

パワーエレクトロニクス

(舟木担当分)

第5回

- 転流重なり角
- 位相制御三相交直変換回路
- 逆変換運転

平成17年6月27日月曜日 3限目

変換器の出力調整

- 逆変換運転の復習
 - なぜ点弧角 $> \pi/2$ とすると逆変換運転になるか？
 - ダイオード
 - ON/OFF 共非可制御
 - » 交直変換は整流のみ可能
 - サイリスタ
 - ONはゲート信号で制御可能
 - » 但し, 順バイアス印加時のみ
 - OFFは非可制御
 - » 但し, ON時の状態がゲート信号で変わるため, OFF時の状態も付随して変化する
 - 回路構成 条件によっては整流 逆変換の双方向変換が可能

位相制御単相全波整流回路

• 転流重なり角

– これまでの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視

• 考慮したらどうなるか？

• 電源インピーダンスを含まない回路図

– 点弧時に交流電流は瞬時に反転

» 概念図

• 電源インピーダンスを含んだ回路図

– 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない

» 概念図

位相制御単相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

• 簡略化のための仮定

– 転流期間中直流電流を一定

– 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える

– 転流期間を α

• 点弧により,交流側は短絡される

– 回路ず

• 回路の微分方程式

$$v = L_{ac} \frac{d}{dt} i_{ac}$$

$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

• 点弧時の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin \alpha$$

$$i_0 = -I_{dc}$$

位相制御単相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 転流終了時 (終端値)

$$v_{end} = \sqrt{2}V \sin(a + u)$$

$$i_{end} = I_{dc}$$

- ラプラス変換 時間の原点 $t=0$ を $t=$ に移動

$$\sqrt{2}V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} = L_{ac} s I_{ac} + L_{ac} I_{dc}$$

$$I_{ac} = \frac{1}{s L_{ac}} \left(\sqrt{2}V \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} - L_{ac} I_{dc} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \frac{w \cos a + s \sin a}{s(s^2 + w^2)} - \frac{I_{dc}}{s}$$

$$\frac{1}{s} \frac{w \cos a + s \sin a}{s^2 + w^2} = \frac{a}{s} + \frac{bs + cw}{s^2 + w^2} \rightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{\cos a}{w} \\ b = -\frac{\cos a}{w} \\ c = \frac{\sin a}{w} \end{cases}$$

位相制御単相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

$$I_{ac} = \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \left(\frac{\cos a}{w} \frac{1}{s} + \frac{1}{w} \frac{-s \cos a + w \sin a}{s^2 + w^2} \right) - \frac{I_{dc}}{s}$$

- 逆変換

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{w L_{ac}} (\cos a + \sin a \sin wt - \cos a \cos wt) - I_{dc}$$

– 時間の原点をもとにもどす

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{w L_{ac}} [\cos a + \sin a \sin(wt - a) - \cos a \cos(wt - a)] - I_{dc}$$

– 終端値の条件

$$i_{ac}\left(\frac{a+u}{w}\right) = \frac{\sqrt{2}V}{w L_{ac}} [\cos a + \sin a \sin(a + u - a) - \cos a \cos(a + u - a)] - I_{dc}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{w L_{ac}} [\cos a + \sin a \sin u - \cos a \cos u] - I_{dc}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{w L_{ac}} [\cos a - \cos(a + u)] - I_{dc} = I_{dc}$$

位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 転流重なり角 u

$$\frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos a - \cos(a + u)] = 2I_{dc}$$

$$\cos(a + u) = \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}$$

$$u = \arccos\left(\cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right) - a$$

- 転流重なり期間中は交流回路短絡

- » 直流出力端子電圧 0

- » 波形のえ

- 直流出力端子電圧への影響は？

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 u を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t = \frac{1}{2p} \left\{ \int_0^a -v d\omega t + \int_a^{a+u} 0 d\omega t + \int_{a+u}^{p+a} v d\omega t + \int_{p+a}^{p+a+u} 0 d\omega t + \int_{p+a+u}^{2p} -v d\omega t \right\} \\ &= \frac{1}{p} \int_{a+u}^{p+a} \sqrt{2}V \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{p} [-\cos \omega t]_{a+u}^{p+a} = \frac{\sqrt{2}V}{p} \{-\cos(p+a) + \cos(a+u)\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{p} \left\{ \cos a + \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{p} \left\{ 2 \cos a - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{p} \cos a - \frac{2\omega L_{ac}}{p} I_{dc} \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{2\omega L_{ac}}{p} I_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス (リアクタンス) 降下という

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 回路図

- 負荷には線間電圧が印加される

- 相電圧
 - 三相平衡

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin (\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin (\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{cases}$$

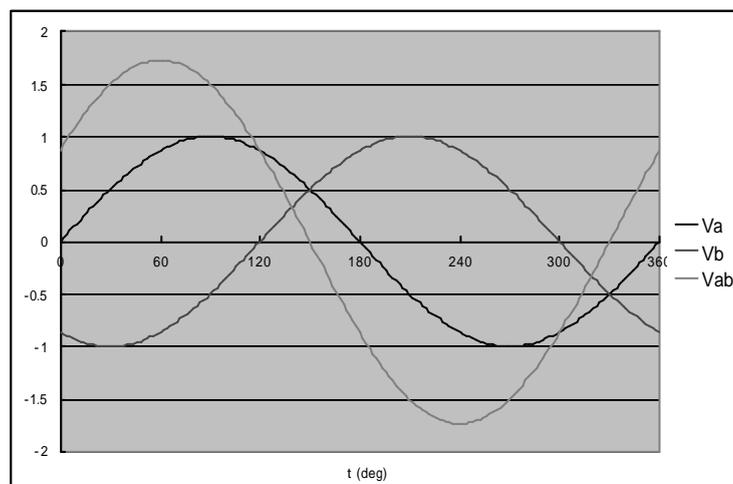
- 線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = v_a - v_b = \sqrt{2}V \{ \sin \omega t - \sin (\omega t - \frac{2}{3}\pi) \} = \sqrt{6}V \sin (\omega t + \frac{\pi}{6}) \\ v_{bc} = v_b - v_c = \sqrt{2}V \{ \sin (\omega t - \frac{2}{3}\pi) - \sin (\omega t + \frac{2}{3}\pi) \} = \sqrt{6}V \sin (\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ v_{ca} = v_c - v_a = \sqrt{2}V \{ \sin (\omega t + \frac{2}{3}\pi) - \sin (\omega t - \frac{2}{3}\pi) \} = \sqrt{6}V \sin (\omega t + \frac{5}{6}\pi) \\ v_{ba} = -v_{ab} = \sqrt{6}V \sin (\omega t - \frac{5}{6}\pi) \\ v_{cb} = -v_{bc} = \sqrt{6}V \sin (\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ v_{ac} = -v_{ca} = \sqrt{6}V \sin (\omega t - \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 負荷には線間電圧が印加されるの絵

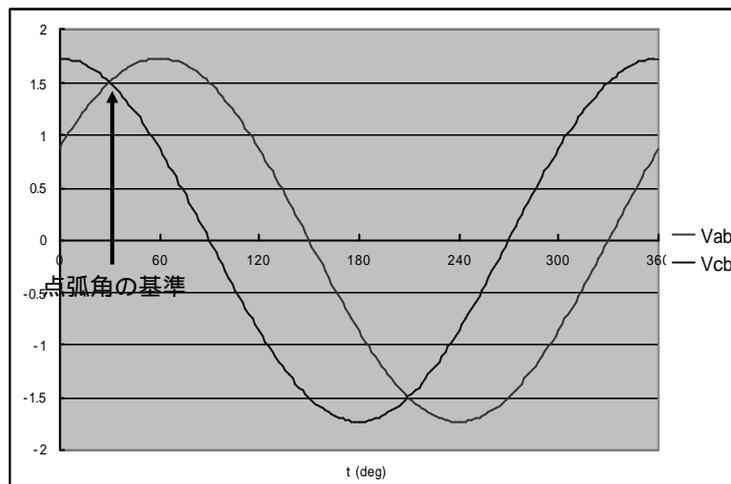


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角

- 線間電圧の零クロス点を基準 ($0 < \alpha < 90^\circ$)

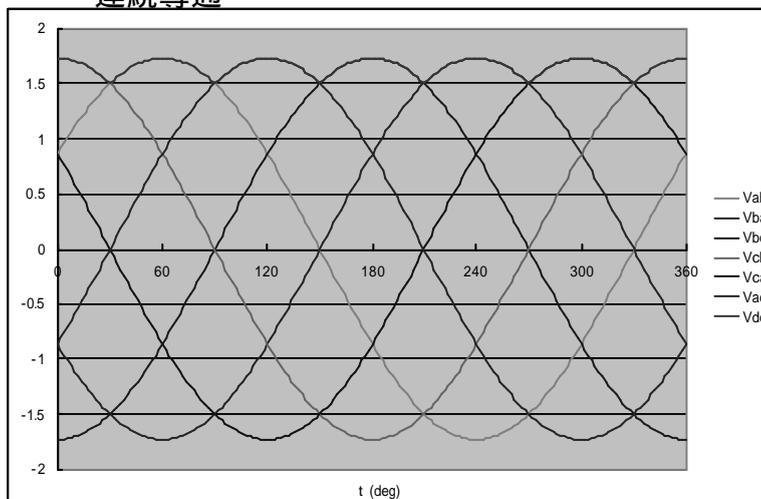


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

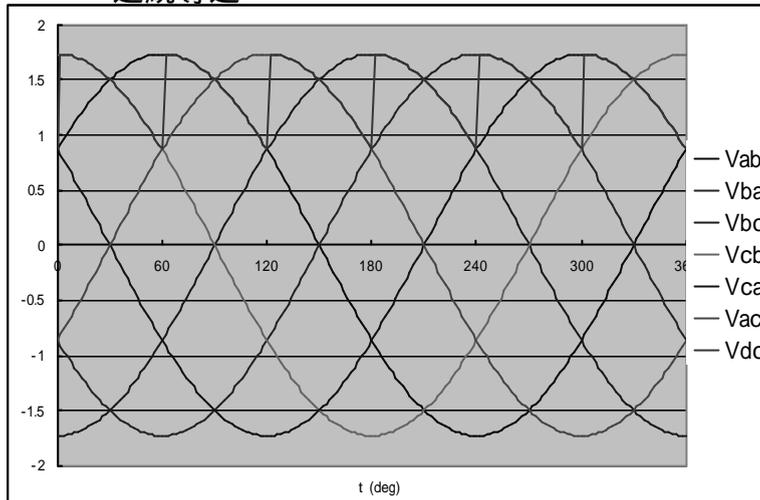
- 点弧角 $\alpha = 0^\circ$ (ダイオード整流回路と同じ)

- 連続導通 ゲート信号は1/6周期毎



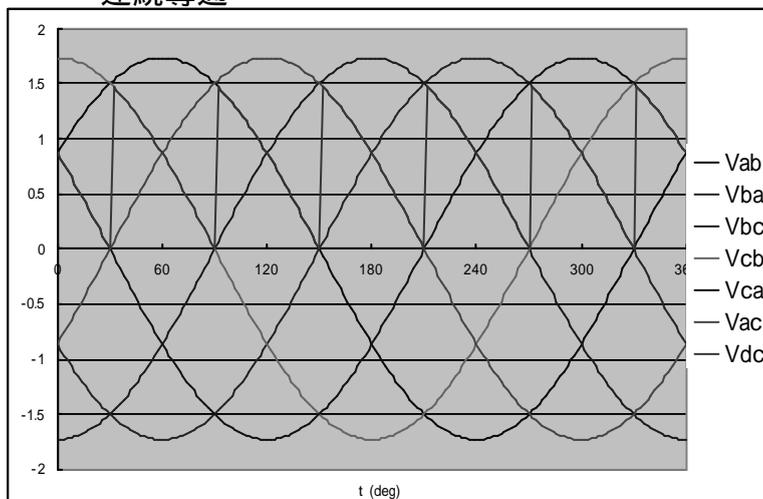
位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 = 30度
 - 連続導通



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧角 = 60度
 - 連続導通

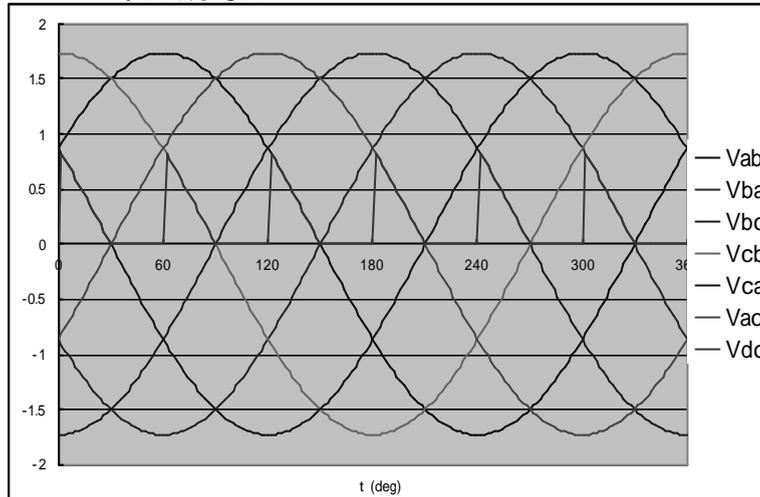


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角 = 90度

- 不連続導通

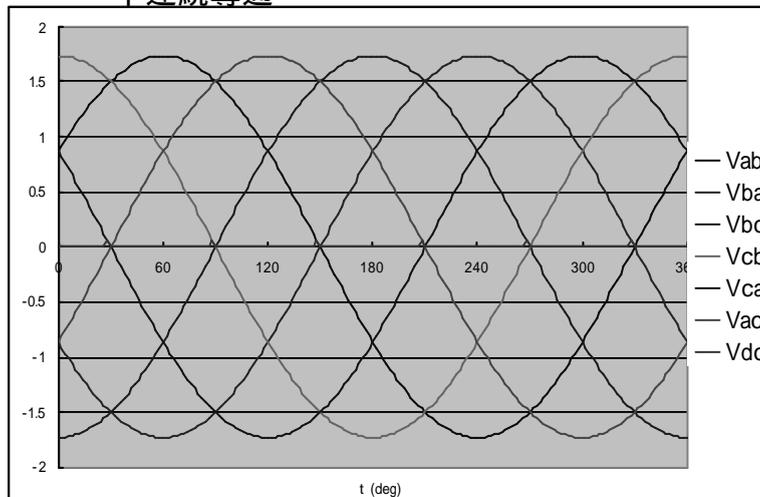


位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角 = 117度

- 不連続導通



位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 点弧範囲
 - $0 < \alpha < 120$
 - $0 < \alpha < 180$ 度の間 $V_{ab} > V_{cb}$ である
 - $120 < \alpha$ で $V_{ab} < 0$ となる
 - » 逆バイアスとなるので点弧できない
 - 連続導通範囲
 - $0 < \alpha < 60$
 - 不連続導通範囲
 - $60 < \alpha < 120$
 - 単相全波回路の場合
 - 点弧範囲
 - $0 < \alpha < 180$
 - 連続導通範囲
 - » $0 =$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
 - 直流平均出力電圧
 - 連続導通の範囲 ($60 < \alpha < 120$)

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t \\
 &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}+\alpha} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}+\alpha}^{\frac{5p}{6}+\alpha} v_{ac} d\omega t \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}+\alpha}^{\frac{7p}{6}+\alpha} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7p}{6}+\alpha}^{\frac{3p}{2}+\alpha} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}+\alpha}^{\frac{11p}{6}+\alpha} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11p}{6}+\alpha}^{2p} v_{cb} d\omega t \right] \\
 &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{p}{6}\right) d\omega t \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{p}{6}\right) \right]_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\frac{p}{2} + \alpha + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + \alpha + \frac{p}{6}\right) \right] \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \cos \alpha
 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 直流平均出力電圧

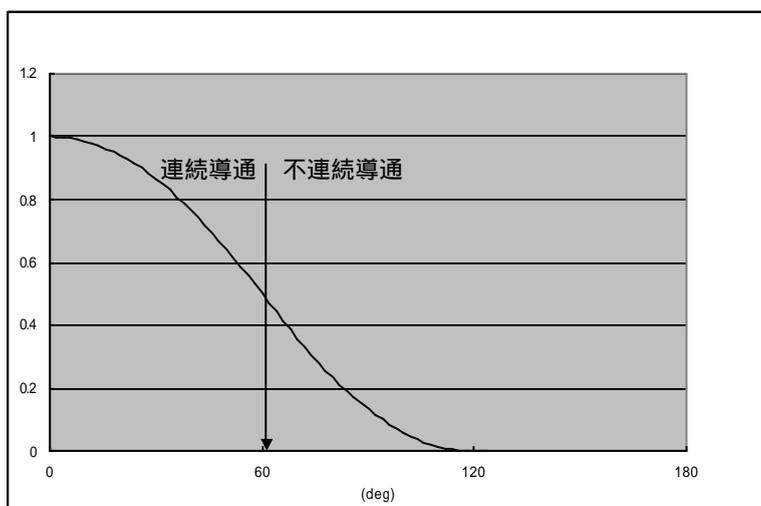
- 不連続導通の範囲 (0 60)

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t \\
 &= \frac{1}{2p} \left[\int_0^{\frac{p}{6}} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{p}{2}+a}^{\frac{3p}{2}} v_{ac} d\omega t \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{13p}{6}} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3p}{2}+a}^{\frac{5p}{2}} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{2p} v_{cb} d\omega t \right] \\
 &= \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{p}{6}\right) d\omega t \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{p}{6}\right) \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[-\cos\left(\frac{5p}{6} + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a + \frac{p}{6}\right) \right] \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left[1 + \cos\left(\frac{p}{3} + a\right) \right]
 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 直流平均出力電圧の点弧角特性



位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 回路図

- 負荷には線間電圧が印加される
(直流出力端子には線間電圧が出力される)

相電圧

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi \right) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin \left(\omega t + \frac{2}{3}\pi \right) \end{cases}$$

線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\ v_{bc} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ v_{ca} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t + \frac{5}{6}\pi \right) \\ v_{ba} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t - \frac{5}{6}\pi \right) \\ v_{cb} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ v_{ac} = \sqrt{6}V \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{6} \right) \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電圧・電流の振る舞い

- サイリスタの導通期間中, 出力される三相交流の線間電圧はL,Rが分担

- 負荷電圧

- » 導通期間中 $e_d = e_L + e_R = v_{xx}$

- » 非導通期間中 $e_d = e_L + e_R = 0$

← いくつかの線間電圧

- Lの印加電圧 $e_L = L \frac{d}{dt} i_d$

- Rの印加電圧 $e_R = R i_d$

- サイリスタの印加電圧

- » 導通期間中 $e_{th} = 0$
通電電流が0以下になるまで導通を継続

- » 非導通期間中 $e_{th} =$ 線間電圧を分圧したもの

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形 (周期定常状態) を求める

- 点弧角を α とする (線間電圧の零クロス点を基準)

- 点弧可能な範囲は?

- » 抵抗負荷のとき $0 \leq \alpha < 120 \text{ deg}$

- サイリスタがオン状態の微分方程式

$$v_{xx} = e_L + e_R = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

- オン時点の初期値

- » Th1がオンする時点解析

- (1/6周期毎の対称波形)

- 点弧時点を時間の原点にとる $\omega t = \alpha + \frac{\pi}{6}$

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$i_0 \quad \text{連続導通なら } i_0 \neq 0$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形 (周期定常状態) を求める

- ラプラス変換 (ab相線間電圧がオン)

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = L s I_d - L i_0 + R I_d$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{L i_0}{Ls + R}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \omega + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin \omega t \right. \\ \left. + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos \omega t \right. \\ \left. - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp(-\frac{R}{L}t) \right\} + i_0 \exp(-\frac{R}{L}t)$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}) \right. \\ \left. + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}) \right. \\ \left. - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6})] \right\} \\ + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6})]$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 (Th2の点弧時)

$$i_d(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}) \right. \\ \left. + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}) \right. \\ \left. - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L}(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6})] \right\} \\ + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L}(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6})] \\ = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\ \left. + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos \frac{\pi}{3} \right. \\ \left. - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}) \right\} \\ + i_0 \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}) \\ = i_0$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 (Th2の点弧時)

$$\begin{aligned}
 i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\
 &\quad + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\
 &\quad \left. - \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[R \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\
 &\quad - \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ R \left[\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{3} - \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} \right] \right. \\
 &\quad + \omega L \left[\sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{3} + \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} \right] \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値 (Th2の点弧時)

$$\begin{aligned}
 i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(a + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\
 &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin a + \omega L \cos a \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$i_0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

連続導通の限界 $i_0 = 0$

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- 連続導通の限界

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3})} + R \left[\sin a \cos \frac{\pi}{3} + \cos a \sin \frac{\pi}{3} \right] - \omega L \left[\cos a \cos \frac{\pi}{3} - \sin a \sin \frac{\pi}{3} \right] = 0$$

$$\frac{-R \sin a + \omega L \cos a}{1 - \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3})} + R \left[\frac{1}{2} \sin a + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a \right] - \omega L \left[\frac{1}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a \right] = 0$$

$$\sin a \left\{ -R + \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} + \cos a \left\{ \omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} = 0$$

$$\tan a = \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right]}{R - \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right]}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}+a} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+a}^{\frac{\pi}{2}+a} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+a}^{\frac{5\pi}{6}+a} v_{ac} d\omega t \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+a}^{\frac{7\pi}{6}+a} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+a}^{\frac{3\pi}{2}+a} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+a}^{\frac{11\pi}{6}+a} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+a}^{2\pi} v_{cb} d\omega t \right] \\ &= \frac{6}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+a}^{\frac{\pi}{2}+a} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+a}^{\frac{\pi}{2}+a} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2} + a + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + a + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \cos a \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷 (直流電源付)
 - 逆変換動作 (電力の向き直流 交流) を考える
 - 連続導通の条件で, 点弧角を $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ とすると, 直流出力端子電圧が負になる

$$E_d < 0$$
 - サイリスタの電流導通方向 (符号) は一定なので, 電力の符号が反転 逆変換
 - 直流に電源を入れて, 直流電源から交流側に電力を供給することを考える。

回路の絵

位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷 (直流電源付) の逆変換動作
 - 微分方程式 (正の半波導通状態)

$$v_{xx} = e_L + e_R + v_{dc} = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \quad i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = L s I_d - L i_0 + R I_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{L i_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s} \frac{1}{Ls + R}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(a + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{\pi}{3})] \omega + [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}} - \frac{v_{dc}}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right)$$

- 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{\pi}{3})] \sin \omega t + [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \cos \omega t - [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \exp(-\frac{R}{L} t) \right\} + i_0 \exp(-\frac{R}{L} t) - \frac{v_{dc}}{R} [1 - \exp(-\frac{R}{L} t)]$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{\pi}{3})] \sin(\omega t - a - \frac{\pi}{6}) + [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \cos(\omega t - a - \frac{\pi}{6}) - [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - a - \frac{\pi}{6})] \right\} + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - a - \frac{\pi}{6})] - \frac{v_{dc}}{R} \{1 - \exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - a - \frac{\pi}{6})]\}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作
- 連続導通の時の電流初期値

$$i_d(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{\pi}{3})] \sin(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - a - \frac{\pi}{6}) + [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \cos(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - a - \frac{\pi}{6}) - [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L}(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - a - \frac{\pi}{6})] \right\} + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L}(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - a - \frac{\pi}{6})] - \frac{v_{dc}}{R} \{1 - \exp[-\frac{R}{\omega L}(a + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - a - \frac{\pi}{6})]\}$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(a + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(a + \frac{\pi}{3})] \sin \frac{\pi}{3} + [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \cos \frac{\pi}{3} - [R \sin(a + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(a + \frac{\pi}{3})] \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}) \right\} + i_0 \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}) - \frac{v_{dc}}{R} [1 - \exp(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3})]$$

$$= i_0$$

位相制御三相全波整流回路

• 誘導性負荷 (直流電源付) の逆変換動作

• 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned}
 i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(\alpha + \frac{\rho}{3} - \frac{\rho}{3}\right) + \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\rho}{3} - \frac{\rho}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha \right. \\
 &\quad \left. + \left[R \sin\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } i_0 = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right)} + R \sin\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\rho}{3}\right) \right\} - \frac{V_{dc}}{R}$$

Vdcを負にすれば, $\tan \alpha \leq \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right]}{R - \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\rho}{3}\right) \right]}$ の制約を考えなくてよくなる

位相制御三相全波整流回路

• 転流重なり角

– これらの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視

• 考慮したらどうなるか？

• 電源インピーダンスを含まない回路図

– 点弧時に交流電流は瞬時に反転

» 概念図

• 電源インピーダンスを含んだ回路図

– 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない

» 概念図

位相制御三相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

• 簡略化のための仮定

- 転流期間中直流電流を一定
- 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
- 転流期間を α

• 点弧により, 交流側三相のうち二相が短絡される

- 回路ず
- Th1点弧時にac相が短絡される
- 回路の微分方程式

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} i_c - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \end{cases}$$

位相制御三相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

– 回路の微分方程式

$$i_b = i_{dc} \quad \text{直流電流一定の仮定} \quad \frac{d}{dt} i_b = 0 \quad i_a + i_c = i_{dc}$$

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} (i_{dc} - i_a) - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \end{cases}$$

$$v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b$$

$$2L_{ac} \frac{d}{dt} i_a = v_a - v_c$$

$$\frac{d}{dt} i_a = \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \quad v_{ac} = \sqrt{6}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{2L_{ac}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$i_a = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

位相制御三相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

– 回路の微分方程式

» Th1に点弧信号を与えたときの初期条件

$$i_a\left(a + \frac{\rho}{6}\right) = 0 \quad i_c\left(a + \frac{\rho}{6}\right) = i_{dc}$$

$$0 = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(a + \frac{\rho}{6} - \frac{\rho}{6}\right)$$

$$i_{a0} = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos a$$

» 転流中におけるTh1電流の応答

$$i_a = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos a - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{\rho}{6}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos\left(\omega t - \frac{\rho}{6}\right) \right]$$

位相制御三相全波整流回路

• 転流重なり角

– 交流電源の内部インピーダンスを考慮

– 回路の微分方程式

» 転流重なり角を u とすると, 転流終了時の条件

$$i_a\left(a + \frac{\rho}{6} + u\right) = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos\left(a + \frac{\rho}{6} + u - \frac{\rho}{6}\right) \right]$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos(a + u) \right]$$

$$= i_{dc}$$

$$\cos(a + u) = \cos a - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc}$$

» 転流中において直流側に現れる電圧

$$e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b$$

$$= v_{ab} - L_{ac} \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac}$$

$$= v_{ab} - \frac{1}{2} v_{ac}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 α を考慮

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{1}{2p} \int_0^{2p} e_d d\omega t = \frac{6}{2p} \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} e_d d\omega t \\
 &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha} (v_{ab} - \frac{1}{2}v_{ac}) d\omega t + \int_{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t \right\} \\
 &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha} v_{ac} d\omega t \right\} \\
 &= \frac{3}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{p}{6}) d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha} \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{p}{6}) d\omega t \right\} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} \sin(\omega t + \frac{p}{6}) d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha} \sin(\omega t - \frac{p}{6}) d\omega t \right\} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \left[-\cos(\omega t + \frac{p}{6}) \right]_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{2}+\alpha} - \frac{1}{2} \left[-\cos(\omega t - \frac{p}{6}) \right]_{\frac{p}{6}+\alpha}^{\frac{p}{6}+\alpha+\alpha} \right\}
 \end{aligned}$$

位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 α を考慮

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ -\cos\left(\frac{p}{2} + \alpha + \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + \alpha + \frac{p}{6}\right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[-\cos\left(\frac{p}{6} + \alpha + \alpha - \frac{p}{6}\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + \alpha - \frac{p}{6}\right) \right] \right\} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ -\cos\left(\alpha + \frac{2}{3}p\right) + \cos\left(\alpha + \frac{p}{3}\right) - \frac{1}{2} \left[-\cos(\alpha + \alpha) + \cos \alpha \right] \right\} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \left\{ \cos \alpha - \frac{1}{2} \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc} \right\} \\
 &= \frac{3\sqrt{6}V}{p} \cos \alpha - \frac{3\omega L_{ac}}{p} i_{dc}
 \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は $\frac{3\omega L_{ac}}{p} i_{dc}$ 低下する

転流インピーダンス (リアクタンス) 降下という