# パワーエレトクロニクス

（舟木担当分）

第4回

•位相制御交直変換回路

平成17年6月20日月曜日　3限目

## 変換器の出力調整

- ダイオード
  - ON・OFF共非可制御
    - 交直変換は整流のみ可能
- サイリスタ
  - ONはゲート信号で制御可能
    - 但し，順バイアス印加時のみ
  - OFFは非可制御
    - 但し，ON時の状態がゲート信号で変わるため，OFF時の状態も付随して変化する
  - 回路構成・条件によっては整流・逆変換の双方向変換が可能

先週は抵抗負荷をやった。今週は，誘導負荷，容量負荷。

# 位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧

$$v = \sqrt{2}V \sin wt$$

•回路図

- サイリスタの導通期間中, 電圧はL,Rが分担
  - Lの印加電圧 $e_L = L\frac{d}{dt}i_d$
  - Rの印加電圧 $e_R = Ri_d$
  - 印加電圧
    - » 導通期間中 $e_d = e_L + e_R = v$
    - » 非導通期間中 $e_d = e_L + e_R = 0$

# 位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 点弧角をαとする
      - 点弧可能な条件

$$0 \le a \le p$$

- オン状態の微分方程式

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

  - オン時点の初期値
    - » オン時点を時間の原点にとる

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin a$$

$$i_0 = 0$$

  - » $v = \sqrt{2}V \sin\left(wt + a\right)$ を考慮してラプラス変換

# 位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2+w^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2}V\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2+w^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2+w^2}\frac{1}{Ls+R} = \frac{aw+bs}{s^2+w^2} + \frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a = \frac{R\cos a + wL\sin a}{R^2+w^2L^2} \\ b = \frac{R\sin a - wL\cos a}{R^2+w^2L^2} \\ c = -L\frac{R\sin a - wL\cos a}{R^2+w^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

# 位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left(\frac{-R\sin a + wL\cos a}{s+\frac{R}{L}} - \frac{(R\cos a + wL\sin a)w + (R\sin a - wL\cos a)s}{s^2+w^2}\right)$$

- 逆変換

$$\begin{aligned} i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\Big[&(-R\sin a + wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right) \\ &-(R\cos a + wL\sin a)\sin wt + (R\sin a - wL\cos a)\cos wt\Big] \end{aligned}$$

- 時間の原点を元に戻して

波形の絵

$$\begin{aligned} i_d(wt) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\Big[&(-R\sin a + wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right) \\ &-(R\cos a + wL\sin a)\sin\{wt-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{wt-a\}\Big] \end{aligned}$$

# 位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角βは

$$i_d\left(b\right) = 0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[\left(-R\sin a + wL\cos a\right)\exp\left(-\frac{R}{wL}\left\{b-a\right\}\right)\right.$$
$$\left. -\left(R\cos a + wL\sin a\right)\sin\left\{b-a\right\} + \left(R\sin a - wL\cos a\right)\cos\left\{b-a\right\}\right]$$

を満たすβとして求める

– Lが大きい(Lω>>R)として，近似すると・・・

$$e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{a}{w}\right)} \to 1$$

$$0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[wL\cos a - wL\sin a\,\sin\left\{b-a\right\} - wL\cos a\,\cos\left\{b-a\right\}\right]$$
$$= \frac{\sqrt{2}VwL}{R^2+w^2L^2}\left[\cos a - \cos\left\{a+b-a\right\}\right]$$
$$= \frac{\sqrt{2}VwL}{R^2+w^2L^2}\left[\cos a - \cos b\right]$$

$b = \pm a$　　$b = a$ だと解にならないから $b = -a = 2p - a$

# 位相制御単相半波整流回路

- 容量性負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧

•回路図

$$v = \sqrt{2}V\sin wt$$

- ダイオード整流回路では，$e_d$<vとなったときに導通
- サイリスタ整流回路では，ダイオード整流回路のオン条件と，ゲート信号のANDが点弧条件となる
  - ゲート信号の生成方式で動作が変わる

絵

## 位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 導通期間（点弧角α）
    - α～π（正の半波）
    - α＋π～π（負の半波）
    - ダイオードでは
      - 0～π（正の半波）
      - π～2π（負の半波）

不連続

連続

回路の絵
波形の絵

  - ゲート信号を半周期毎に出力する必要がある
    - 半周期毎のタイミングがずれると，半波非対称となる
  - 直流出力電圧平均値はどうなる？
    - 電源電圧　$v = \sqrt{2}V \sin wt$

## 位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流出力電圧平均値

$$E_d = \frac{1}{2p}\int_0^{2p} e_d dwt = \frac{1}{2p}\left\{\int_a^p vdwt + \int_{p+a}^{2p} -vdwt\right\}$$

$$= \frac{1}{2p}\left\{\int_a^p \sqrt{2}V \sin wtdwt + \int_{p+a}^{2p} -\sqrt{2}V \sin wtdwt\right\}$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2}p}\left\{[-\cos wt]_a^p - [-\cos wt]_{p+a}^{2p}\right\} = \frac{V}{\sqrt{2}p}\left\{[1+\cos a] - [-1-\cos a]\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{p}\frac{1+\cos a}{2} = \frac{2\sqrt{2}V}{p}\frac{\cos^2\frac{a}{2}+\sin^2\frac{a}{2}+\cos^2\frac{a}{2}-\sin^2\frac{a}{2}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{p}\cos^2\frac{a}{2}$$

半波整流
回路の2倍

## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 導通期間（点弧角α，消弧角β）
    - α～β（正の半波について）
    - π+α～π+β（負の半波について）
      - β>=π+αとなる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間はα～π+α
        - » ダイオードでは常に連続導通
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt} i_d + R i_d$$

      - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin a$$

$$i_0 = 0$$ ⇦ 不連続および，連続との境界

回路の絵
波形の絵

## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V \frac{w\cos a + s\sin a}{s^2 + w^2} = LsI_d + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2}V \frac{w\cos a + s\sin a}{s^2 + w^2} \frac{1}{Ls + R}$$

$$\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2 + w^2} \frac{1}{Ls + R} = \frac{aw + bs}{s^2 + w^2} + \frac{c}{Ls + R}$$

  - として部分分数展開

$$\begin{cases} a = \frac{R\cos a + wL\sin a}{R^2 + w^2L^2} \\ b = \frac{R\sin a - wL\cos a}{R^2 + w^2L^2} \\ c = -L\frac{R\sin a - wL\cos a}{R^2 + w^2L^2} \end{cases}$$ が得られる

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left(\frac{(R\cos a + wL\sin a)w + (R\sin a - wL\cos a)s}{s^2+w^2} - \frac{R\sin a - wL\cos a}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a + wL\sin a)\sin wt + (R\sin a - wL\cos a)\cos wt - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]$$

- 時間の原点を元に戻して

波形の絵

$$i_d(wt) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[-(R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\frac{R}{wL}\{wt-a\}\right) + (R\cos a + wL\sin a)\sin\{wt-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{wt-a\}\right]$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角βは

$$i_d(b) = 0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[-(R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\frac{R}{wL}\{b-a\}\right) + (R\cos a + wL\sin a)\sin\{b-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{b-a\}\right]$$

  - を満たす
- 連続導通となる条件は

$$b \geq p + a$$

  - すなわち

$$i_d(p+a) \geq 0$$

  - となればよい

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となる条件

$$
\begin{aligned}
i_d(p+a) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\Big[-(R\sin a - wL\cos a)\exp\!\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right) \\
&\quad +(R\cos a + wL\sin a)\sin\{p+a-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{p+a-a\}\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\Big[-(R\sin a - wL\cos a)\exp\!\left(-\tfrac{R}{wL}p\right) \\
&\quad +(R\cos a + wL\sin a)\sin p + (R\sin a - wL\cos a)\cos p\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\Big[-(R\sin a - wL\cos a)\exp\!\left(-\tfrac{R}{wL}p\right) - (R\sin a - wL\cos a)\Big] \\
&= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a + wL\cos a)\Big[\exp\!\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)+1\Big] \geq 0
\end{aligned}
$$

$\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2} > 0 \quad \exp\!\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)+1 > 0$ より $\quad -R\sin a + wL\cos a \geq 0$

$$\tan a \leq \frac{wL}{R} \quad \Rightarrow \quad a \leq \arctan\frac{wL}{R}$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 連続導通の時（厳密）
    - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

    - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V\sin a$$

$$i_0 \neq 0$$

    - ラプラス変換

$$\sqrt{2}V\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2+w^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2}V\frac{w\cos a + s\sin a}{s^2+w^2}\frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_0}{Ls+R}$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷 連続導通の時※厳密）
  – 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left(\frac{(R\cos a + wL\sin a)w + (R\sin a - wL\cos a)s}{s^2+w^2} - \frac{R\sin a - wL\cos a}{s+\frac{R}{L}}\right) + \frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

  - 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a + wL\sin a)\sin wt + (R\sin a - wL\cos a)\cos wt\right.$$
$$\left. - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)$$

  - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(wt) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a + wL\sin a)\sin\{wt-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{wt-a\}\right.$$
$$\left. - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right)\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right)$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷 連続導通の時※厳密）
  - 連続導通の時の電流初期値

$$i_d(p+a) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a + wL\sin a)\sin\{p+a-a\} + (R\sin a - wL\cos a)\cos\{p+a-a\}\right.$$
$$\left. - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right)\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right)$$
$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a + wL\sin a)\sin p + (R\sin a - wL\cos a)\cos p\right.$$
$$\left. - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)$$
$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[-(R\sin a - wL\cos a) - (R\sin a - wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)$$
$$= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a + wL\cos a)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)+1\right] + i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)$$
$$= i_0$$

よって　$i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right] = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a + wL\cos a)\left[1+\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right]$

$$i_0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a + wL\cos a)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{wL}p\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{wL}p\right)}$$

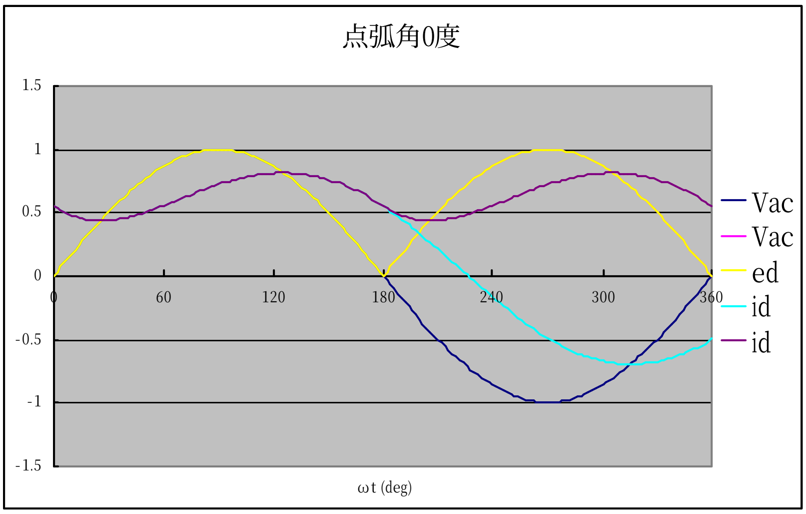
点弧角αがおおきくなると, 電流初期値も小さくなる

# 位相制御単相全波整流回路

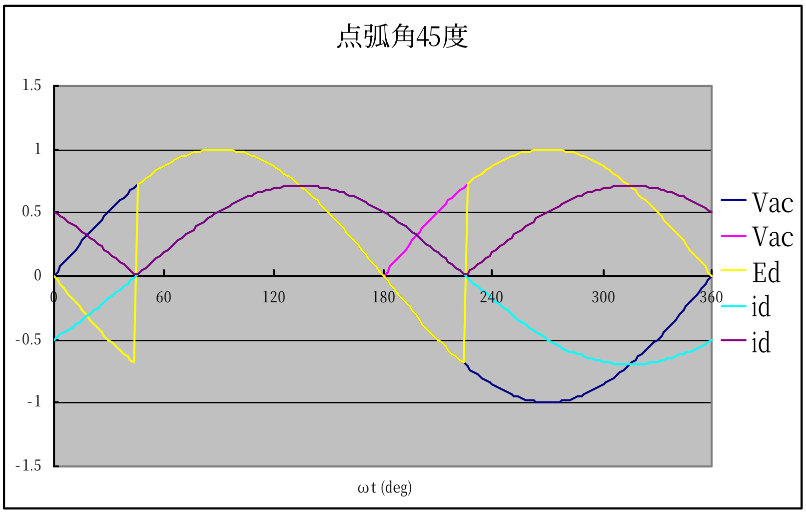
- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となったとき，どのような動作となるか？
      - 波形
      - Th1, Th1'が導通している状態で，Th2, Th2' に点弧パルスを与える
        - » Th2, Th2'が導通すると，Th1, Th1' と短絡回路形成
        - » 電源の内部インピーダンスがないと短絡電流発生
        - » Th1, Th1'が電源電圧で逆バイアスされターンオフ
        - » 電流連続の条件より，Th1, Th1' に流れていた電流がTh2, Th2' に移る → 転流
        - » サイリスタは自己消弧できず，転流に電源電圧が必要となるので $0 \le a < p$ とする必要がある

# 位相制御単相全波整流回路出力波形

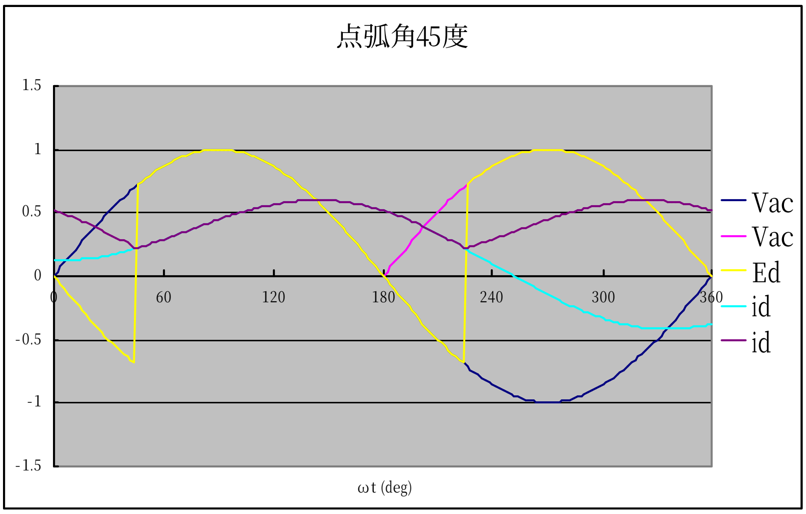
誘導負荷　点弧角0度



## 位相制御単相全波整流回路出力波形
誘導負荷　点弧角45度




## 位相制御単相全波整流回路出力波形
誘導負荷　点弧角45度（Lを倍にしたもの）



# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$E_d = \frac{1}{2p}\int_0^{2p} e_d dwt = \frac{1}{2p}\left\{\int_0^{a} -vdwt + \int_a^{p+a} vdwt + \int_{p+a}^{2p} -vdwt\right\}$$

$$= \frac{1}{p}\int_a^{p+a} \sqrt{2}V \sin wtdwt$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{p}\left[-\cos wt\right]_a^{p+a} = \frac{\sqrt{2}V}{p}\{-\cos(p+a)+\cos a\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{p}\cos a$$

$\frac{p}{2} < a < p$　に対して　$E_d < 0$　となるのか？

電流の符号は変わらないので, 負になったら逆変換？

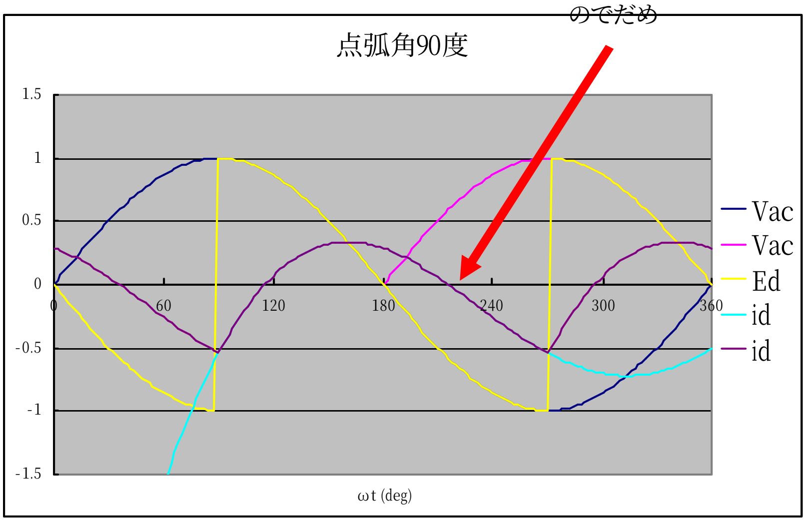
なので無理。不連続になる

でも　$\tan a \le \frac{wL}{R}$ ⇨ $a < \frac{p}{2}$

# 位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角90度

電流が負になっている のでだめ



## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷 (直流電源付)
  - 逆変換動作 (電力の向き直流→交流)を考える
    - 点弧角を $\frac{p}{2} < a < p$ とすると, 直流出力端子電圧が負になる

      $$E_d < 0$$

      - サイリスタの電流導通方向 (符号)は一定なので, 電力の符号が反転 → 逆変換
      - どうやって制約を超えるか? $\tan a \le \frac{wL}{R}$
      - 直流に電源を入れてみよう
        - » そもそも直流側が受動部品だけでは逆変換不可能

回路の絵

## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷 (直流電源付)の逆変換動作
  - 微分方程式 (正の半波導通状態)

$$v = e_L + e_R + v_{dc} = L\frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2} V \sin a$$

$$i_0 \ne 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{2} V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{2} V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s} \frac{1}{Ls + R}$$

## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left(\frac{(R\cos a+wL\sin a)w+(R\sin a-wL\cos a)s}{s^2+w^2}-\frac{R\sin a-wL\cos a}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}-\frac{v_{dc}}{R}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$\begin{aligned} i_d(t) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a+wL\sin a)\sin wt+(R\sin a-wL\cos a)\cos wt\right.\\ &\quad \left.-(R\sin a-wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right] \end{aligned}$$

- 時間の原点を元に戻して

$$\begin{aligned} i_d(wt) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(R\cos a+wL\sin a)\sin\{wt-a\}+(R\sin a-wL\cos a)\cos\{wt-a\}\right.\\ &\quad \left.-(R\sin a-wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right)\right]\\ &\quad +i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{wt-a\}\right)\right] \end{aligned}$$

## 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned} i_d(p+a) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(-R\sin a+wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right)\right.\\ &\quad \left.+(R\cos a+wL\sin a)\sin\{p+a-a\}+(R\sin a-wL\cos a)\cos\{p+a-a\}\right]\\ &\quad +i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}\{p+a-a\}\right)\right]\\ &= i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}\left[(-R\sin a+wL\cos a)\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right.\\ &\quad \left.+(R\cos a+wL\sin a)\sin p+(R\sin a-wL\cos a)\cos p\right]\\ &= i_0\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a+wL\cos a)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)+1\right]\\ &= i_0 \end{aligned}$$

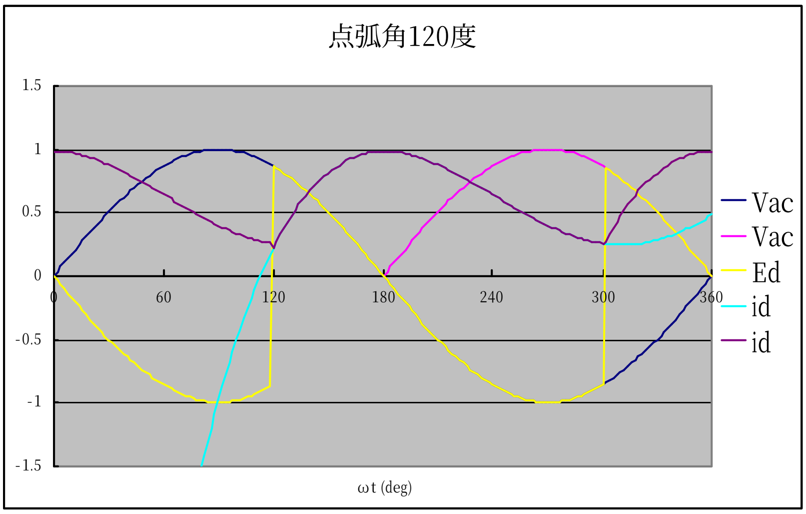
$$i_0\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right]=-\tfrac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)\right]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a+wL\cos a)\left[\exp\left(-\tfrac{R}{wL}p\right)+1\right]$$

よって $$i_0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+w^2L^2}(-R\sin a+wL\cos a)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{wL}p\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{wL}p\right)}-\frac{v_{dc}}{R}$$

Vdcを負にすれば, $\tan a \le \frac{wL}{R}$ の制約を考えなくてよくなる

# 位相制御単相全波整流回路出力波形

(直流電源付)の逆変換動作　点弧角120度




# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - これまでの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視
    - 考慮したらどうなるか？

    - 電源インピーダンスを含まない回路図
      - 点弧時に交流電流は瞬時に反転
        - » 概念図

    - 電源インピーダンスを含んだ回路図
      - 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない
        - » 概念図