

パワーエレクトロニクス

(舟木担当分)

第5回

- 転流重なり角
- 位相制御三相交直変換回路
- 逆変換運転

平成17年6月27日月曜日 3限目

変換器の出力調整

- 逆変換運転の復習
 - なぜ点弧角 $\alpha > \pi/2$ とすると逆変換運転になるか？
 - ダイオード
 - ON・OFF共非可制御
 - » 交直変換は整流のみ可能
 - サイリスタ
 - ONはゲート信号で制御可能
 - » 但し, 順バイアス印加時のみ
 - OFFは非可制御
 - » 但し, ON時の状態がゲート信号で変わるため, OFF時の状態も付随して変化する
 - 回路構成・条件によっては整流・逆変換の双方向変換が可能

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
 - これまでの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視
 - 考慮したらどうなるか？
- 電源インピーダンスを含まない回路図
 - 点弧時に交流電流は瞬時に反転
 - » 概念図
- 電源インピーダンスを含んだ回路図
 - 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない
 - » 概念図

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
 - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
 - 簡略化のための仮定
 - 転流期間中直流電流を一定
 - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
 - 転流期間を α
 - 点弧により, 交流側は短絡される
 - 回路ず
 - 回路の微分方程式
$$v = L_{ac} \frac{d}{dt} i_{ac}$$
$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$$
 - 点弧時の初期値
$$v_0 = \sqrt{2}V \sin \alpha$$
$$i_0 = -I_{dc}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 転流終了時 終端値)

$$v_{end} = \sqrt{2}V \sin(a + u)$$

$$i_{end} = I_{dc}$$

- ラプラス変換 時間の原点 $t=0$ を $\omega t=a$ に移動

$$\sqrt{2}V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} = L_{ac} s I_{ac} + L_{ac} I_{dc}$$

$$I_{ac} = \frac{1}{sL_{ac}} \left(\sqrt{2}V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} - L_{ac} I_{dc} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \frac{w \cos a + s \sin a}{s(s^2 + w^2)} - \frac{I_{dc}}{s}$$

$$\frac{1}{s} \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} = \frac{a}{s} + \frac{bs + cw}{s^2 + w^2} \longrightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{\cos a}{w} \\ b = -\frac{\cos a}{w} \\ c = \frac{\sin a}{w} \end{cases}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

$$I_{ac} = \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \left(\frac{\cos a}{w} \frac{1}{s} + \frac{1}{w} \frac{-s \cos a + w \sin a}{s^2 + w^2} \right) - \frac{I_{dc}}{s}$$

- 逆変換

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{wL_{ac}} (\cos a + \sin a \sin wt - \cos a \cos wt) - I_{dc}$$

- 時間の原点をもとにもどす

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{wL_{ac}} [\cos a + \sin a \sin(wt - a) - \cos a \cos(wt - a)] - I_{dc}$$

- 終端値の条件

$$\begin{aligned} i_{ac}\left(\frac{a+u}{w}\right) &= \frac{\sqrt{2}V}{wL_{ac}} [\cos a + \sin a \sin(a + u - a) - \cos a \cos(a + u - a)] - I_{dc} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{wL_{ac}} [\cos a + \sin a \sin u - \cos a \cos u] - I_{dc} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{wL_{ac}} [\cos a - \cos(a + u)] - I_{dc} = I_{dc} \end{aligned}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
 - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
 - 転流重なり角 u

$$\frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos a - \cos(a + u)] = 2I_{dc}$$

$$\cos(a + u) = \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}$$

$$u = \arccos\left(\cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right) - a$$

- 転流重なり期間中は交流回路短絡
 - » 直流出力端子電圧 $\rightarrow 0$
 - » 波形のえ
- 直流出力端子電圧への影響は？

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 u を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t = \frac{1}{2p} \left\{ \int_0^a -v d\omega t + \int_a^{a+u} 0 d\omega t + \int_{a+u}^{p+a} v d\omega t + \int_{p+a}^{p+a+u} 0 d\omega t + \int_{p+a+u}^{2p} -v d\omega t \right\} \\ &= \frac{1}{p} \int_{a+u}^{p+a} \sqrt{2}V \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{p} \left[-\cos \omega t \right]_{a+u}^{p+a} = \frac{\sqrt{2}V}{p} \{ -\cos(p+a) + \cos(a+u) \} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{p} \left\{ \cos a + \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{p} \left\{ 2 \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{p} \cos a - \frac{2\omega L_{ac}}{p} I_{dc} \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{2\omega L_{ac}}{p} I_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス (リアクタンス) 降下という

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 回路図

- 負荷には線間電圧が印加される

- 相電圧
 - 三相平衡

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{cases}$$

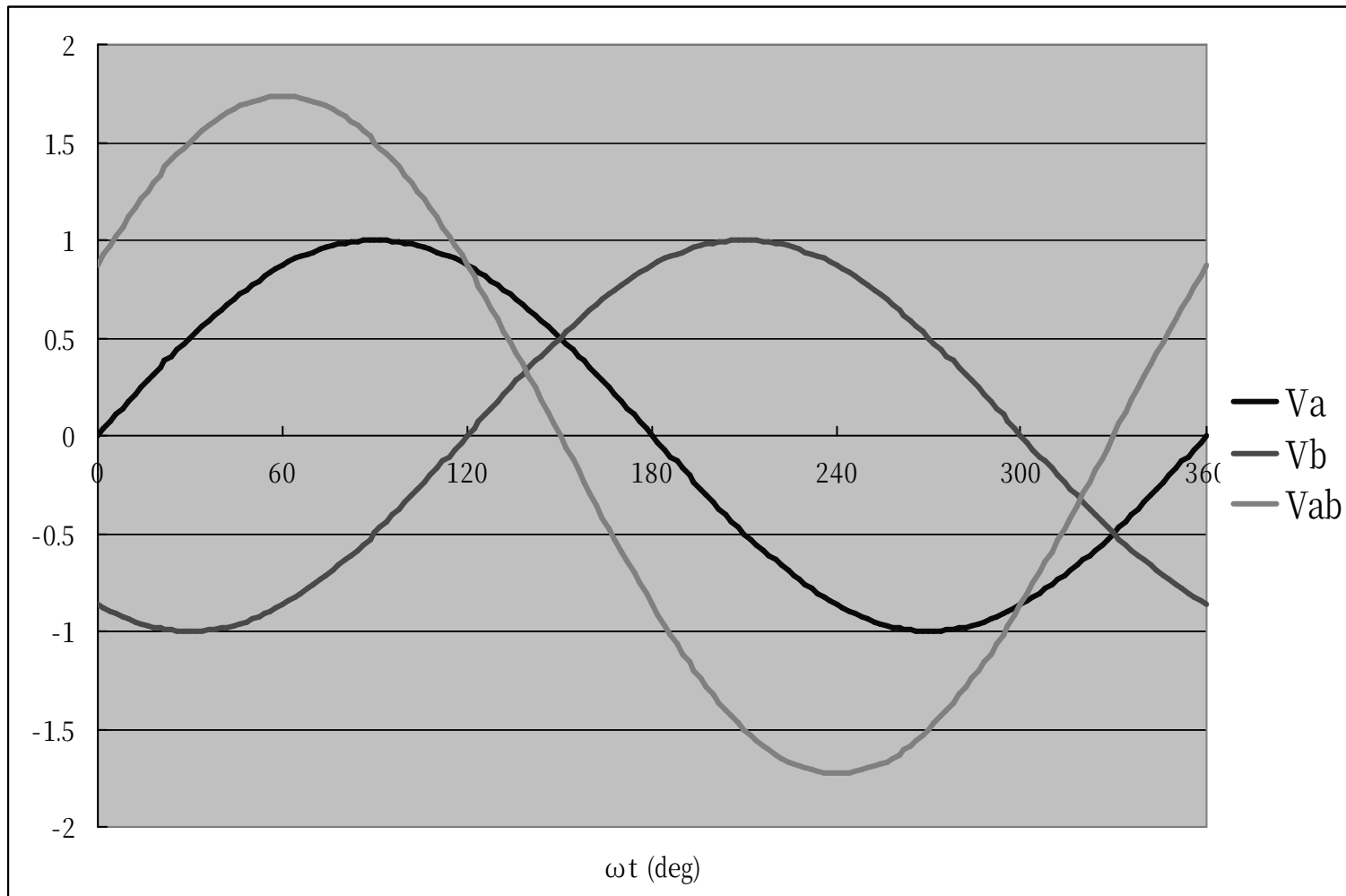
- 線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = v_a - v_b = \sqrt{2}V \{ \sin \omega t - \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{6}) \\ v_{bc} = v_b - v_c = \sqrt{2}V \{ \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{p}{2}) \\ v_{ca} = v_c - v_a = \sqrt{2}V \{ \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) - \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{5}{6}p) \\ v_{ba} = -v_{ab} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{5}{6}p) \\ v_{cb} = -v_{bc} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{2}) \\ v_{ac} = -v_{ca} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{p}{6}) \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 負荷には線間電圧が印加されるの絵

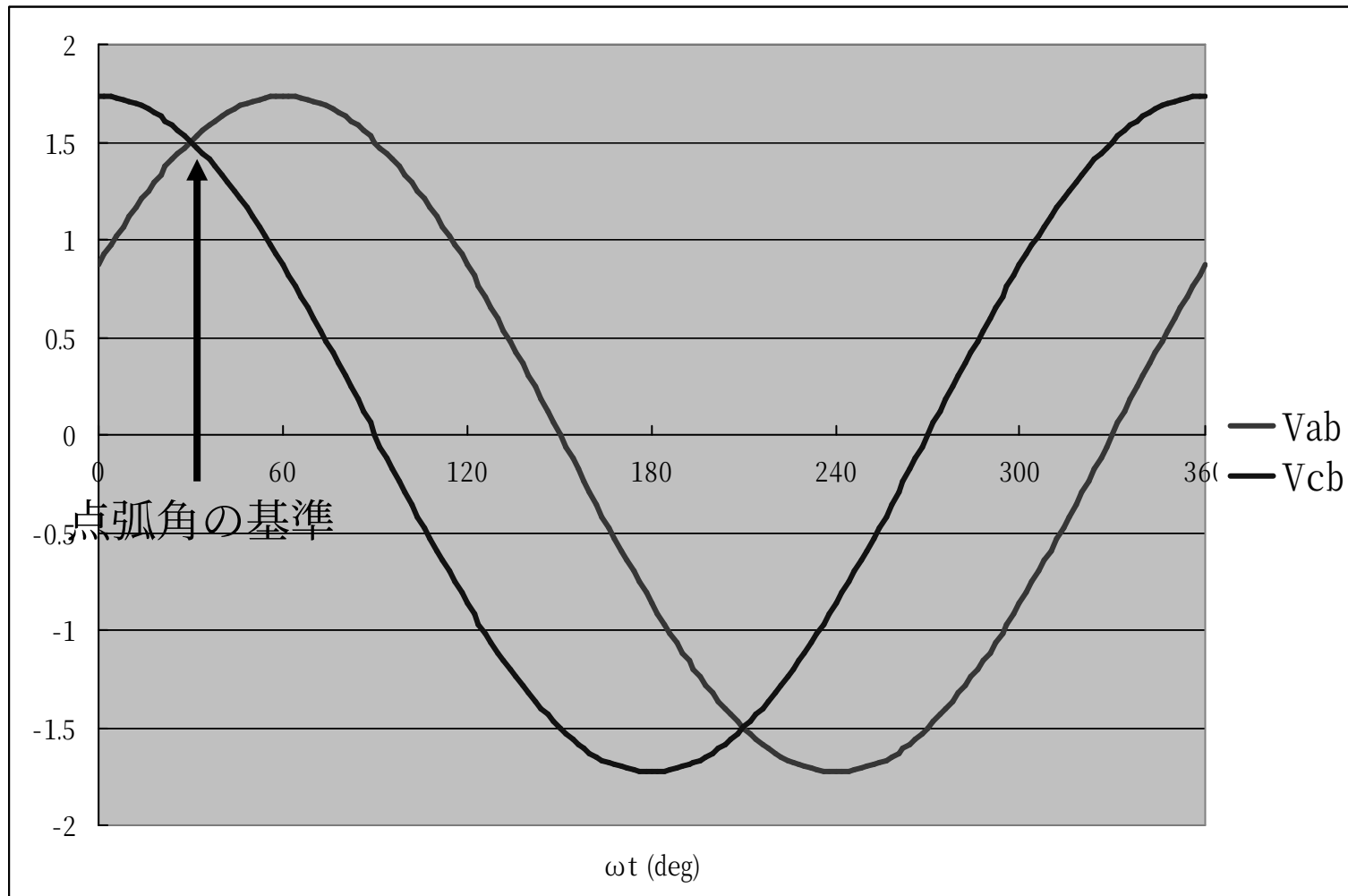


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角

- 線間電圧の零クロス点を基準 ($0 < \alpha < \pi$)

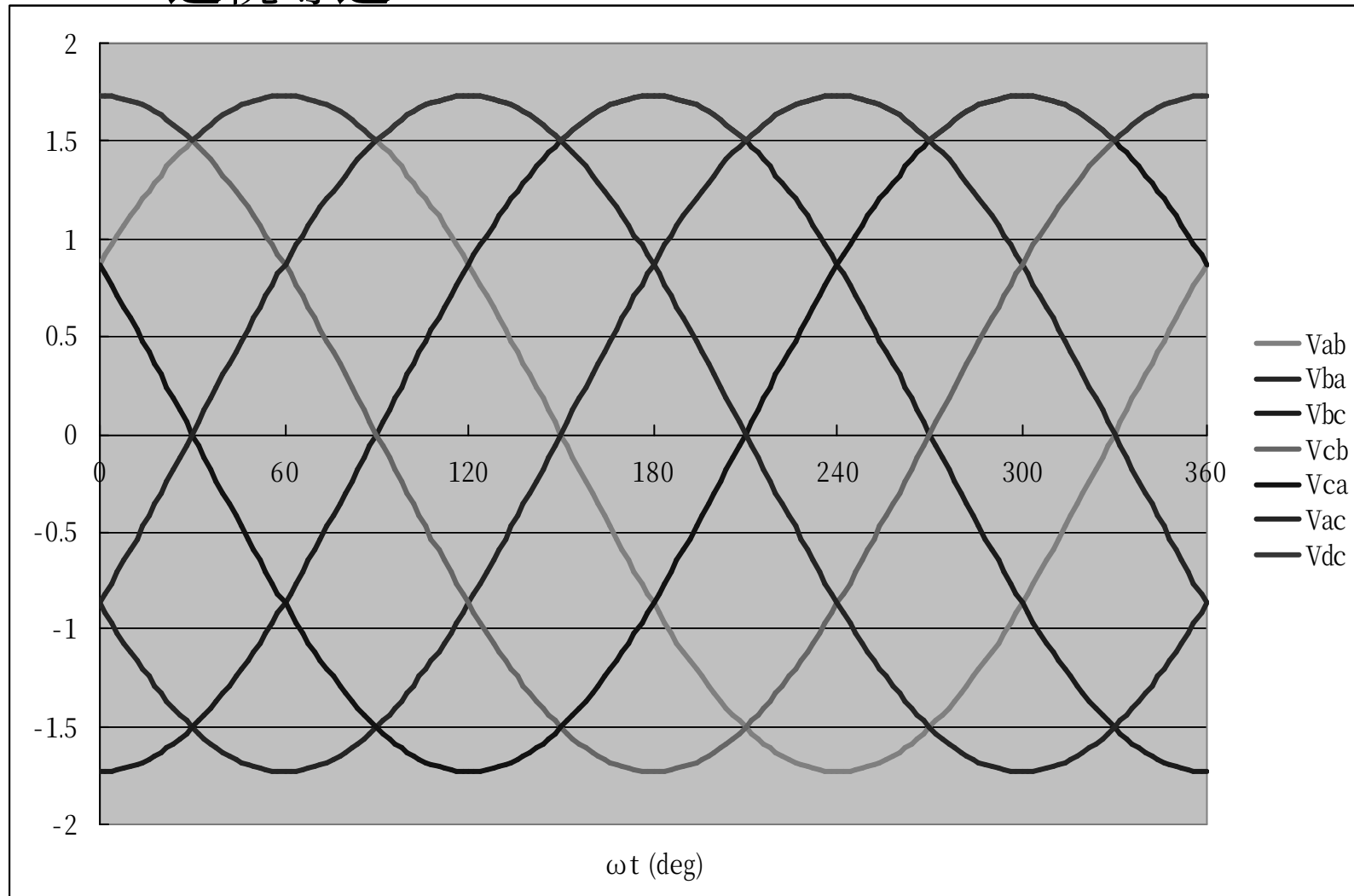


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

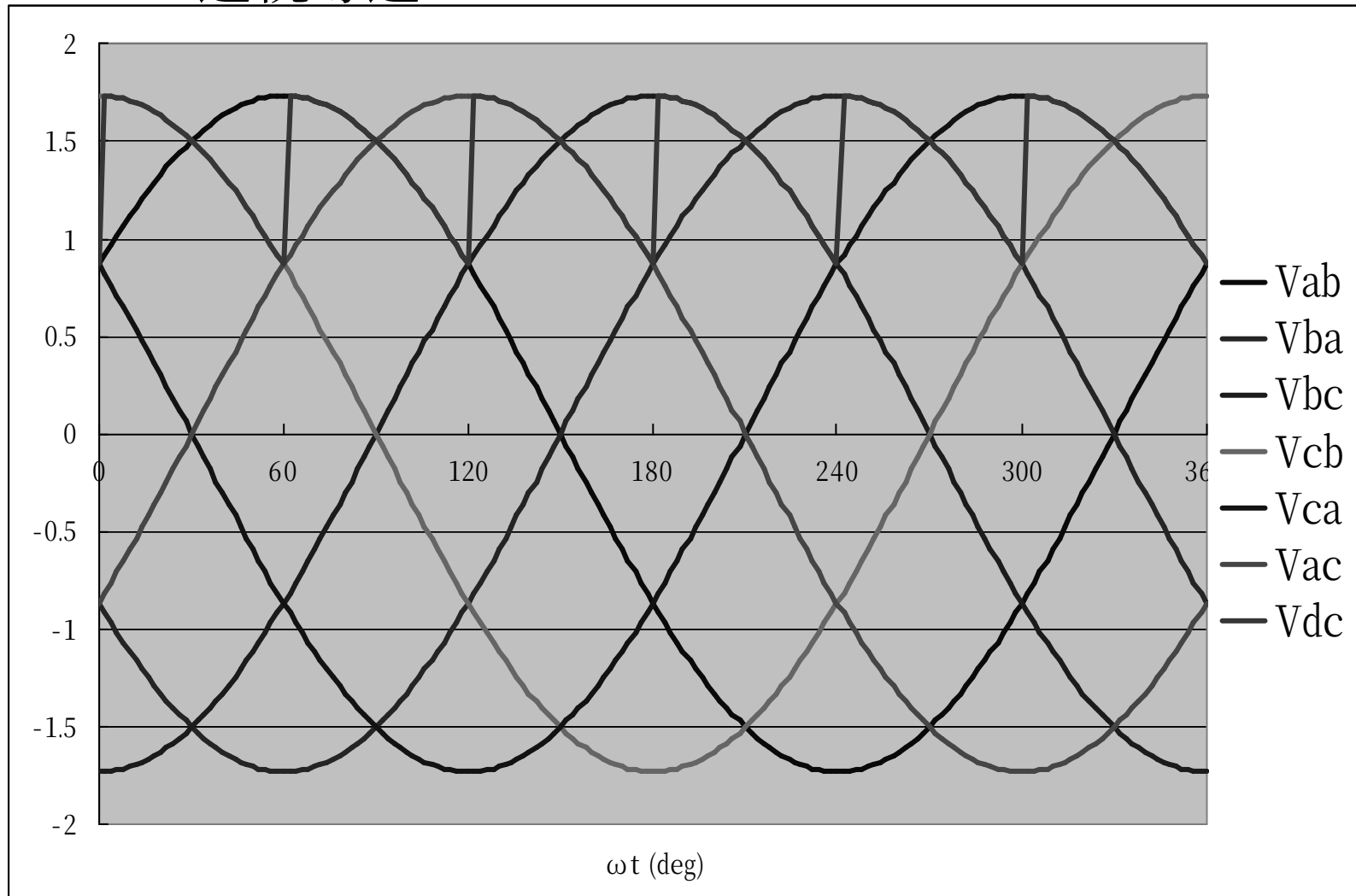
- 点弧角 $\alpha = 0^\circ$ (ダイオード整流回路と同じ)

- 連続導通 ゲート信号は1/6周期毎



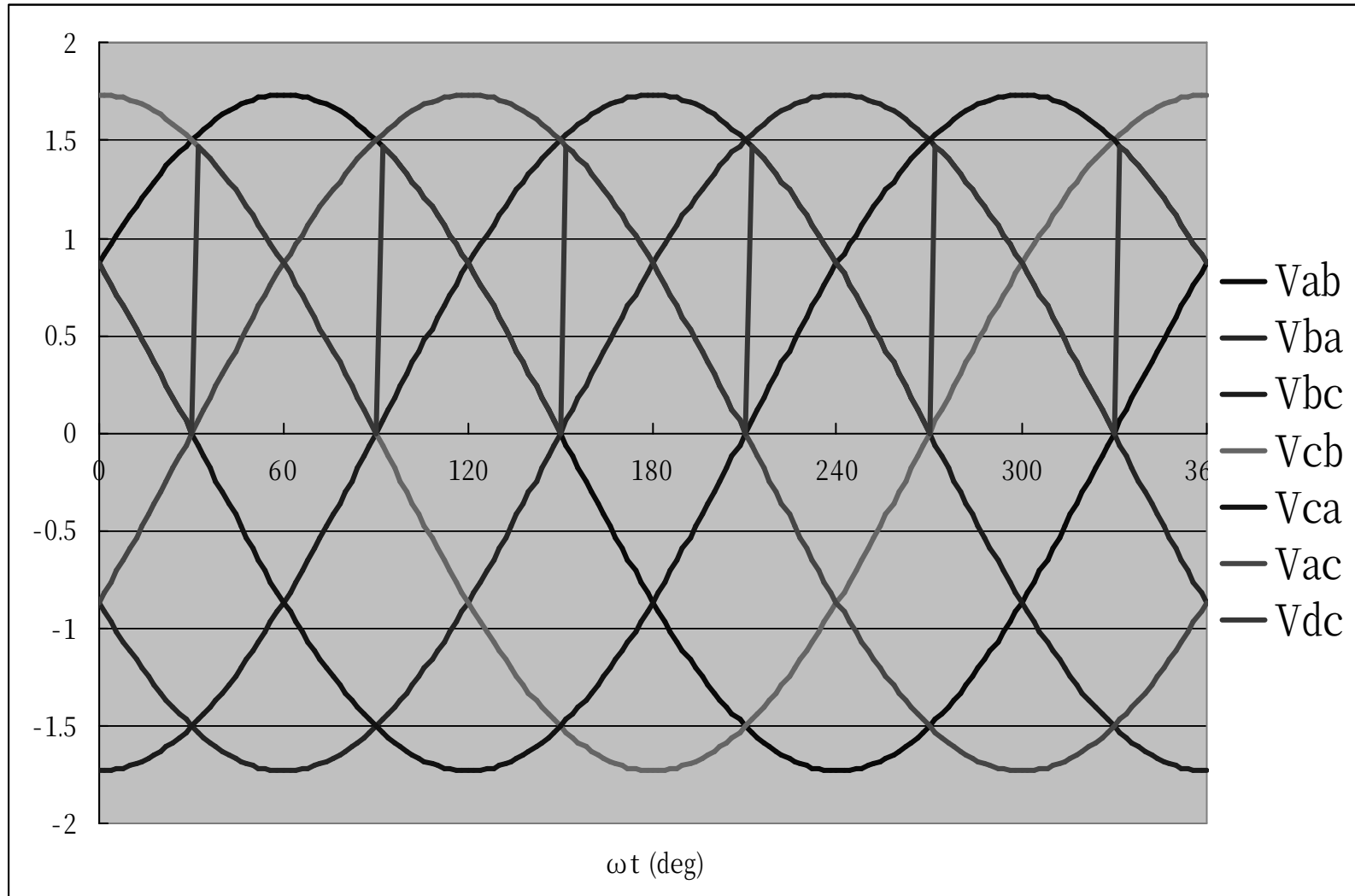
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 $\alpha = 30^\circ$
 - 連続導通



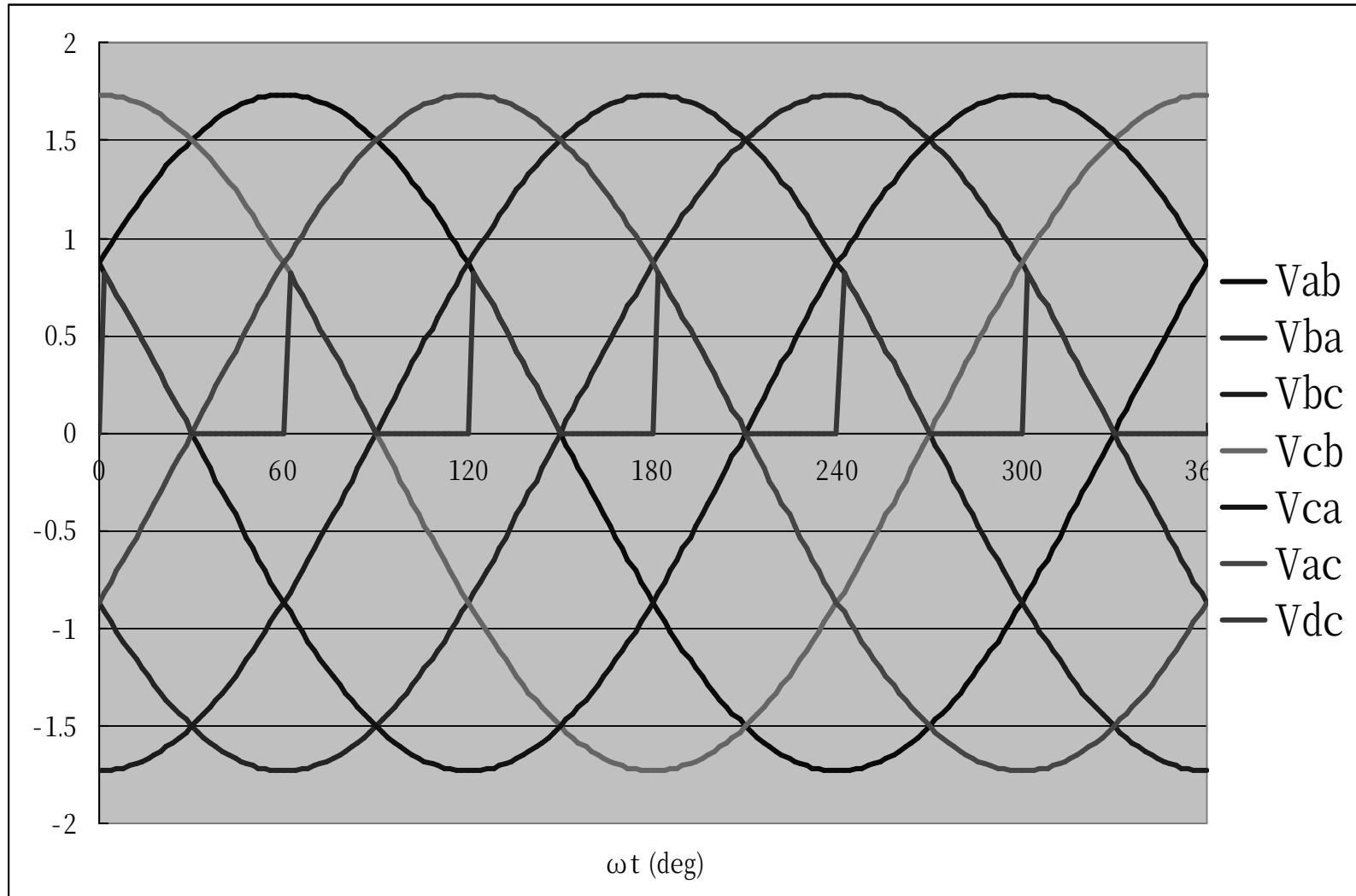
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 $\alpha = 60^\circ$
 - 連続導通



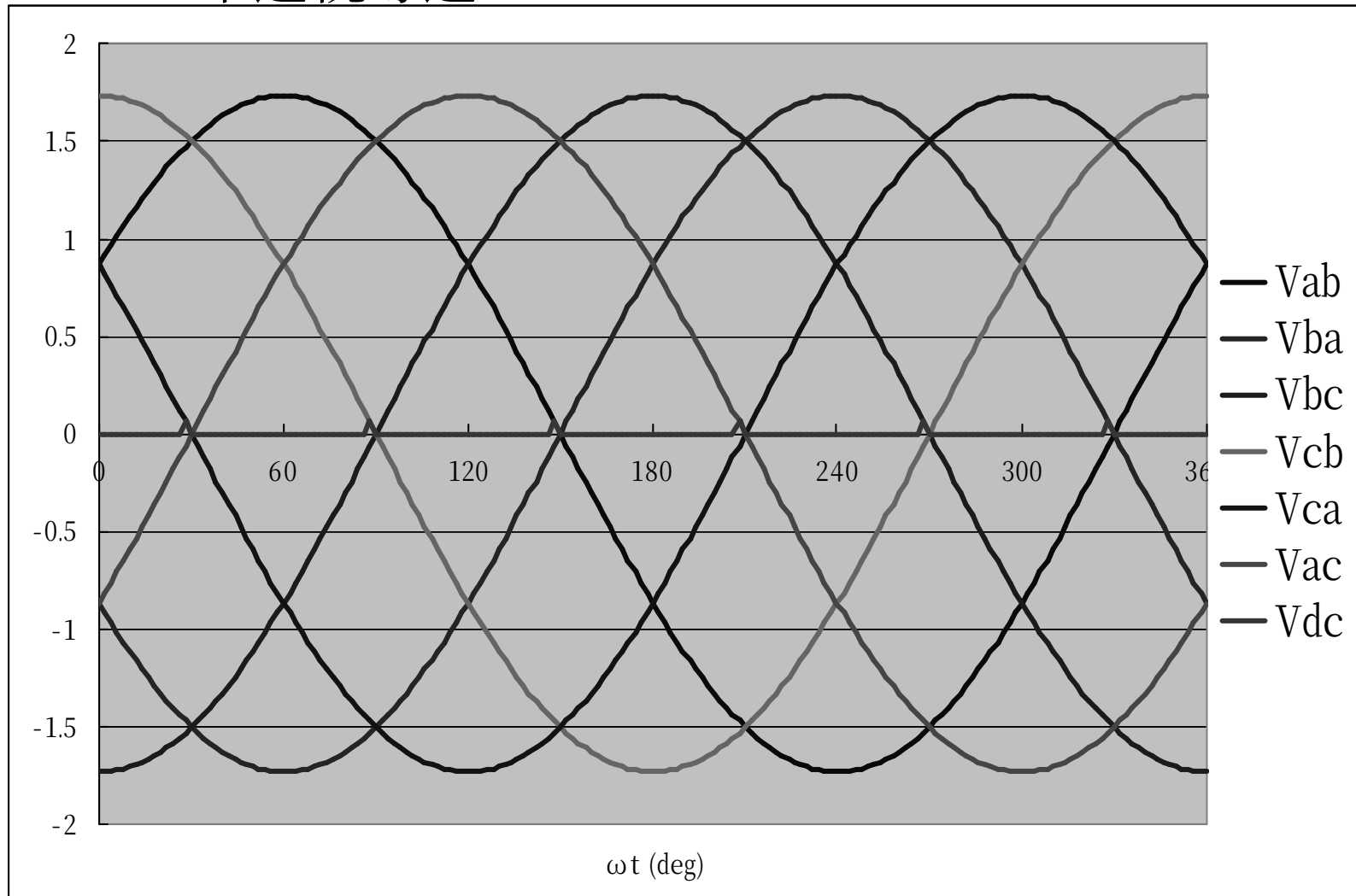
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 $\alpha = 90^\circ$
 - 不連続導通



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 $\alpha = 117^\circ$
 - 不連続導通



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧範囲

- $0 \leq \alpha < 120$

- $0 \leq \alpha < 180$ 度の間 $V_{ab} > V_{cb}$ である

- $120 < \alpha$ で $V_{ab} < 0$ となる

- » 逆バイアスとなるので点弧できない

- 連続導通範囲

- $0 \leq \alpha \leq 60$

- 不連続導通範囲

- $60 \leq \alpha < 120$

- 单相全波回路の場合

- 点弧範囲

- $0 \leq \alpha < 180$

- 連続導通範囲

- » $0 = \alpha$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 直流平均出力電圧

- 連続導通の範囲 ($60 \leq \alpha < 120$)

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt \\ &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}+a} v_{cb} dwt + \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} v_{ab} dwt + \int_{\frac{p}{2}+a}^{\frac{5p}{6}+a} v_{ac} dwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a} v_{bc} dwt + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{3p}{2}+a} v_{ba} dwt + \int_{\frac{3p}{2}+a}^{\frac{11p}{6}+a} v_{ca} dwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{2p} v_{cb} dwt \right] \\ &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \sqrt{3}V \sin\left(wt + \frac{p}{6} \right) dwt \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(wt + \frac{p}{6} \right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\frac{p}{2} + a + \frac{p}{6} \right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a + \frac{p}{6} \right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \cos a \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

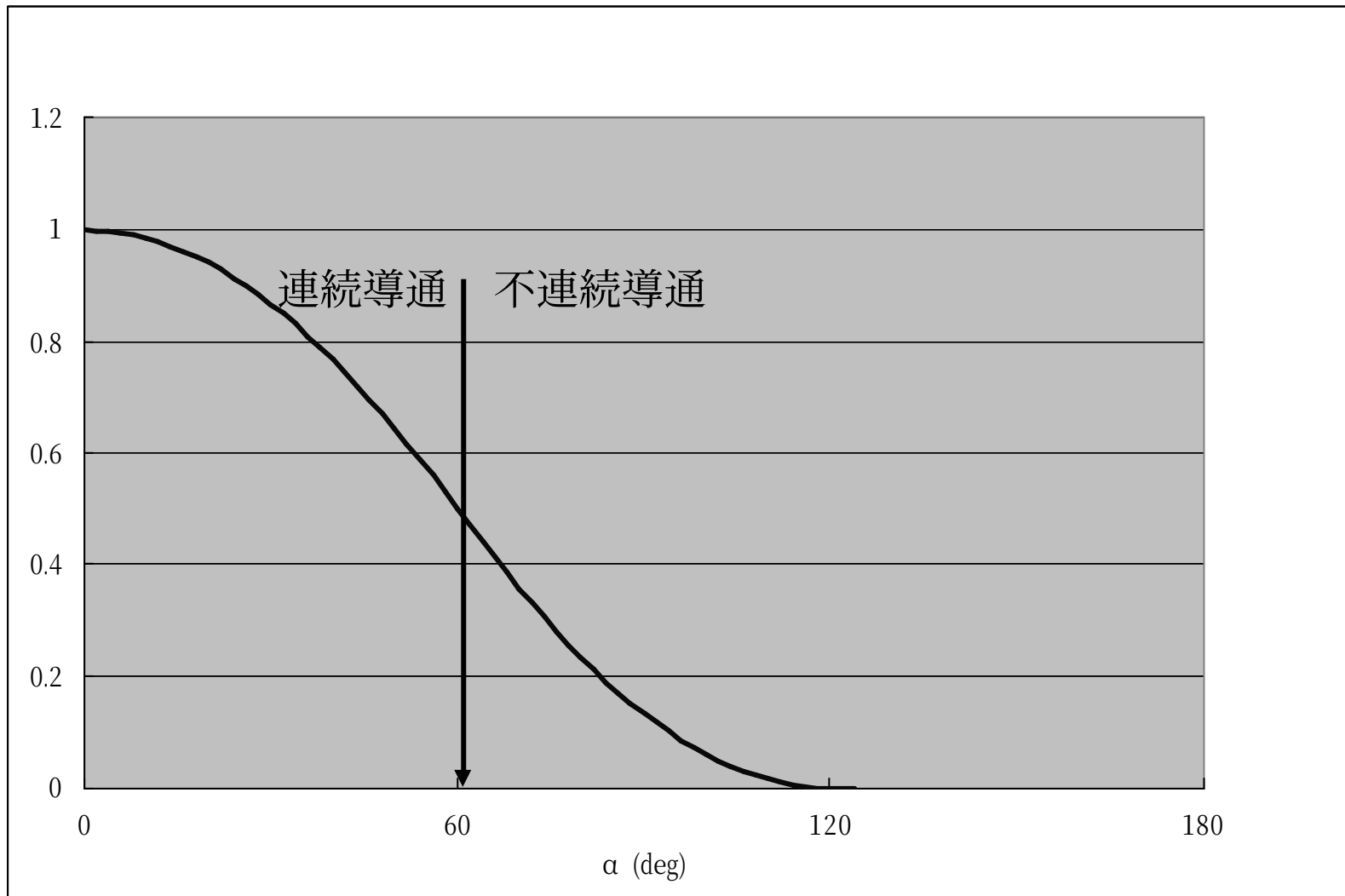
- 直流平均出力電圧

- 不連続導通の範囲 ($0 \leq \alpha \leq 60$)

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt \\ &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{2}} v_{cb} dwt + \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} v_{ab} dwt + \int_{\frac{p}{2}+a}^{\frac{3p}{2}} v_{ac} dwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}} v_{bc} dwt + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{13p}{6}} v_{ba} dwt + \int_{\frac{3p}{2}+a}^{\frac{5p}{2}} v_{ca} dwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{2p} v_{cb} dwt \right] \\ &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} \sqrt{3}V \sin\left(wt + \frac{p}{6}\right) dwt \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(wt + \frac{p}{6}\right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\frac{5p}{6} + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a + \frac{p}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[1 + \cos\left(\frac{p}{3} + a\right) \right] \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 直流平均出力電圧の点弧角特性



位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
 - 回路図
 - 負荷には線間電圧が印加される
直流出力端子には線間電圧が出力される)

相電圧

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin(\omega t - \frac{2}{3}p) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \frac{2}{3}p) \end{cases}$$

線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{6}) \\ v_{bc} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{p}{2}) \\ v_{ca} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{5}{6}p) \\ v_{ba} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{5}{6}p) \\ v_{cb} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{2}) \\ v_{ac} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{p}{6}) \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電圧・電流の振る舞い

- サイリスタの導通期間中, 出力される三相交流の線間電圧はL,Rが分担

- 負荷電圧

- » 導通期間中 $e_d = e_L + e_R = v_{xx}$

- » 非導通期間中 $e_d = e_L + e_R = 0$

↑
いずれかの
線間電圧

- Lの印加電圧 $e_L = L \frac{d}{dt} i_d$

- Rの印加電圧 $e_R = R i_d$

- サイリスタの印加電圧

- » 導通期間中 $e_{th} = 0$
通電電流が0以下になるまで導通を継続

- » 非導通期間中 $e_{th} = \text{線間電圧を分圧したもの}$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形 (周期定常状態) を求める

- 点弧角を α とする (線間電圧の零クロス点を基準)

- 点弧可能な範囲は？

- » 抵抗負荷のとき $0 \leq \alpha < 120^\circ$

- サイリスタがオン状態の微分方程式

$$v_{xx} = e_L + e_R = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

- オン時点の初期値

- » Th1がオンする時点を解析

- (1/6周期毎の対称波形)

- 点弧時点を時間の原点にとる $\omega t = \alpha + \frac{\pi}{6}$

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

- i_0 連続導通なら $i_0 \neq 0$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形 (周期定常状態) を求める

- ラプラス変換 (ab相線間電圧がオン)

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + a + \frac{p}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + s \sin\left(a + \frac{p}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = L s I_d - L i_0 + R I_d$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + s \sin\left(a + \frac{p}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{L s + R} + \frac{L i_0}{L s + R}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(a + \frac{p}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{p}{3})] \omega + [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})] s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
 - 出力電流波形を求める
 - 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \sin \omega t \right. \\ \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \cos \omega t \right. \\ \left. - \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right\} + i_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \sin\left(\omega t - a - \frac{p}{6}\right) \right. \\ \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \cos\left(\omega t - a - \frac{p}{6}\right) \right. \\ \left. - \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t - a - \frac{p}{6}\right)\right] \right\} \\ + i_0 \exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\omega t - a - \frac{p}{6}\right)\right]$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 Th2の点弧時)

$$\begin{aligned} i_d \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} \right) &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) + \omega L \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \sin \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right. \\ &\quad + \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \cos \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \\ &\quad - \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \exp \left[-\frac{R}{\omega L} \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right] \Big\} \\ &\quad + i_0 \exp \left[-\frac{R}{\omega L} \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) + \omega L \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \sin \frac{p}{3} \right. \\ &\quad + \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \cos \frac{p}{3} \\ &\quad - \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \exp \left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3} \right) \Big\} \\ &\quad + i_0 \exp \left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3} \right) \\ &= i_0 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 Th2の点弧時

$$\begin{aligned} i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \sin \frac{\rho}{3} \right. \\ &\quad + \left[R \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \cos \frac{\rho}{3} \\ &\quad \left. - \left[R \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \sin \frac{\rho}{3} \right. \\ &\quad - \left[R \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \cos \frac{\rho}{3} \\ &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ R \left[\cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \sin \frac{\rho}{3} - \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \cos \frac{\rho}{3} \right] \right. \\ &\quad + \omega L \left[\sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \sin \frac{\rho}{3} + \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \cos \frac{\rho}{3} \right] \\ &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\rho}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 Th2の点弧時)

$$\begin{aligned} i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(a + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin a + \omega L \cos a \right. \\ &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$i_0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

連続導通の限界 $i_0 = 0$

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
 - 出力電流波形を求める
 - 連続導通の限界

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right)} + R \left[\sin a \cos \frac{p}{3} + \cos a \sin \frac{p}{3} \right] - \omega L \left[\cos a \cos \frac{p}{3} - \sin a \sin \frac{p}{3} \right] = 0$$

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right)} + R \left[\frac{1}{2} \sin a + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a \right] - \omega L \left[\frac{1}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a \right] = 0$$

$$\begin{aligned} & \sin a \left\{ -R + \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] \right\} \\ & + \cos a \left\{ \omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\tan a = \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right]}{R - \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right]}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt \\ &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}+a} v_{cb} dwt + \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} v_{ab} dwt + \int_{\frac{p}{2}+a}^{\frac{5p}{6}+a} v_{ac} dwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a} v_{bc} dwt + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{3p}{2}+a} v_{ba} dwt + \int_{\frac{3p}{2}+a}^{\frac{11p}{6}+a} v_{ca} dwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{2p} v_{cb} dwt \right] \\ &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \sqrt{3}V \sin\left(wt + \frac{p}{6}\right) dwt \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(wt + \frac{p}{6}\right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\frac{p}{2} + a + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a + \frac{p}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \cos a \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷 直流電源付)
 - 逆変換動作 電力の向き直流→交流)を考える
 - 連続導通の条件で, 点弧角を $\frac{p}{2} < a < p$ とすると, 直流出力端子電圧が負になる
$$E_d < 0$$
 - サイリスタの電流導通方向 符号)は一定なので, 電力の符号が反転 → 逆変換
 - 直流に電源を入れて, 直流電源から交流側に電力を供給することを考える。

回路の絵

位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷 (直流電源付) の逆変換動作
– 微分方程式 (正の半波導通状態)

$$v_{xx} = e_L + e_R + v_{dc} = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(a + \frac{p}{6} + \frac{p}{6}\right) \quad i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + a + \frac{p}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + s \sin\left(a + \frac{p}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) + s \sin\left(a + \frac{p}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s} \frac{1}{Ls + R}$$

位相制御三相全波整流回路

- ・ 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作
- ・ 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(a + \frac{p}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{p}{3})]\omega + [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})]s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}} - \frac{V_{dc}}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right)$$

- ・ 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{p}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{p}{3})] \sin \omega t + [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})] \cos \omega t - [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})] \exp(-\frac{R}{L} t) \right\} + i_0 \exp(-\frac{R}{L} t) - \frac{V_{dc}}{R} [1 - \exp(-\frac{R}{L} t)]$$

- ・ 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{p}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{p}{3})] \sin(\omega t - a - \frac{p}{6}) + [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})] \cos(\omega t - a - \frac{p}{6}) - [R \sin(a + \frac{p}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{p}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - a - \frac{p}{6})] \right\} + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - a - \frac{p}{6})] - \frac{V_{dc}}{R} \{1 - \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - a - \frac{p}{6})]\}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作
 - 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned} i_d \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} \right) &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) + \omega L \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \sin \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right. \\ &\quad + \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \cos \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \\ &\quad \left. - \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \exp \left[-\frac{R}{\omega L} \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right] \right\} \\ &\quad + i_0 \exp \left[-\frac{R}{\omega L} \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right] - \frac{V_{dc}}{R} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{R}{\omega L} \left(a + \frac{p}{3} + \frac{p}{6} - a - \frac{p}{6} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) + \omega L \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \sin \frac{p}{3} \right. \\ &\quad + \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \cos \frac{p}{3} \\ &\quad \left. - \left[R \sin \left(a + \frac{p}{3} \right) - \omega L \cos \left(a + \frac{p}{3} \right) \right] \exp \left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3} \right) \right\} \\ &\quad + i_0 \exp \left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3} \right) - \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \exp \left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3} \right) \right] \\ &= i_0 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作
 - 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned}
 i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(a + \frac{p}{3} - \frac{p}{3}\right) + \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3} - \frac{p}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin a + \omega L \cos a \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } i_0 = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right)} + R \sin\left(a + \frac{p}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) \right\} - \frac{V_{dc}}{R}$$

$$V_{dc} \text{を負にすれば, } \tan a \leq \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right]}{R - \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{p}{3}\right) \right]} \quad \text{の制約を考えなくてよくなる}$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
 - これらの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視
 - 考慮したらどうなるか？
- 電源インピーダンスを含まない回路図
 - 点弧時に交流電流は瞬時に反転
 - » 概念図
- 電源インピーダンスを含んだ回路図
 - 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない
 - » 概念図

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
 - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
 - 簡略化のための仮定
 - 転流期間中直流電流を一定
 - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
 - 転流期間をu
 - 点弧により, 交流側三相のうち二相が短絡される
 - 回路ず
 - Th1点弧時にac相が短絡される
 - 回路の微分方程式

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} i_c - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
 - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
 - 回路の微分方程式

$$i_b = i_{dc} \quad \text{直流電流一定の仮定} \quad \frac{d}{dt} i_b = 0 \quad i_a + i_c = i_{dc}$$

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} (i_{dc} - i_a) - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \end{cases}$$

$$v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b$$

$$2L_{ac} \frac{d}{dt} i_a = v_a - v_c$$

$$\frac{d}{dt} i_a = \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \quad v_{ac} = \sqrt{6}V \sin\left(\omega t - \frac{p}{6}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{2L_{ac}} \sin\left(\omega t - \frac{p}{6}\right)$$

$$i_a = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{p}{6}\right)$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
 - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
 - 回路の微分方程式
 - » Th1に点弧信号を与えたときの初期条件

$$i_a\left(a + \frac{p}{6}\right) = 0 \qquad i_c\left(a + \frac{p}{6}\right) = i_{dc}$$

$$0 = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(a + \frac{p}{6} - \frac{p}{6}\right)$$

$$i_{a0} = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos a$$

- » 転流中におけるTh1電流の応答

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos a - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{p}{6}\right) \\ &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos\left(\omega t - \frac{p}{6}\right) \right] \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 回路の微分方程式

- » 転流重なり角を u とすると, 転流終了時の条件

$$\begin{aligned}i_a\left(a + \frac{p}{6} + u\right) &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos\left(a + \frac{p}{6} + u - \frac{p}{6}\right)\right] \\&= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos(a + u)\right] \\&= i_{dc}\end{aligned}$$

$$\cos(a + u) = \cos a - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc}$$

- » 転流中において直流側に現れる電圧

$$\begin{aligned}e_d &= v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \\&= v_{ab} - L_{ac} \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \\&= v_{ab} - \frac{1}{2} v_{ac}\end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 u を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d dwt = \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} e_d dwt \\ &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left(v_{ab} - \frac{1}{2} v_{ac} \right) dwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{p}{2}+a} v_{ab} dwt \right\} \\ &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} v_{ab} dwt - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} v_{ac} dwt \right\} \\ &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \sqrt{6}V \sin \left(wt + \frac{p}{6} \right) dwt - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \sqrt{6}V \sin \left(wt - \frac{p}{6} \right) dwt \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} \sin \left(wt + \frac{p}{6} \right) dwt - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \sin \left(wt - \frac{p}{6} \right) dwt \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \left[-\cos \left(wt + \frac{p}{6} \right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{2}+a} - \frac{1}{2} \left[-\cos \left(wt - \frac{p}{6} \right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 u を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ -\cos\left(\frac{p}{2} + a + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a + \frac{p}{6}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[-\cos\left(\frac{p}{6} + a + u - \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a - \frac{p}{6}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ -\cos\left(a + \frac{2}{3}p\right) + \cos\left(a + \frac{p}{3}\right) - \frac{1}{2} \left[-\cos(a + u) + \cos a \right] \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \cos a - \frac{1}{2} \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc} \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \cos a - \frac{3\omega L_{ac}}{p} i_{dc} \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{3\omega L_{ac}}{p} i_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス (リアクタンス) 降下という