p}{6}\right) = \sin\left(q_{off} + \frac{p}{6}\right) e^{-\frac{1}{RwC}\left(\frac{p}{3} + q_{on} - q_{off}\right)} = \sin \frac{p}{2} e^{-\frac{1}{RwC}\left(\frac{p}{3} + \frac{p}{3} - \frac{p}{3}\right)} = e^{-\frac{p}{3RwC}}$$

- 電圧脈動幅 $\Delta V = \sqrt{6}V(1 - \sin q_{on}) = \sqrt{6}V\left(1 - e^{-\frac{p}{3RwC}}\right)$

» RC大で脈動が小さくなる

$$e^{-\frac{p}{3RwC}} \cong 1 - \frac{p}{3RwC} \quad \longrightarrow \quad \Delta V \cong \sqrt{6}V \frac{p}{3RwC} \quad \text{単相の} \\ \text{3分の1}$$

三相全波整流回路

- 容量負荷

- ダイオード電流ピーク値を求める

- 整流回路は容量負荷にパルス状の電流を流す

- ダイオード電流

$$i_d = i_R + i_c = \frac{e_d}{R} + C \frac{d}{dt} e_d = \frac{1}{R} \sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \frac{p}{6}\right) + C\omega \sqrt{6}V \cos\left(\omega t + \frac{p}{6}\right)$$

» 導通期間が小さい場合

$$\omega T = \pi/3 \text{ 付近} \quad i_d \cong \frac{1}{R} \sqrt{6}V + C\omega \sqrt{6}V \cos\left(\omega t + \frac{p}{6}\right)$$

- ダイオードの導通期間 Δt を求める

$$\sqrt{6}V \sin\left(\frac{p}{3} - \omega \Delta t + \frac{p}{6}\right) = \sqrt{6}V \cos \omega \Delta t = \sqrt{6}V - \Delta V \cong \sqrt{6}V \left(1 - \frac{p}{3R\omega C}\right)$$

$$\cos \omega \Delta t \cong 1 - \frac{p}{3R\omega C}$$

$$\cos x \cong 1 - \frac{1}{2} x^2 \quad \longrightarrow \quad 1 - \frac{1}{2} (\omega \Delta t)^2 \cong 1 - \frac{p}{3R\omega C} \quad \longrightarrow \quad \Delta t \cong \sqrt{\frac{2p}{3R\omega^3 C}}$$

三相全波整流回路

- 容量負荷

- ダイオード電流を求める

- ダイオード平均電流 i_{c-ave}

- 平滑コンデンサへの充電電荷

$$Q_{charge} = C\Delta V = i_{c-ave}\Delta t$$

$$i_{c-ave} = C \frac{\Delta V}{\Delta t} = C \frac{\sqrt{6}V \frac{p}{3RwC}}{\sqrt{\frac{2p}{3Rw^3C}}} = V \sqrt{\frac{pw}{RC}}$$

- ダイオードピーク電流

$$\begin{aligned} i_{d-max} &= i_d \left(\frac{p}{3} - \Delta t \right) = Cw\sqrt{6}V \cos w\Delta t + \frac{\sqrt{6}V}{R} \\ &= Cw\sqrt{6}V \left(1 - \frac{p}{3RwC} \right) + \frac{\sqrt{6}V}{R} \\ &= \sqrt{6}V \left(wC - \frac{p}{3R} + \frac{1}{R} \right) \end{aligned}$$

- 単相より小さくなる

位相制御による交直変換器の出力調整

- ダイオード
 - ON・OFF共非可制御
 - 交直変換は整流のみ可能
- サイリスタ
 - ONはゲート信号で制御可能
 - 但し,順バイアス印加時のみ
 - OFFは非可制御
 - 但し,ON時の状態がゲート信号で変わるため,OFF時の状態も付随して変化する
 - 回路構成・条件によっては整流・逆変換の双方向変換が可能

位相制御単相半波整流回路

- 抵抗負荷

- 直流出力電圧平均値

- 導通期間 $\alpha \sim \pi$ (点弧角 α)

- ダイオードでは $0 \sim \pi$

- 電源電圧 $v = \sqrt{2}V \sin \omega t$

回路の絵
波形の絵

$$E_d = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t = \frac{1}{2p} \int_a^p v d\omega t = \frac{1}{2p} \int_a^p \sqrt{2}V \sin \omega t d\omega t$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2}p} [-\cos \omega t]_a^p = \frac{V}{\sqrt{2}p} [1 + \cos \alpha] = \frac{\sqrt{2}V}{p} \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{p} \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}V}{p} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

ダイオード
は $\alpha = 0$ に
相当