

パワーエレクトロニクス

(舟木担当分)

第6回

- サイリスタ変換器逆変換運転
- 自励式変換器

平成17年7月04日月曜日 3限目

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- インダクタンス → 無限大

- 定電流源

$$I_{dc} = \text{const}$$

- 点弧角 α

- 交流側から見た力率

- 交流電流の基本波・高調波成分

- 交流電源のインピーダンス無視した場合

- 転流重なり無し

- 回路図

- 電圧・電流波形

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流

- $0 \leq \omega t < \pi/6 + \alpha$ $I_a = 0$

- $\pi/6 + \alpha \leq \omega t < \pi/2 + \alpha$ $I_a = I_{dc}$

- $\pi/2 + \alpha \leq \omega t < \pi/6 + \alpha + \pi$ $I_a = 0$

- $\pi/6 + \alpha + \pi \leq \omega t < \pi/2 + \alpha + \pi$ $I_a = -I_{dc}$

- $\pi/2 + \alpha + \pi \leq \omega t < 3\pi/2 + \alpha$ $I_a = 0$

- フーリエ級数展開

- 実フーリエ級数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx \\ b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx \end{cases}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} I_{dc} \cos wtdwt + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a} -I_{dc} \cos wtdwt \right\} = \frac{I_{dc}}{p} \left\{ [\sin wt]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} + [-\sin wt]_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a} \right\} \\
 &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ \sin\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin\left(\frac{p}{6} + a\right) - \sin\left(\frac{11}{6}p + a\right) + \sin\left(\frac{7}{6}p + a\right) \right\} \\
 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \sin\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} = -\frac{2\sqrt{3}}{p} I_{dc} \sin a \\
 b_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} I_{dc} \sin wtdwt + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a} -I_{dc} \sin wtdwt \right\} = \frac{I_{dc}}{p} \left\{ [-\cos wt]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} + [\cos wt]_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a} \right\} \\
 &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ -\cos\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a\right) + \cos\left(\frac{11}{6}p + a\right) - \cos\left(\frac{7}{6}p + a\right) \right\} \\
 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ -\cos\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} = \frac{2\sqrt{3}}{p} I_{dc} \cos a
 \end{aligned}$$

- ベクトル (実効値) で表した基本波成分

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\sqrt{6}}{p} I_{dc} (\cos a - j \sin a) \quad \Rightarrow \quad \text{点弧角 } \alpha \text{ がそのまま力率角となる}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} I_{dc} \cos nwt dw + \int_{\frac{7}{6}p+a}^{\frac{11}{6}p+a} -I_{dc} \cos nwt dw \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ \sin nwt \Big|_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} + \left[-\sin nwt \right]_{\frac{7}{6}p+a}^{\frac{11}{6}p+a} \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) - \sin n\left(\frac{11}{6}p + a\right) + \sin n\left(\frac{7}{6}p + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) - \sin \left[n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + np \right] + \sin \left[n\left(\frac{p}{6} + a\right) + np \right] \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) - (-1)^n \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + (-1)^n \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ \left[1 - (-1)^n \right] \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \left[1 - (-1)^n \right] \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^n \right] \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} I_{dc} \sin nwt dw + \int_{\frac{7}{6}p+a}^{\frac{11}{6}p+a} -I_{dc} \sin nwt dw \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ [-\cos nwt]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} + [\cos nwt]_{\frac{7}{6}p+a}^{\frac{11}{6}p+a} \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ -\cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) + \cos n\left(\frac{11}{6}p + a\right) - \cos n\left(\frac{7}{6}p + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ -\cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) + \cos\left[n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + np\right] - \cos\left[n\left(\frac{p}{6} + a\right) + np\right] \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ -\cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) + (-1)^n \cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - (-1)^n \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left\{ [-1 + (-1)^n] \cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) + [1 - (-1)^n] \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{np} [1 - (-1)^n] \left\{ \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) - \cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

$$i_n = a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t$$

$$= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^n \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \cos n\omega t \right.$$

$$\left. + \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^n \right\{ \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) - \cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) \right\} \sin n\omega t \right]$$

$$= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^n \left\{ \sin n\left(\frac{5}{6}p + a\right) - \sin n\left(\frac{p}{6} + a\right) \right\} \cos n\omega t + \left\{ \cos n\left(\frac{p}{6} + a\right) - \cos n\left(\frac{5}{6}p + a\right) \right\} \sin n\omega t \right]$$

$$= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^n \left\{ \sin \{n\omega t - n\left(\frac{p}{6} + a\right)\} - \sin \{n\omega t - n\left(\frac{5}{6}p + a\right)\} \right\} \right]$$

– n=2kのとき $1 - (-1)^n = 1 - (-1)^{2k} = 1 - 1^k = 0$  $i_{2k} = 0$

– n=3kのとき

 $i_{3k} = 0$

$$\sin \{n\omega t - n\left(\frac{p}{6} + a\right)\} - \sin \{n\omega t - n\left(\frac{5}{6}p + a\right)\}$$

$$= \sin \{n\omega t - 3k\left(\frac{p}{6} + a\right)\} - \sin \{n\omega t - 3k\left(\frac{5}{6}p + a\right)\}$$

$$= \sin \{n\omega t - 3k\left(\frac{p}{6} + a\right)\} - \sin \{n\omega t - 3k\left(\frac{p}{6} + a\right) - 2kp\} = 0$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

- $n=2k, 3k$ において

- » $n=6k+0, 6k+2, 6k+3, 6k+4$

$$i_n = 0$$

- 上記以外即ち, $n=6k+1, 6k+5$ において

$$\begin{aligned}
 i_{6k+1} &= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^{6k+1} \right] \left[\sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) \} - \sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{5}{6}p + a \right) \} \right] \\
 &= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^1 \right] \left[\sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) \} - \sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) - (6k+1) \frac{2}{3}p \} \right] \\
 &= 2 \frac{I_{dc}}{np} \left[\sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) \} - \sin \{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) - \frac{2}{3}p \} \right] \\
 &= 2\sqrt{3} \frac{I_{dc}}{np} \sin \left\{ nwt - (6k+1) \left(\frac{p}{6} + a \right) + \frac{p}{6} \right\} \\
 &= 2\sqrt{3} \frac{I_{dc}}{np} \sin \left\{ nwt - 6k \left(\frac{p}{6} + a \right) - \frac{p}{6} - a + \frac{p}{6} \right\} \\
 &= (-1)^k 2\sqrt{3} \frac{I_{dc}}{np} \sin \{ nwt - (6k+1)a \} = (-1)^k \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{(6k+1)p} \sin (6k+1)(wt - a)
 \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

- 上記以外即ち, $n=6k+1, 6k+5$ において

$$\begin{aligned} i_{6k+5} &= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1)^{6k+5} \right] \left[\sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) \right\} - \sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{5}{6}p + a \right) \right\} \right] \\ &= \frac{I_{dc}}{np} \left[1 - (-1) \right] \left[\sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) \right\} - \sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) - (6k+5) \frac{2}{3}p \right\} \right] \\ &= \frac{2I_{dc}}{np} \left[\sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) \right\} - \sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) + \frac{2}{3}p \right\} \right] \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{np} \sin \left\{ n\omega t - (6k+5) \left(\frac{p}{6} + a \right) - \frac{p}{6} \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{np} \sin \left\{ n\omega t - 6k \left(\frac{p}{6} + a \right) - \frac{5}{6}p - 5a - \frac{p}{6} \right\} \\ &= (-1)^{k+1} \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{np} \sin \left\{ n\omega t - (6k+5)a \right\} = (-1)^{k+1} \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{(6k+5)p} \sin(6k+5)(\omega t - a) \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる高調波成分

- 上記以外即ち, $n=6k+1, 6k+5$ において

$$\begin{aligned} i_a &= i_1 + i_5 + i_7 + i_{11} + i_{13} + \dots + i_{6k+1} + i_{6k+5} + \dots \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \left\{ \sin(wt - a) - \frac{1}{5} \sin 5(wt - a) - \frac{1}{7} \sin 7(wt - a) + \frac{1}{11} \sin 11(wt - a) \dots \right. \\ &\quad \left. + (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(wt - a) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(wt - a) \dots \right\} \end{aligned}$$

- 他相(BC)相の高調波も同様 (位相が $2/3\pi$ 異なる)

$$\begin{aligned} i_b &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \left\{ \sin\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) - \frac{1}{5} \sin 5\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) - \frac{1}{7} \sin 7\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) + \frac{1}{11} \sin 11\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) \dots \right. \\ &\quad \left. + (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)\left(wt - a - \frac{2}{3}p\right) \dots \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_c &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \left\{ \sin\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) - \frac{1}{5} \sin 5\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) - \frac{1}{7} \sin 7\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) + \frac{1}{11} \sin 11\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) \dots \right. \\ &\quad \left. + (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)\left(wt - a + \frac{2}{3}p\right) \dots \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- YY (Δ Δ) 変圧器

- » 一次側と二次側は同じ出力

- Y Δ 変圧器

- » 変圧比 $\sqrt{3}:1$ として

$$i_a = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a)$$

$$Y \quad i_b = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a - \frac{2}{3}p)$$

$$i_c = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a + \frac{2}{3}p) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a + \frac{2}{3}p)$$

$$\Delta \quad i_u = \frac{i_a - i_b}{\sqrt{3}}$$

$$i_v = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}} \quad i_w = \frac{i_c - i_a}{\sqrt{3}}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- Y Δ 変圧器

$$\begin{aligned} i_u &= \frac{i_a - i_b}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a) \\ &\quad - (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) - (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) \\ &= \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \left\{ \sin(6k+1)(\omega t - a) - \sin(6k+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) \right\} \\ &\quad + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \left\{ \sin(6k+5)(\omega t - a) - \sin(6k+5)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) \right\} \\ &= \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \left\{ \sin(6k+1)(\omega t - a) - \sin \left[(6k+1)(\omega t - a) - (6k+1)\frac{2}{3}p \right] \right\} \\ &\quad + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \left\{ \sin(6k+5)(\omega t - a) - \sin \left[(6k+5)(\omega t - a) - (6k+5)\frac{2}{3}p \right] \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- Y Δ 変圧器

$$\begin{aligned} i_u &= \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \left\{ \sin(6k+1)(\omega t - a) - \sin\left[(6k+1)(\omega t - a) - \frac{2}{3}p\right] \right\} \\ &\quad + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \left\{ \sin(6k+5)(\omega t - a) - \sin\left[(6k+5)(\omega t - a) + \frac{2}{3}p\right] \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin\left[(6k+1)(\omega t - a) + \frac{p}{6}\right] + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin\left[(6k+5)(\omega t - a) - \frac{p}{6}\right] \\ i_v &= \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin\left[(6k+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) + \frac{p}{6}\right] \\ &\quad + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin\left[(6k+5)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) - \frac{p}{6}\right] \\ i_w &= \frac{i_c - i_a}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin\left[(6k+1)(\omega t - a + \frac{2}{3}p) + \frac{p}{6}\right] \\ &\quad + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin\left[(6k+5)(\omega t - a + \frac{2}{3}p) - \frac{p}{6}\right] \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- Y Δ 変圧器

» 結線により電圧も $\pi/6$ 移相するので,点弧角を

$$\begin{aligned}
 & a' = a + \frac{p}{6} \text{ にする} \\
 i'_u &= \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{\sqrt{3}}{6k+1} \sin \left[(6k+1) \left(\omega t - a - \frac{p}{6} \right) + \frac{p}{6} \right] \\
 & + (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{3}}{6k+5} \sin \left[(6k+5) \left(\omega t - a - \frac{p}{6} \right) - \frac{p}{6} \right] \\
 & = \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{\sqrt{3}}{6k+1} \sin \left[(6k+1) (\omega t - a) - (6k+1) \frac{p}{6} + \frac{p}{6} \right] \\
 & + (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{3}}{6k+5} \sin \left[(6k+5) (\omega t - a) - (6k+5) \frac{p}{6} - \frac{p}{6} \right] \\
 & = \frac{2I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{\sqrt{3}}{6k+1} \sin \left[(6k+1) (\omega t - a) - kp \right] + (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{3}}{6k+5} \sin \left[(6k+5) (\omega t - a) - kp - p \right] \\
 & = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a)
 \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- Y Δ 変圧器

$$i'_u = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a)$$

$$i'_v = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0}^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) + \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a - \frac{2}{3}p)$$

$$i'_w = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a + \frac{2}{3}p) + \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a + \frac{2}{3}p)$$

- YY変圧器とY Δ 変圧器の交流出力を並列接続する

- » 各相の合成電流

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- A相電流は i_a と i_u の和

$$\begin{aligned} i_A &= i_a + i_u \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} (-1)^k \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + (-1)^{k+1} \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a) \\ &\quad \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a) \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{k=0} \left[1 + (-1)^k \right] \frac{1}{6k+1} \sin(6k+1)(\omega t - a) + \left[1 + (-1)^{k+1} \right] \frac{1}{6k+5} \sin(6k+5)(\omega t - a) \end{aligned}$$

$$k = 2l \quad \Rightarrow \quad 1 + (-1)^{k+1} = 1 + (-1)^{2l+1} = 1 - 1 = 0$$

$$k = 2l + 1 \quad \Rightarrow \quad 1 + (-1)^k = 1 + (-1)^{2l+1} = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} i_A &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{l=0} \left[1 + (-1)^{2l} \right] \frac{1}{12l+1} \sin(12l+1)(\omega t - a) + \left[1 + (-1)^{2l+2} \right] \frac{1}{12l+11} \sin(12l+11)(\omega t - a) \\ &= \frac{4\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{l=0} \frac{1}{12l+1} \sin(12l+1)(\omega t - a) + \frac{1}{12l+11} \sin(12l+11)(\omega t - a) \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流に含まれる高調波の低減方法

- 変圧器を用いた変換器の多重化

- 各相の電流

$$i_A = \frac{4\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{l=0} \frac{1}{12l+1} \sin(12l+1)(\omega t - a) + \frac{1}{12l+11} \sin(12l+11)(\omega t - a)$$

$$i_B = \frac{4\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{l=0} \frac{1}{12l+1} \sin(12l+1)(\omega t - a - \frac{2}{3}p) + \frac{1}{12l+11} \sin(12l+11)(\omega t - a - \frac{2}{3}p)$$

$$i_C = \frac{4\sqrt{3}I_{dc}}{p} \sum_{l=0} \frac{1}{12l+1} \sin(12l+1)(\omega t - a + \frac{2}{3}p) + \frac{1}{12l+11} \sin(12l+11)(\omega t - a + \frac{2}{3}p)$$

- 多重化による高調波低減の効果

- 6相ブリッジ

- » 6k+1次, 6k+5次の成分(k:0,1,2, ...)

- 12相ブリッジ

- » 12k+1次, 12k+11次の成分(k:0,1,2, ...)

- » 12k+5次, 12k+7次の成分が消える

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷
 - 交流電源のインピーダンス考慮した場合
 - 転流重なり期間
 - 転流重なり角 μ
 - 直流側インダクタンス → 無限大
 - 定電流源 $I_{dc} = \text{const}$
 - 点弧角 α
 - 交流側から見た力率
 - 交流電流の基本波・高調波成分
 - 回路図
 - 電圧・電流波形

位相制御三相ブリッジ回路

誘導負荷

– 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

• A相電流

$$- 0 \quad \pi/6 + \alpha$$

$$- \pi/6 + \alpha \rightarrow \pi/6 + \alpha + u$$

$$- \pi/6 + \alpha + u \rightarrow \pi 5/6 + \alpha$$

$$- \pi 5/6 + \alpha \rightarrow \pi 5/6 + \alpha + u$$

$$- \pi 5/6 + \alpha + u \rightarrow \pi 7/6 + \alpha$$

$$- \pi 7/6 + \alpha \rightarrow \pi 7/6 + \alpha + u$$

$$- \pi 7/6 + \alpha + u \rightarrow \pi 11/6 + \alpha$$

$$- \pi 11/6 + \alpha \rightarrow \pi 11/6 + \alpha + u$$

$$- \pi 11/6 + \alpha \rightarrow 2\pi$$

$$i_a = 0$$

$$i_a = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos \left(\omega t - \frac{p}{6} \right) \right]$$

$$i_a = I_{dc}$$

$$i_a = I_{dc} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos \left(\omega t - \frac{5p}{6} \right) \right]$$

$$i_a = 0$$

$$i_a = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[-\cos a + \cos \left(\omega t - \frac{7p}{6} \right) \right]$$

$$i_a = -I_{dc}$$

$$i_a = -I_{dc} + \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[\cos a - \cos \left(\omega t - \frac{11p}{6} \right) \right]$$

$$i_a = 0$$

$$\text{但し } \cos(a + u) = \cos a - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} I_{dc} \Rightarrow$$

$$i_a = I_{dc} \frac{\cos a - \cos \left(\omega t - \frac{p}{6} \right)}{\cos a - \cos(a + u)}$$

$$i_a = I_{dc} \frac{-\cos(a + u) + \cos \left(\omega t - \frac{5p}{6} \right)}{\cos a - \cos(a + u)}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{\cos a - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} I_{dc} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{-\cos a + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt + \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} -I_{dc} \cos wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right\} \\
 &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos a - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} \frac{-\cos a + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt - \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} \cos wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right\} \\
 &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt - \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} \cos wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right\} \\
 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \cos wtdwt \right\}
 \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \{ \cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6}) \} \cos wtdwt &= \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \{ \cos(a+u) \cos wt - \cos(wt - \frac{p}{6}) \cos wt \} dwtdwt \\ &= \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \{ \cos(a+u) \cos wt - \frac{1}{2} \langle \cos(2wt - \frac{p}{6}) + \cos \frac{p}{6} \rangle \} dwtdwt \\ &= \left[\cos(a+u) \sin wt - \frac{1}{4} \sin(2wt - \frac{p}{6}) - \frac{\sqrt{3}}{4} wt \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \\ &= \cos(a+u) \left[\sin(\frac{p}{6} + a + u) - \sin(\frac{p}{6} + a) \right] - \frac{1}{4} \left[\sin(\frac{p}{3} + 2a + 2u - \frac{p}{6}) - \sin(\frac{p}{3} + 2a - \frac{p}{6}) \right] \\ &\quad - \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{p}{6} + a + u - \frac{p}{6} - a \right) \\ &= \cos(a+u) \left[\sin(\frac{p}{6} + a + u) - \sin(\frac{p}{6} + a) \right] - \frac{1}{4} \left[\sin(\frac{p}{6} + 2a + 2u) - \sin(\frac{p}{6} + 2a) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} u \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{5}{6}p \right) \right\} \cos wt \, dw t \\ &= \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) \cos wt + \cos\left(wt - \frac{5}{6}p \right) \cos wt \right\} dw t \\ &= \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) \cos wt + \frac{1}{2} \left\langle \cos\left(2wt - \frac{5}{6}p \right) + \cos \frac{5}{6}p \right\rangle \right\} dw t \\ &= \left[-\cos(a+u) \sin wt + \frac{1}{4} \sin\left(2wt - \frac{5}{6}p \right) - \frac{\sqrt{3}}{4} wt \right]_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \\ &= -\cos(a+u) \left[\sin\left(\frac{5}{6}p + a + u \right) - \sin\left(\frac{5}{6}p + a \right) \right] + \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{5}{3}p + 2a + 2u - \frac{5}{6}p \right) - \sin\left(\frac{5}{3}p + 2a - \frac{5}{6}p \right) \right] \\ &\quad - \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{5}{6}p + a + u - \frac{5}{6}p - a \right) \\ &= -\cos(a+u) \left[\sin\left(\frac{5}{6}p + a + u \right) - \sin\left(\frac{5}{6}p + a \right) \right] + \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{5}{6}p + 2a + 2u \right) - \sin\left(\frac{5}{6}p + 2a \right) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} u \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{p}{6}\right) \right\} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \left\{ -\cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{5p}{6}\right) \right\} \cos wtdwt \\ &= \cos(a+u) \left[\sin\left(\frac{p}{6}+a+u\right) - \sin\left(\frac{p}{6}+a\right) \right] - \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{p}{6}+2a+2u\right) - \sin\left(\frac{p}{6}+2a\right) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} u \\ & \quad - \cos(a+u) \left[\sin\left(\frac{5p}{6}+a+u\right) - \sin\left(\frac{5p}{6}+a\right) \right] + \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{5p}{6}+2a+2u\right) - \sin\left(\frac{5p}{6}+2a\right) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} u \\ &= \cos(a+u) \left[\sin\left(\frac{p}{6}+a+u\right) - \sin\left(\frac{p}{6}+a\right) - \sin\left(\frac{5p}{6}+a+u\right) + \sin\left(\frac{5p}{6}+a\right) \right] \\ & \quad - \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{p}{6}+2a+2u\right) - \sin\left(\frac{p}{6}+2a\right) - \sin\left(\frac{5p}{6}+2a+2u\right) + \sin\left(\frac{5p}{6}+2a\right) \right] - \frac{\sqrt{3}}{2} u \\ &= \cos(a+u) \left[\sin \frac{p}{6} \cos(a+u) + \cos \frac{p}{6} \sin(a+u) - \sin \frac{p}{6} \cos a - \cos \frac{p}{6} \sin a \right. \\ & \quad \left. - \sin \frac{5p}{6} \cos(a+u) - \cos \frac{5p}{6} \sin(a+u) + \sin \frac{5p}{6} \cos a + \cos \frac{5p}{6} \sin a \right] \\ & \quad - \frac{1}{4} \left[\sin \frac{p}{6} \cos(2a+2u) + \cos \frac{p}{6} \sin(2a+2u) - \sin \frac{p}{6} \cos 2a - \cos \frac{p}{6} \sin 2a \right. \\ & \quad \left. - \sin \frac{5p}{6} \cos(2a+2u) - \cos \frac{5p}{6} \sin(2a+2u) + \sin \frac{5p}{6} \cos 2a + \cos \frac{5p}{6} \sin 2a \right] - \frac{\sqrt{3}}{2} u \\ &= \cos(a+u) \left[\cos \frac{p}{6} \sin(a+u) - \cos \frac{p}{6} \sin a - \cos \frac{5p}{6} \sin(a+u) + \cos \frac{5p}{6} \sin a \right] \\ & \quad - \frac{1}{4} \left[\cos \frac{p}{6} \sin(2a+2u) - \cos \frac{p}{6} \sin 2a - \cos \frac{5p}{6} \sin(2a+2u) + \cos \frac{5p}{6} \sin 2a \right] - \frac{\sqrt{3}}{2} u \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷
 - 転流リアクタンスを考慮した高調波解析
 - A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \{ \cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6}) \} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \{ -\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{5p}{6}) \} \cos wtdwt \\ &= \cos(a+u) \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(a+u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(a+u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a \right] \\ & \quad - \frac{1}{4} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2a+2u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2a + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2a+2u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2a \right] - \frac{\sqrt{3}}{2} u \\ &= \cos(a+u) \left[\sqrt{3} \sin(a+u) - \sqrt{3} \sin a \right] - \frac{1}{4} \left[\sqrt{3} \sin(2a+2u) - \sqrt{3} \sin 2a \right] - \frac{\sqrt{3}}{2} u \\ &= \sqrt{3} \{ \cos(a+u) [\sin(a+u) - \sin a] - \frac{1}{4} [\sin 2(a+u) - \sin 2a] - \frac{1}{2} u \} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

・誘導負荷

－ 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

・ A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned}\int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} \cos wtdwt &= \left[\sin wt \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} = \sin\left(\frac{5p}{6} + a\right) - \sin\left(\frac{p}{6} + a\right) \\ &= \sin \frac{5p}{6} \cos a + \cos \frac{5p}{6} \sin a - \sin \frac{p}{6} \cos a - \cos \frac{p}{6} \sin a \\ &= 2\left(-\cos \frac{p}{6} \sin a\right) = -\sqrt{3} \sin a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a} \cos wtdwt + \frac{\int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})\} \cos wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \{-\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{5p}{6})\} \cos wtdwt}{\cos a - \cos(a+u)} \right\} \\ &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ -\sqrt{3} \sin a + \frac{\sqrt{3} \{ \cos(a+u) [\sin(a+u) - \sin a] - \frac{1}{4} [\sin 2(a+u) - \sin 2a] - \frac{1}{2} u \}}{\cos a - \cos(a+u)} \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{-\sin a \cos a + \sin a \cos(a+u) + \cos(a+u) [\sin(a+u) - \sin a] - \frac{1}{4} [\sin 2(a+u) - \sin 2a] - \frac{1}{2} u}{\cos a - \cos(a+u)} \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{-\sin a \cos a + \sin(a+u) \cos(a+u) - \frac{1}{4} [\sin 2(a+u) - \sin 2a] - \frac{1}{2} u}{\cos a - \cos(a+u)} \\ &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{-\frac{1}{2} \sin 2a + \frac{1}{2} \sin 2(a+u) - \frac{1}{4} [\sin 2(a+u) - \sin 2a] - \frac{1}{2} u}{\cos a - \cos(a+u)} = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{-\frac{1}{4} \sin 2a + \frac{1}{4} \sin 2(a+u) - \frac{1}{2} u}{\cos a - \cos(a+u)} \\ &= \frac{\sqrt{3}I_{dc}}{2p} \frac{-\sin 2a + \sin 2(a+u) - 2u}{\cos a - \cos(a+u)}\end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{\cos a - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} I_{dc} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{-\cos a + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt + \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} -I_{dc} \sin wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} I_{dc} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos a - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} \frac{-\cos a + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt - \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} \sin wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right\} \\ &= \frac{I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{7p}{6}+a}^{\frac{7p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{7p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt - \int_{\frac{7p}{6}+a+u}^{\frac{11p}{6}+a} \sin wtdwt + \int_{\frac{11p}{6}+a}^{\frac{11p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{11p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right\} \\ &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \frac{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt + \int_{\frac{p}{6}+a+u}^{\frac{5p}{6}+a} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \frac{-\cos(a+u) + \cos(wt - \frac{5p}{6})}{\cos a - \cos(a+u)} \sin wtdwt \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{p}{6}\right) \right\} \sin wtdwt &= \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) \sin wt - \cos\left(wt - \frac{p}{6}\right) \sin wt \right\} dw \\ &= \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) \sin wt - \frac{1}{2} \left\langle \sin\left(2wt - \frac{p}{6}\right) + \sin \frac{p}{6} \right\rangle \right\} dw \\ &= \left[-\cos(a+u) \cos wt + \frac{1}{4} \cos\left(2wt - \frac{p}{6}\right) - \frac{1}{4} wt \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \\ &= -\cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{p}{6} + a + u\right) - \cos\left(\frac{p}{6} + a\right) \right] + \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{p}{3} + 2a + 2u - \frac{p}{6}\right) - \cos\left(\frac{p}{3} + 2a - \frac{p}{6}\right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{p}{6} + a + u - \frac{p}{6} - a \right) \\ &= -\cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{p}{6} + a + u\right) - \cos\left(\frac{p}{6} + a\right) \right] + \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{p}{6} + 2a + 2u\right) - \cos\left(\frac{p}{6} + 2a\right) \right] - \frac{1}{4} u \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{5}{6}p \right) \right\} \sin wtdwt \\ &= \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) \sin wt + \cos\left(wt - \frac{5}{6}p \right) \sin wt \right\} dw \\ &= \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \left\{ -\cos(a+u) \sin wt + \frac{1}{2} \left\langle \sin\left(2wt - \frac{5}{6}p \right) + \sin \frac{5}{6}p \right\rangle \right\} dw \\ &= \left[\cos(a+u) \cos wt - \frac{1}{4} \cos\left(2wt - \frac{5}{6}p \right) + \frac{1}{4} wt \right]_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \\ &= \cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{5}{6}p + a + u \right) - \cos\left(\frac{5}{6}p + a \right) \right] - \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{5}{3}p + 2a + 2u - \frac{5}{6}p \right) - \cos\left(\frac{5}{3}p + 2a - \frac{5}{6}p \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \left(\frac{5}{6}p + a + u - \frac{5}{6}p - a \right) \\ &= \cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{5}{6}p + a + u \right) - \cos\left(\frac{5}{6}p + a \right) \right] - \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{5}{6}p + 2a + 2u \right) - \cos\left(\frac{5}{6}p + 2a \right) \right] + \frac{1}{4} u \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{p}{6}\right) \right\} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \left\{ -\cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{5p}{6}\right) \right\} \sin wtdwt \\ &= -\cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{p}{6}+a+u\right) - \cos\left(\frac{p}{6}+a\right) \right] + \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{p}{6}+2a+2u\right) - \cos\left(\frac{p}{6}+2a\right) \right] - \frac{1}{4}u \\ &+ \cos(a+u) \left[\cos\left(\frac{5p}{6}+a+u\right) - \cos\left(\frac{5p}{6}+a\right) \right] - \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{5p}{6}+2a+2u\right) - \cos\left(\frac{5p}{6}+2a\right) \right] + \frac{1}{4}u \\ &= \cos(a+u) \left[-\cos\left(\frac{p}{6}+a+u\right) + \cos\left(\frac{p}{6}+a\right) + \cos\left(\frac{5p}{6}+a+u\right) - \cos\left(\frac{5p}{6}+a\right) \right] \\ &+ \frac{1}{4} \left[\cos\left(\frac{p}{6}+2a+2u\right) - \cos\left(\frac{p}{6}+2a\right) - \cos\left(\frac{5p}{6}+2a+2u\right) + \cos\left(\frac{5p}{6}+2a\right) \right] \\ &= \cos(a+u) \left[-\cos \frac{p}{6} \cos(a+u) + \sin \frac{p}{6} \sin(a+u) + \cos \frac{p}{6} \cos a - \sin \frac{p}{6} \sin a \right. \\ &\quad \left. + \cos \frac{5p}{6} \cos(a+u) - \sin \frac{5p}{6} \sin(a+u) - \cos \frac{5p}{6} \cos a + \sin \frac{5p}{6} \sin a \right] \\ &+ \frac{1}{4} \left[\cos \frac{p}{6} \cos(2a+2u) - \sin \frac{p}{6} \sin(2a+2u) - \cos \frac{p}{6} \cos 2a + \sin \frac{p}{6} \sin 2a \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{5p}{6} \cos(2a+2u) + \sin \frac{5p}{6} \sin(2a+2u) + \cos \frac{5p}{6} \cos 2a - \sin \frac{5p}{6} \sin 2a \right] \\ &= \cos(a+u) \left[-\cos \frac{p}{6} \cos(a+u) + \cos \frac{p}{6} \cos a + \cos \frac{5p}{6} \cos(a+u) - \cos \frac{5p}{6} \cos a \right] \\ &+ \frac{1}{4} \left[\cos \frac{p}{6} \cos(2a+2u) - \cos \frac{p}{6} \cos 2a - \cos \frac{5p}{6} \cos(2a+2u) + \cos \frac{5p}{6} \cos 2a \right] \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{p}{6}+a+u} \left\{ \cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{p}{6}\right) \right\} \sin wtdwt + \int_{\frac{5p}{6}+a}^{\frac{5p}{6}+a+u} \left\{ -\cos(a+u) - \cos\left(wt - \frac{5p}{6}\right) \right\} \sin wtdwt \\ &= \cos(a+u) \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(a+u) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(a+u) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a \right] \\ &+ \frac{1}{4} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2a+2u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2a + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2a+2u) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2a \right] \\ &= \cos(a+u) \left[-\sqrt{3} \cos(a+u) + \sqrt{3} \cos a \right] + \frac{1}{4} \left[\sqrt{3} \cos(2a+2u) - \sqrt{3} \cos 2a \right] \\ &= \sqrt{3} \left\{ \cos(a+u) \left[-\cos(a+u) + \cos a \right] + \frac{1}{4} \left[\cos 2(a+u) - \cos 2a \right] \right\} \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 転流リアクタンスを考慮した高調波解析

- A相電流に含まれる基本波成分

$$\begin{aligned}
 \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} \sin wtdwt &= \left[-\cos wt \right]_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} = -\cos\left(\frac{5}{6}p + a\right) + \cos\left(\frac{p}{6} + a\right) \\
 &= -\cos \frac{5}{6}p \cos a + \sin \frac{5}{6}p \sin a + \cos \frac{p}{6} \cos a - \sin \frac{p}{6} \sin a \\
 &= 2\left(\cos \frac{p}{6} \cos a\right) = \sqrt{3} \cos a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a} \sin wtdwt + \frac{\int_{\frac{p}{6}+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \{\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{p}{6})\} \sin wtdwt + \int_{\frac{5}{6}p+a}^{\frac{5}{6}p+a+u} \{-\cos(a+u) - \cos(wt - \frac{5}{6}p)\} \sin wtdwt}{\cos a - \cos(a+u)} \right\} \\
 &= \frac{2I_{dc}}{p} \left\{ \sqrt{3} \cos a + \frac{\sqrt{3} \{ \cos(a+u) [-\cos(a+u) + \cos a] + \frac{1}{4} [\cos 2(a+u) - \cos 2a] \}}{\cos a - \cos(a+u)} \right\} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{\cos a \cos a - \cos a \cos(a+u) + \cos(a+u) [-\cos(a+u) + \cos a] + \frac{1}{4} [\cos 2(a+u) - \cos 2a]}{\cos a - \cos(a+u)} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{\cos a \cos a - \cos(a+u) \cos(a+u) + \frac{1}{4} [\cos 2(a+u) - \cos 2a]}{\cos a - \cos(a+u)} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{\frac{1}{2} \cos 2a - \frac{1}{2} \cos 2(a+u) + \frac{1}{4} [\cos 2(a+u) - \cos 2a]}{\cos a - \cos(a+u)} = \frac{2\sqrt{3}I_{dc}}{p} \frac{\frac{1}{4} \cos 2a - \frac{1}{4} \cos 2(a+u)}{\cos a - \cos(a+u)} \\
 &= \frac{\sqrt{3}I_{dc}}{2p} \frac{\cos 2a - \cos 2(a+u)}{\cos a - \cos(a+u)}
 \end{aligned}$$

位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる基本波成分

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}I_{dc}}{2p} \frac{-\sin 2a + \sin 2(a+u) - 2u}{\cos a - \cos(a+u)}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{3}I_{dc}}{2p} \frac{\cos 2a - \cos 2(a+u)}{\cos a - \cos(a+u)}$$

- ベクトル (実効値) で表した基本波成分

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\sqrt{3}I_{dc}}{2p} \left\{ \frac{\cos 2a - \cos 2(a+u)}{\cos a - \cos(a+u)} + j \frac{-\sin 2a + \sin 2(a+u) - 2u}{\cos a - \cos(a+u)} \right\}$$

➡ 転流重なりにより力率が悪くなる

電圧型自励式変換器

- 単相電圧型自励式変換器回路図

- 直流側を電圧源的に扱う

- サイリスタ変換器では , 電流源的に扱ったほうが容易に解析可能であった
 - 交流側に電圧を出力する
 - PWM制御で出力電圧を制御する
 - 直流電圧の極性一定
 - 電流は双方向
 - » サイリスタ変換器では , 直流電流の極性一定

- 逆並列ダイオードを接続した自己消弧素子

- 上下の素子を相補的にオン・オフする
 - 交流側出力端子間に出力される電圧は , $\pm V_{dc}$ または 0
 - オン・オフ共にゲート信号で制御可能であることが必要
 - 交流側に電源が無くても転流可能
 - 交流電圧と直流電圧の関係で , 電流が主スイッチ素子もしくは環流ダイオードを通るか決まる

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 同期PWM
 - 発生しようとする交流電圧に同期したパルスが発生
 - スwitchングの周波数は、基本波の整数倍
 - 基本波の整数倍の理論高調波が発生
 - » 高調波除去フィルタの設計が容易
 - 比較的低いスitchング周波数で用いる
 - 非同期PWM
 - 発生しようとする交流電圧の位相・周波数に同期しないゲート信号を生成
 - スitchングの周波数は、基本波の整数倍である必要がない
 - 発生する理論高調波が基本波の整数倍とは限らない
 - 比較的高いスitchング周波数で用いる
 - » 低いスitchング周波数ではビートが発生

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 交流出力端子の出力電圧波形
 - 出力交流電圧の大きさ

- 導通角 λ

» $0 \sim \pi/2 - \lambda/2$	0
» $\pi/2 - \lambda/2 \sim \pi/2 + \lambda/2$	+Vdc
» $\pi/2 + \lambda/2 \sim \pi 3/2 - \lambda/2$	0
» $\pi 3/2 - \lambda/2 \sim \pi 3/2 + \lambda/2$	-Vdc
» $\pi 3/2 + \lambda/2 \sim 2\pi$	0

- フーリエ級数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx \\ b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx \end{cases}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}} V_{dc} \cos x dx + \int_{\frac{3}{2}p-\frac{l}{2}}^{\frac{3}{2}p+\frac{l}{2}} -V_{dc} \cos x dx \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{3}{2}p-\frac{l}{2}}^{\frac{3}{2}p+\frac{l}{2}} \cos x dx \right\} = \frac{V_{dc}}{p} \left[\sin x \right]_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}, \frac{3}{2}p+\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}, \frac{3}{2}p-\frac{l}{2}} \\ &= \frac{V_{dc}}{p} \left[\sin \left(\frac{p}{2} + \frac{l}{2} \right) + \sin \left(\frac{3}{2}p - \frac{l}{2} \right) - \sin \left(\frac{p}{2} - \frac{l}{2} \right) - \sin \left(\frac{3}{2}p + \frac{l}{2} \right) \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{p} \left[\sin \left(\frac{p}{2} + \frac{l}{2} \right) + \sin \left(\frac{3}{2}p - \frac{l}{2} \right) \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{p} \left[\sin \frac{p}{2} \cos \frac{l}{2} + \cos \frac{p}{2} \sin \frac{l}{2} + \sin \frac{3}{2}p \cos \frac{l}{2} - \cos \frac{3}{2}p \sin \frac{l}{2} \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{p} \left[\sin \frac{p}{2} \cos \frac{l}{2} + \sin \frac{3}{2}p \cos \frac{l}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}} V_{dc} \sin x dx + \int_{\frac{3}{2}p-\frac{l}{2}}^{\frac{3}{2}p+\frac{l}{2}} -V_{dc} \sin x dx \right\} \\ &= \frac{V_{dc}}{p} \left\{ \int_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}} \sin x dx - \int_{\frac{3}{2}p-\frac{l}{2}}^{\frac{3}{2}p+\frac{l}{2}} \sin x dx \right\} = -\frac{V_{dc}}{p} [\cos x]_{\frac{p}{2}-\frac{l}{2}, \frac{3}{2}p+\frac{l}{2}}^{\frac{p}{2}+\frac{l}{2}, \frac{3}{2}p-\frac{l}{2}} \\ &= -\frac{V_{dc}}{p} \left[\cos\left(\frac{p}{2} + \frac{l}{2}\right) + \cos\left(\frac{3}{2}p - \frac{l}{2}\right) - \cos\left(\frac{p}{2} - \frac{l}{2}\right) - \cos\left(\frac{3}{2}p + \frac{l}{2}\right) \right] \\ &= -\frac{2V_{dc}}{p} \left[\cos\left(\frac{p}{2} + \frac{l}{2}\right) + \cos\left(\frac{3}{2}p - \frac{l}{2}\right) \right] \\ &= -\frac{2V_{dc}}{p} \left[\cos \frac{p}{2} \cos \frac{l}{2} - \sin \frac{p}{2} \sin \frac{l}{2} + \cos \frac{3}{2}p \cos \frac{l}{2} + \sin \frac{3}{2}p \sin \frac{l}{2} \right] \\ &= \frac{2V_{dc}}{p} \left[\sin \frac{p}{2} \sin \frac{l}{2} - \sin \frac{3}{2}p \sin \frac{l}{2} \right] = \frac{4V_{dc}}{p} \sin \frac{l}{2} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御

- 1パルスPWM

- 出力交流電圧の大きさ

- 基本波成分

$$V_1 = \frac{4V_{dc}}{p} \sin \frac{l}{2} \sin \omega t$$

- » 実効値

$$\frac{4V_{dc}}{p\sqrt{2}} \sin \frac{l}{2}$$

- » 導通角を変化させることで出力電圧の大きさを変えることができる

- 容易にPWMパルスを発生する方法はないか？

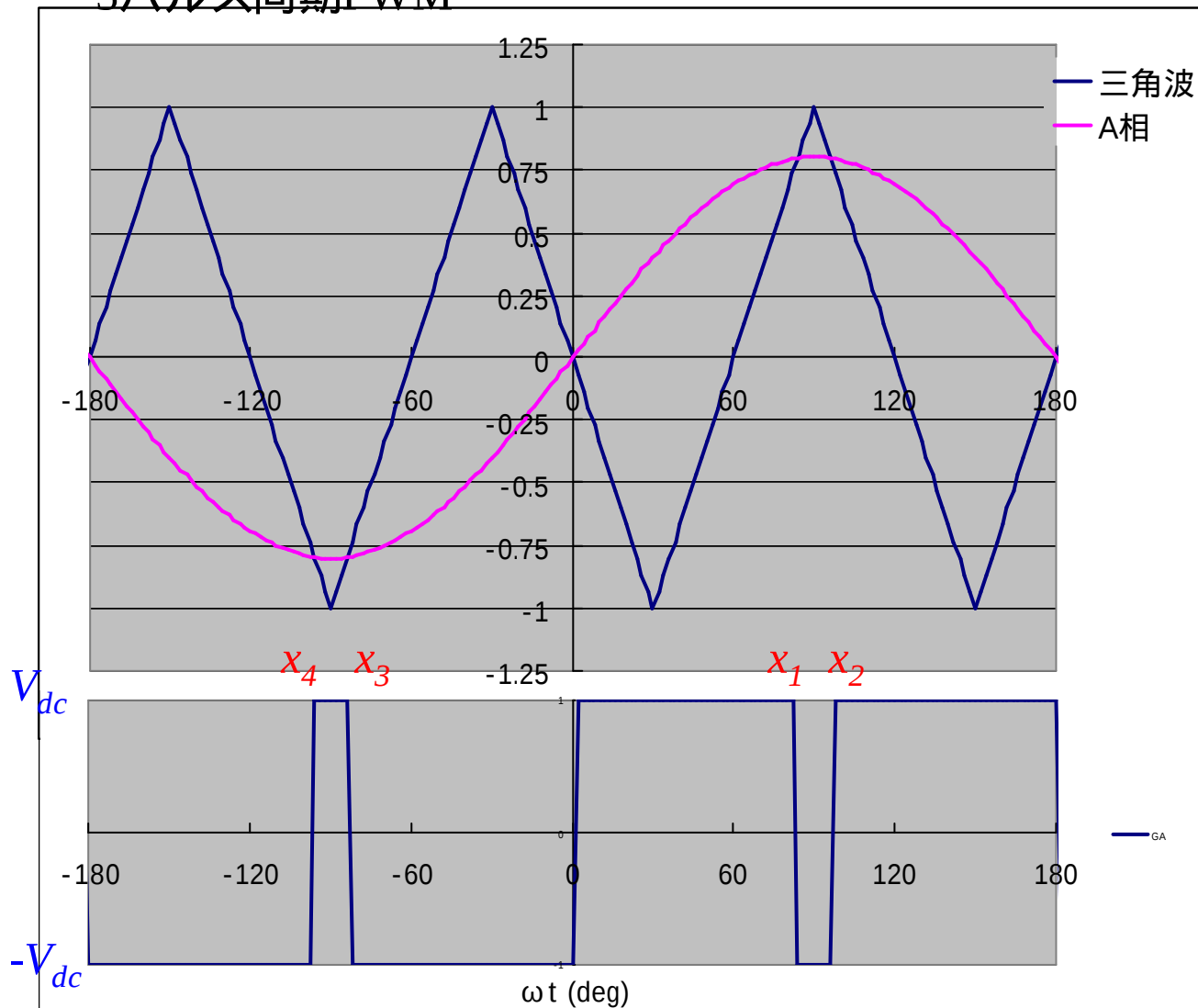
電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 三角波と信号波 (正弦波) との大小関係でパルスのオン・オフを決定
 - 三角波は ± 1
 - 信号波は振幅1以下
 - 3パルス同期PWM
 - 三角波と正弦波の図
 - » 区間 $-\pi \sim -5/6\pi$ $y=6/\pi x+6$
 - » 区間 $-5/6\pi \sim -\pi/2$ $y=-6/\pi x+4$
 - » 区間 $-\pi/2 \sim -\pi/6$ $y=6/\pi x+2$
 - » 区間 $-\pi/6 \sim \pi/6$ $y=-6/\pi x$
 - » 区間 $\pi/6 \sim \pi/2$ $y=6/\pi x-2$
 - » 区間 $\pi/2 \sim 5/6\pi$ $y=-6/\pi x+4$
 - » 区間 $5/6\pi \sim \pi$ $y=6/\pi x-6$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 3パルス同期PWM



波形の対称性

$$x_1 = -x_3$$

$$x_2 = -x_4$$

$$x_2 = \pi - x_1$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM

– フーリエ級数展開 $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx$$

$$= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} & [-V_{dc} \sin nx]_{-p}^{x_4} + [V_{dc} \sin nx]_{x_4}^{x_3} + [-V_{dc} \sin nx]_{x_3}^0 \\ & + [V_{dc} \sin nx]_0^{x_1} + [-V_{dc} \sin nx]_{x_1}^{x_2} + [V_{dc} \sin nx]_{x_2}^p \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{V_{dc}}{np} \left\{ \begin{aligned} & -\sin nx_4 + \sin(-np) + \sin nx_3 - \sin nx_4 - \sin n0 + \sin nx_3 \\ & + \sin nx_1 - \sin 0 - \sin nx_2 + \sin nx_1 + \sin np - \sin nx_2 \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{V_{dc}}{np} \left\{ \begin{aligned} & \sin nx_2 + 0 - \sin nx_1 + \sin nx_2 - 0 - \sin nx_1 \\ & + \sin nx_1 - 0 - \sin nx_2 + \sin nx_1 + 0 - \sin nx_2 \end{aligned} \right\} = 0$$

ただし $a_0 = 0$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM

$$b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx \quad \text{— フーリエ級数展開}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &[V_{dc} \cos nx]_{-p}^{x_4} + [-V_{dc} \cos nx]_{x_4}^{x_3} + [V_{dc} \cos nx]_{x_3}^0 \\ &+ [-V_{dc} \cos nx]_0^{x_1} + [V_{dc} \cos nx]_{x_1}^{x_2} + [-V_{dc} \cos nx]_{x_2}^p \end{aligned} \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{np} \left\{ \begin{aligned} &\cos nx_4 - \cos(-np) - \cos nx_3 + \cos nx_4 + \cos n0 - \cos nx_3 \\ & - \cos nx_1 + \cos 0 + \cos nx_2 - \cos nx_1 - \cos np + \cos nx_2 \end{aligned} \right\} \\
 &= \frac{V_{dc}}{np} \left\{ \begin{aligned} &\cos nx_2 - (-1)^n - \cos nx_1 + \cos nx_2 + 1 - \cos nx_1 \\ & - \cos nx_1 + 1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 - (-1)^n + \cos nx_2 \end{aligned} \right\} \\
 &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2 \cos nx_2 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\}
 \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2 \cos nx_2 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2 \cos n(p - x_1) - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2(\cos np \cos nx_1 + \sin np \sin nx_1) - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ 2(-1)^n \cos nx_1 - (-1)^n - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} \left\{ (-1)^n (2 \cos nx_1 - 1) - 2 \cos nx_1 + 1 \right\} \\ &= \frac{2V_{dc}}{np} [(-1)^n - 1](2 \cos nx_1 - 1) \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_{dc}}{np} [(-1)^n - 1] (2 \cos nx_1 - 1) \sin nx$$

ただし, 正弦波の振幅をAとすると $A \sin x_1 = \frac{6}{p} x_1 - 2$

– 基本波の振幅

$$b_1 = \frac{2V_{dc}}{p} [(-1)^1 - 1] (2 \cos x_1 - 1) = \frac{4V_{dc}}{p} (1 - 2 \cos x_1)$$

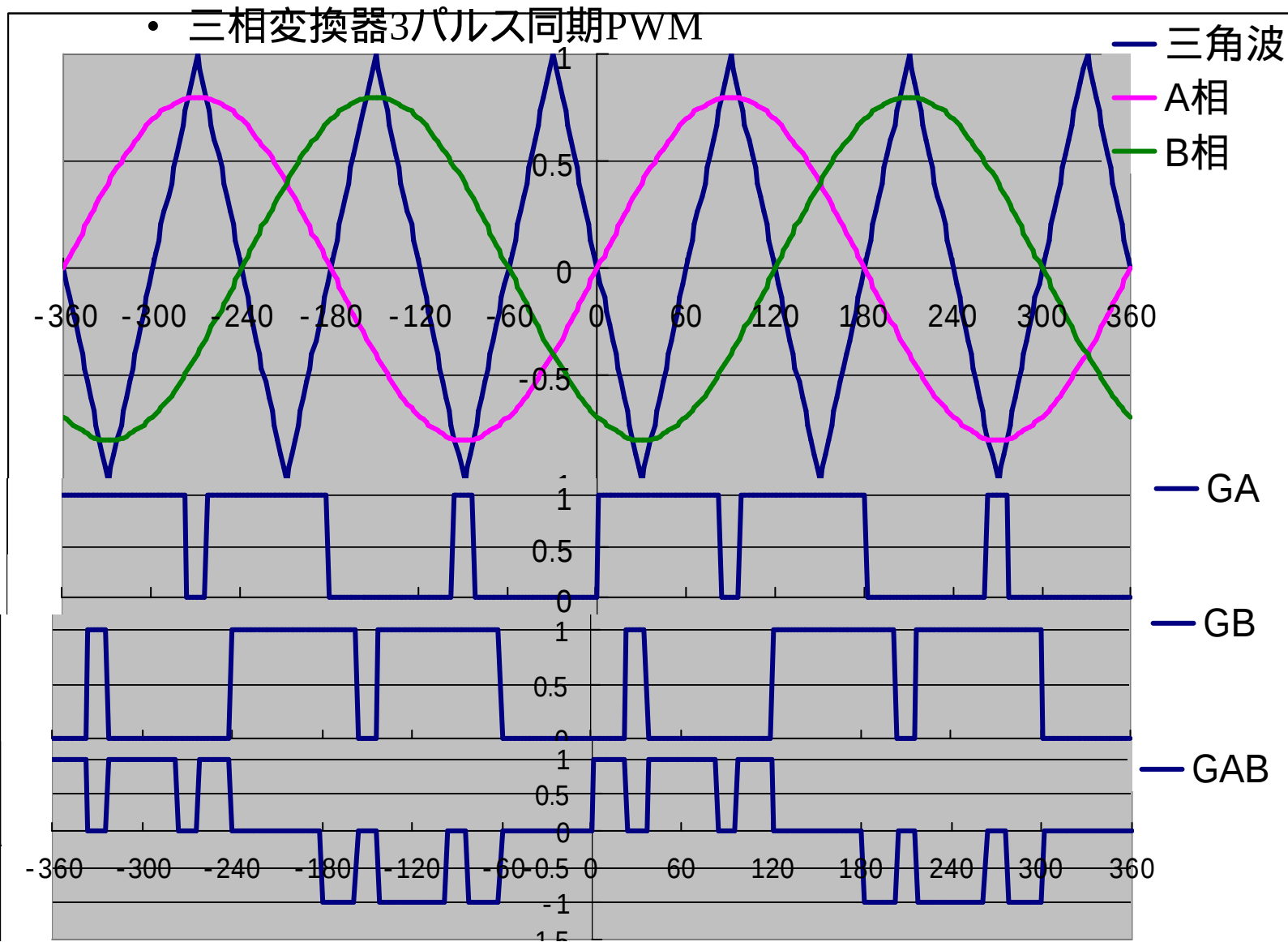
$$\frac{p}{4V_{dc}} b_1 = 1 - 2 \cos x_1$$

$$x_1 = \cos^{-1} \frac{2 - pb_1}{8V_{dc}}$$

$$\begin{aligned} \text{→ } A = \frac{\frac{6}{p} x_1 - 2}{\sin x_1} &= \frac{\frac{6}{p} \cos^{-1} \frac{2 - pb_1}{8V_{dc}} - 2}{\sqrt{1 - \left(\frac{2 - pb_1}{8V_{dc}}\right)^2}} \quad \text{→ } b_1 \cong \frac{4V_{dc}}{p} A \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成



電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

» A相分

$$\begin{aligned}a_{An} &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx \\&= \frac{1}{np} \left\{ [\sin nx]_{x_4}^{x_3} + [\sin nx]_0^{x_1} + [\sin nx]_{x_2}^p \right\} \\&= \frac{1}{np} \{ \sin nx_3 - \sin nx_4 + \sin nx_1 - \sin 0 + \sin np - \sin nx_2 \} \\&= \frac{1}{np} \{ -\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - 0 + 0 - \sin nx_2 \} = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_{An} &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx \quad \text{ただし } a_{A0} = 1 \\&= \frac{1}{np} \left\{ [-\cos nx]_{x_4}^{x_3} + [-\cos nx]_0^{x_1} + [-\cos nx]_{x_2}^p \right\} \\&= \frac{1}{np} \{ -\cos nx_3 + \cos nx_4 - \cos nx_1 + \cos 0 - \cos np + \cos nx_2 \}\end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開

» A相分

$$\begin{aligned} b_{An} &= \frac{1}{np} \left\{ -\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ -2 \cos nx_1 + 2 \cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ -2 \cos nx_1 + 2 \cos n(p - x_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ -2 \cos nx_1 + 2(\cos np \cos nx_1 + \sin np \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ -2 \cos nx_1 + 2[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ 2[(-1)^n - 1] \cos nx_1 + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} [(-1)^n - 1] (2 \cos nx_1 - 1) \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

ただし $a_{B0} = 1$

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{p} \int_{-p+\frac{2}{3}p}^{p+\frac{2}{3}p} f(x) \cos nx dx \\ &= \frac{1}{np} \left\{ [\sin nx]_{x_4+\frac{2}{3}p}^{x_3+\frac{2}{3}p} + [\sin nx]_{\frac{2}{3}p}^{x_1+\frac{2}{3}p} + [\sin nx]_{x_2+\frac{2}{3}p}^{p+\frac{2}{3}p} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &\sin n\left(x_3 + \frac{2}{3}p\right) - \sin n\left(x_4 + \frac{2}{3}p\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}p\right) \\ &-\sin n\frac{2}{3}p + \sin n\frac{5}{3}p - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}p\right) \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &\sin n\left(-x_1 + \frac{2}{3}p\right) - \sin n\left(-x_2 + \frac{2}{3}p\right) + \sin n\left(x_1 + \frac{2}{3}p\right) \\ &-\sin n\frac{2}{3}p + \sin n\frac{5}{3}p - \sin n\left(x_2 + \frac{2}{3}p\right) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} a_{Bn} &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &\sin(-nx_1) \cos n \frac{2}{3}p + \cos(-nx_1) \sin n \frac{2}{3}p - \sin(-nx_2) \cos n \frac{2}{3}p - \cos(-nx_2) \sin n \frac{2}{3}p \\ &+ \sin nx_1 \cos n \frac{2}{3}p + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3}p - \sin n \frac{2}{3}p + \sin n \frac{2}{3}p \cos np + \cos n \frac{2}{3}p \sin np \\ &- \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3}p - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3}p \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &-\sin nx_1 \cos n \frac{2}{3}p + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3}p + \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3}p - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3}p \\ &+ \sin nx_1 \cos n \frac{2}{3}p + \cos nx_1 \sin n \frac{2}{3}p - \sin n \frac{2}{3}p + \sin n \frac{2}{3}p (-1)^n + \cos n \frac{2}{3}p 0 \\ &- \sin nx_2 \cos n \frac{2}{3}p - \cos nx_2 \sin n \frac{2}{3}p \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &\cos n \frac{2}{3}p [-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2] \\ &+ \sin n \frac{2}{3}p [\cos nx_1 - \cos nx_2 + \cos nx_1 - 1 + (-1)^n - \cos nx_2] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3}p [2 \cos nx_1 - 2 \cos nx_2 - 1 + (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned}a_{Bn} &= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p \left[2 \cos nx_1 - 2 \cos n(p - x_1) - 1 + (-1)^n \right] \\&= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p \left[2 \cos nx_1 - 2(\cos np \cos nx_1 + \sin np \sin nx_1) - 1 + (-1)^n \right] \\&= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p \left\{ 2 \cos nx_1 - 2 \left[(-1)^n \cos nx_1 + 0 \sin nx_1 \right] - 1 + (-1)^n \right\} \\&= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p \left[2 \cos nx_1 - 2(-1)^n \cos nx_1 - 1 + (-1)^n \right] \\&= \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n]\end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{p} \int_{-p+\frac{2}{3}p}^{p+\frac{2}{3}p} f(x) \sin nx dx \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \left[-\cos nx \right]_{x_4+\frac{2}{3}p}^{x_3+\frac{2}{3}p} + \left[-\cos nx \right]_{\frac{2}{3}p}^{x_1+\frac{2}{3}p} + \left[-\cos nx \right]_{x_2+\frac{2}{3}p}^{\frac{5}{3}p} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &-\cos n\left(x_3 + \frac{2}{3}p\right) + \cos n\left(x_4 + \frac{2}{3}p\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}p\right) \\ &+ \cos n\frac{2}{3}p - \cos n\frac{5}{3}p + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}p\right) \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} &-\cos n\left(-x_1 + \frac{2}{3}p\right) + \cos n\left(-x_2 + \frac{2}{3}p\right) - \cos n\left(x_1 + \frac{2}{3}p\right) \\ &+ \cos n\frac{2}{3}p - \cos n\frac{5}{3}p + \cos n\left(x_2 + \frac{2}{3}p\right) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} & -\cos(-nx_1)\cos n\frac{2}{3}p + \sin(-nx_1)\sin n\frac{2}{3}p + \cos(-nx_2)\cos n\frac{2}{3}p - \sin(-nx_2)\sin n\frac{2}{3}p \\ & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}p + \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}p + \cos n\frac{2}{3}p - \cos n\frac{2}{3}p\cos np + \sin n\frac{2}{3}p\sin np \\ & + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}p - \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}p \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}p - \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}p + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}p + \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}p \\ & -\cos nx_1\cos n\frac{2}{3}p + \sin nx_1\sin n\frac{2}{3}p + \cos n\frac{2}{3}p - \cos n\frac{2}{3}p(-1)^n + \sin n\frac{2}{3}p 0 \\ & + \cos nx_2\cos n\frac{2}{3}p - \sin nx_2\sin n\frac{2}{3}p \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \left\{ \begin{aligned} & \cos n\frac{2}{3}p \left[-\cos nx_1 + \cos nx_2 - \cos nx_1 + 1 - (-1)^n + \cos nx_2 \right] \\ & + \sin n\frac{2}{3}p \left[-\sin nx_1 + \sin nx_2 + \sin nx_1 - \sin nx_2 \right] \end{aligned} \right\} \\ &= \frac{1}{np} \cos n\frac{2}{3}p \left[-2\cos nx_1 + 2\cos nx_2 + 1 - (-1)^n \right] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - フーリエ級数展開
 - » B相分

$$\begin{aligned} b_{Bn} &= \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p \left[-2 \cos nx_1 + 2 \cos n(p - x_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p \left[-2 \cos nx_1 + 2(\cos np \cos nx_1 + \sin np \sin nx_1) + 1 - (-1)^n \right] \\ &= \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p \left\{ -2 \cos nx_1 + 2[+0 \sin nx_1] + 1 - (-1)^n \right\} \\ &= \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM

- フーリエ級数展開
 - » A相分

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$a_{An} = 0$$

$$a_{A0} = 1$$

$$b_{An} = \frac{1}{np} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

» B相分

$$a_{Bn} = \frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \quad a_{B0} = 1$$

$$b_{Bn} = \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n]$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - 線間電圧の周波数スペクトル
 - » AB相間

$$a_{AB0} = a_{A0} - a_{B0} = 1 - 1 = 0$$

$$a_{ABn} = a_{An} - a_{Bn} = -\frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3} p (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n]$$

$$\begin{aligned} b_{ABn} &= b_{An} - b_{Bn} \\ &= \frac{1}{np} (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &\quad - \frac{1}{np} \cos n \frac{2}{3} p (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \\ &= \frac{1}{np} (1 - \cos n \frac{2}{3} p) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

電圧型自励式変換器

- PWMによる出力電圧制御
 - 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 3パルス同期PWM
 - 線間電圧の周波数スペクトル

» AB相間 $a_{AB0} = 0$

$$\begin{cases} a_{ABn} = -\frac{1}{np} \sin n \frac{2}{3}p (2 \cos nx_1 - 1) [1 - (-1)^n] \\ b_{ABn} = \frac{1}{np} (1 - \cos n \frac{2}{3}p) (1 - 2 \cos nx_1) [1 - (-1)^n] \end{cases}$$

n=2kに対して $1 - (-1)^{2k} = 1 - 1 = 0$

$$\begin{cases} a_{AB2k} = 0 \\ b_{AB2k} = 0 \end{cases}$$

n=6k+3に対して $\sin(6k+3)\frac{2}{3}p = \sin(4k+2)p = 0$

$$1 - \cos(6k+3)\frac{2}{3}p = 1 - \cos(4k+2)p = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} a_{AB6k+3} = 0 \\ b_{AB6k+3} = 0 \end{cases}$$

3の倍数が消える

PWMによる出力制御

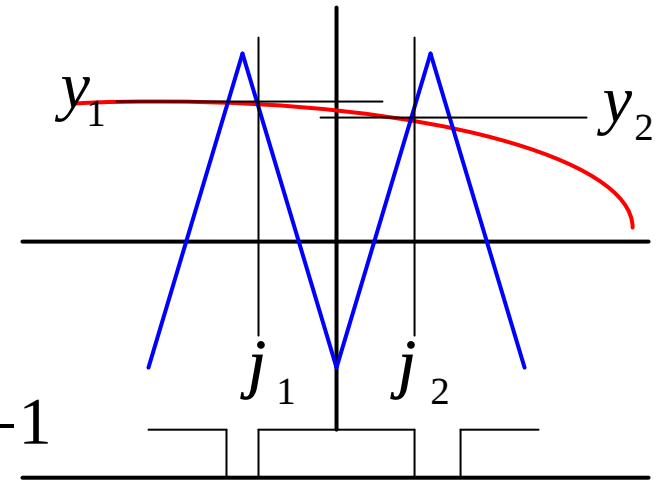
- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 多パルス, 同期・非同期対応

- 信号波

$$e_s = M \sin(w_s t + g)$$

- 搬送波

$$\begin{cases} Y = -\frac{2}{p} X + a & (-p + d \leq X \leq d) \\ Y = \frac{2}{p} X + b & (d \leq X \leq p + d) \end{cases} \begin{cases} a = \frac{2}{p} d - 1 \\ b = -\frac{2}{p} d - 1 \end{cases}$$



$Y = M \sin(y + g)$ で信号波と搬送波が交わるとする 但し $y = w_s t$

$$\begin{cases} M \sin(y + g) = -\frac{2}{p} j_1 + a \\ M \sin(y + g) = \frac{2}{p} j_2 + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} j_1 = -\frac{p}{2} (M \sin(y + g) - a) \\ j_2 = \frac{p}{2} (M \sin(y + g) - b) \end{cases}$$

- ゲート信号は搬送波と信号波の関数で表される

$$G(w_s t, w_b t)$$

w_s, w_b が整数比でない場合, 非周期的になる。
複素二重フーリエ級数展開により解析

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開

$$\begin{aligned} G(w_s t, w_b t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[mw_b t + nw_s t]} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j[mx + ny]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \int_0^{2p} G(w_s t, w_b t) e^{-j(mx + ny)} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \int_{j_1}^{j_2} e^{-j(mx + ny)} dx dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= w_b t, y = w_s t & m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ & & n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m=0$ に対して

$$\begin{aligned} K_{0n} &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \int_{j_1}^{j_2} e^{-j(0x+ny)} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \int_{j_1}^{j_2} e^{-jny} dx dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} [x]_{j_1}^{j_2} e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} [j_2 - j_1] e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \left[\frac{p}{2} (M \sin(y+g) - b) + \frac{p}{2} (M \sin(y+g) - a) \right] e^{-jny} dy \\ &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \left[pM \sin(y+g) - \frac{p}{2} (b+a) \right] e^{-jny} dy \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m=0$ に対して

$$\begin{aligned}
 K_{0n} &= \frac{M}{4p} \int_0^{2p} \left[\sin(y+g) - \frac{b+a}{2M} \right] e^{-jny} dy \\
 &= \frac{M}{4p} \int_0^{2p} \left[\frac{e^{j(y+g)} - e^{-j(y+g)}}{2j} - \frac{b+a}{2M} \right] e^{-jny} dy \\
 &= \frac{M}{8p} \int_0^{2p} \left[e^{j\{(1-n)y+g-\frac{p}{2}\}} - e^{-j\{(1+n)y+g+\frac{p}{2}\}} - \frac{b+a}{M} e^{-jny} \right] dy
 \end{aligned}$$

– $n \neq \pm 1, 0$ のとき

$$\begin{aligned}
 K_{0n} &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{(1-n)y+g-\frac{p}{2}\}}}{j(1-n)} - \frac{e^{-j\{(1+n)y+g+\frac{p}{2}\}}}{-j(1+n)} - \frac{b+a}{M} \frac{e^{-jny}}{-jn} \right]_0^{2p} \\
 &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{(1-n)2p+g-\frac{p}{2}\}} - e^{-j\frac{p}{2}}}{j(1-n)} - \frac{e^{-j\{(1+n)2p+g+\frac{p}{2}\}} - e^{-j\frac{p}{2}}}{-j(1+n)} - \frac{b+a}{M} \frac{e^{-jn2p} - e^0}{-jn} \right] = 0
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m=0$ に対して
 - $n=1$ のとき

$$\begin{aligned} K_{01} &= \frac{M}{8p} \int_0^{2p} \left[e^{j(g - \frac{p}{2})} - e^{-j\{2y + g + \frac{p}{2}\}} - \frac{b+a}{M} e^{-jy} \right] dy \\ &= \frac{M}{8p} \left[ye^{j(g - \frac{p}{2})} - \frac{e^{-j\{2y + g + \frac{p}{2}\}}}{-2j} - \frac{b+a}{M} \frac{e^{-jy}}{-j} \right]_0^{2p} \\ &= \frac{M}{8p} \left[(2p - 0)e^{j(g - \frac{p}{2})} - \frac{e^{-j\{4p + g + \frac{p}{2}\}} - e^{-j(g + \frac{p}{2})}}{-2j} - \frac{b+a}{M} \frac{e^{-j2p} - e^0}{-j} \right] \\ &= \frac{M}{8p} 2pe^{j(g - \frac{p}{2})} = \frac{M}{4} (-j)e^{jg} = -j \frac{M}{4} e^{jg} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m=0$ に対して
 - $n=-1$ のとき

$$\begin{aligned} K_{0-1} &= \frac{M}{8p} \int_0^{2p} \left[e^{j\{2y+g-\frac{p}{2}\}} - e^{-j(g+\frac{p}{2})} - \frac{b+a}{M} e^{jy} \right] dy \\ &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{2y+g-\frac{p}{2}\}}}{2j} - ye^{-j(g+\frac{p}{2})} - \frac{b+a}{M} \frac{e^{jy}}{j} \right]_0^{2p} \\ &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{4p+g-\frac{p}{2}\}} - e^{j(g-\frac{p}{2})}}{2j} - (2p-0)e^{-j(g+\frac{p}{2})} - -\frac{b+a}{M} \frac{e^{j2p} - e^0}{j} \right] \\ &= \frac{M}{8p} (-2p) e^{-j(g+\frac{p}{2})} = -\frac{M}{4} (-j) e^{-jg} = j \frac{M}{4} e^{-jg} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m=0$ に対して
 - $n=0$ のとき

$$\begin{aligned}
 K_{00} &= \frac{M}{8p} \int_0^{2p} \left[e^{j\{y+g-\frac{p}{2}\}} - e^{-j\{y+g+\frac{p}{2}\}} - \frac{b+a}{M} e^{-j0} \right] dy \\
 &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{y+g-\frac{p}{2}\}}}{j} - \frac{e^{-j\{y+g+\frac{p}{2}\}}}{-j} - \frac{b+a}{M} y \right]_0^{2p} \\
 &= \frac{M}{8p} \left[\frac{e^{j\{2p+g-\frac{p}{2}\}} - e^{j\{g-\frac{p}{2}\}}}{j} - \frac{e^{-j\{2p+g+\frac{p}{2}\}} - e^{-j\{\frac{p}{2}+g\}}}{-j} - \frac{b+a}{M} (2p - 0) \right] \\
 &= \frac{M}{8p} \left(-\frac{b+a}{M} \right) 2p = -\frac{1}{4} \left(\frac{2}{p} d - 1 - \frac{2}{p} d - 1 \right) = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m \neq 0$ に対して

$$\begin{aligned}
 K_{mn} &= \left(\frac{1}{2p}\right)^2 \int_0^{2p} \left[\frac{e^{-j(mx+ny)}}{-jm} \right]_{j_1}^{j_2} dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} \int_0^{2p} e^{-jny} \left[e^{-jmx} \right]_{j_1}^{j_2} dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} \int_0^{2p} e^{-jny} \left[e^{-jm \frac{p}{2} (M \sin \langle y+g \rangle - b)} - e^{jm \frac{p}{2} (M \sin \langle y+g \rangle - a)} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} \int_0^{2p} e^{-jny} \left[e^{-j(Z \sin \langle y+g \rangle - \frac{Z}{M} b)} - e^{j(Z \sin \langle y+g \rangle - \frac{Z}{M} a)} \right] dy \quad Z = mM \frac{p}{2}
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m \neq 0$ に対して

$$e^{jZ \sin q} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jkq} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{j}{4p^2 m} \int_0^{2p} e^{-jny} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{-jk(y+g)} e^{j\frac{Z}{M}b} - \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) e^{jk(y+g)} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\ &= \frac{j}{4p^2 m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2p} e^{-jny} \left[e^{-jk(y+g)} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{jk(y+g)} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\ &= \frac{j}{4p^2 m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j\langle(k+n)y+kg\rangle} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{j\langle(k-n)y+kg\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \end{aligned}$$

$$\text{ただし } Z = mM \frac{p}{2}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して Σ を分解して計算
 - $k \neq \pm n$ のとき

$$\begin{aligned}
 K_{mn}(k) &= \frac{j}{4p^2 m} J_k(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j\langle (k+n)y+kg \rangle} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{j\langle (k-n)y+kg \rangle} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} J_k(Z) \left[\frac{e^{-j\langle (k+n)y+kg \rangle}}{-j(k+n)} e^{j\frac{Z}{M}b} - \frac{e^{j\langle (k-n)y+kg \rangle}}{j(k+n)} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right]_0^{2p} \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} J_k(Z) \left[\frac{e^{-j\langle (k+n)2p+kg \rangle} - e^{-j\langle (k+n)0+kg \rangle}}{-j(k+n)} e^{j\frac{Z}{M}b} - \frac{e^{j\langle (k-n)2p+kg \rangle} - e^{j\langle (k-n)0+kg \rangle}}{j(k+n)} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して Σ を分解して計算

- $k=n$ のとき

$$\begin{aligned}
 K_{mn}(k) &= \frac{j}{4p^2m} J_n(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j\langle(n+n)y+ng\rangle} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{j\langle(n-n)y+ng\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2m} J_n(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j(2ny+ng)} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{j(0y+ng)} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2m} J_n(Z) \left[\frac{e^{-j(2ny+ng)}}{-j2n} e^{j\frac{Z}{M}b} - ye^{jng} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right]_0^{2p} \\
 &= \frac{j}{4p^2m} J_n(Z) \left[\frac{e^{-j(2n2p+ng)} - e^{-j(2n0+ng)}}{-j2n} e^{j\frac{Z}{M}b} - (2p-0)e^{jng} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] \\
 &= \frac{-j}{2pm} J_n(Z) e^{jng} e^{-j\frac{Z}{M}a} = \frac{-j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}a+ng)}
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- $m \neq 0$ に対して Σ を分解して計算 $J_{-n}(Z) = (-1)^n J_n(Z)$
 - $k = -n$ のとき

$$\begin{aligned}
 K_{mn}(k) &= \frac{j}{4p^2 m} J_{-n}(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j\langle(-n+n)y-ng\rangle} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{j\langle(-n-n)y-ng\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} (-1)^n J_n(Z) \int_0^{2p} \left[e^{-j\langle 0y-ng\rangle} e^{j\frac{Z}{M}b} - e^{-j\langle 2ny-ng\rangle} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] dy \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} (-1)^n J_n(Z) \left[ye^{jng} e^{j\frac{Z}{M}b} - \frac{e^{-j(2ny-ng)}}{-j2n} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right]_0^{2p} \\
 &= \frac{j}{4p^2 m} (-1)^n J_n(Z) \left[(2p-0)e^{jng} e^{j\frac{Z}{M}b} - \frac{e^{-j(2n2p-ng)} - e^{-j(2n0-ng)}}{-j2n} e^{-j\frac{Z}{M}a} \right] \\
 &= \frac{j}{2pm} (-1)^n J_n(Z) e^{jng} e^{j\frac{Z}{M}b} = \frac{j}{2pm} (-1)^n J_n(Z) e^{j(\frac{Z}{M}b+ng)}
 \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m \neq 0$ に対して
 - $k \neq \pm n, k=n, k=-n$ の結果から

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{-j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}a + ng)} + \frac{j}{2pm} (-1)^n J_n(Z) e^{j(\frac{Z}{M}b + ng)} \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) \left[-e^{j(-\frac{Z}{M}a + ng)} + (-1)^n e^{j(\frac{Z}{M}b + ng)} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{jng} \left[-e^{-j\frac{Z}{M}(\frac{2}{p}d - 1)} + (-1)^n e^{j\frac{Z}{M}(-\frac{2}{p}d - 1)} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\frac{2}{p}d + ng)} \left[-e^{j\frac{Z}{M}} + (-1)^n e^{-j\frac{Z}{M}} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-\frac{Z}{M}\frac{2}{p}d + ng)} \left[-e^{jm\frac{p}{2}} + (-1)^n e^{-jm\frac{p}{2}} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素二重フーリエ級数展開
 - $m \neq 0$ に対して
 - $k \neq \pm n, k=n, k=-n$ の結果から

$$\begin{aligned} K_{mn} &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-\frac{1}{M}mM\frac{p}{2}\frac{2}{p}d+ng)} \left[-j^m + (-1)^n (-j)^m \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-md+ng)} \left[-j^m + (-1)^n (-1)^m j^m \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n(Z) e^{j(-md+ng)} j^m \left[-1 + (-1)^{n+m} \right] \\ &= \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n(Mm\frac{p}{2}) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 複素二重フーリエ級数展開

- まとめ

- $m=0$

- » $n \neq \pm 1, 0$ $K_{0n} = 0$

- $K_{01} = -j \frac{M}{4} e^{jg}$

- $K_{0-1} = j \frac{M}{4} e^{-jg}$

- $K_{00} = \frac{1}{2}$

- $m \neq 0$

- $$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

- 複素フーリエ係数のままでは分りづらいので実フーリエ係数に変換する

PWMによる出力制御

- 実フーリエ級数と複素フーリエ級数の関係
 - 実フーリエ級数展開

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$\bullet \text{ オイラーの公式 } \begin{cases} \cos kx = \frac{e^{jkx} + e^{-jkx}}{2} \\ \sin kx = \frac{e^{jkx} - e^{-jkx}}{2j} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \frac{e^{jnx} + e^{-jnx}}{2} + b_n \frac{e^{jnx} - e^{-jnx}}{2j} \right\} \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jnx} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jnx} \right\} \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 実フーリエ級数と複素フーリエ級数の関係
 - 実フーリエ級数展開

$$\begin{cases} c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \\ c_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2} \end{cases} \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ c_n e^{jnx} + c_n^* e^{-jnx} \right\}$$
$$\begin{cases} n > 0 & c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \\ n = 0 & c_0 = \frac{a_0}{2} \\ n < 0 & c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2} = c_n^* \end{cases}$$

- 複素フーリエ級数展開 $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換
 - 複素表示

$$\begin{aligned} G(x, y) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} e^{j(mx+ny)} \\ &= K_{00} + K_{10} e^{jx} + K_{01} e^{jy} + K_{-10} e^{-jx} + K_{0-1} e^{-jy} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[K_{mn} e^{j(mx+ny)} + K_{-mn} e^{j(-mx+ny)} \right. \\ &\quad \left. + K_{m-n} e^{j(mx-ny)} + K_{-m-n} e^{j(-mx-ny)} \right] \end{aligned}$$

実表示

$$\begin{aligned} G(x, y) &= a_{00} + a_{10} \cos x + b_{10} \sin x + a_{01} \cos y + b_{01} \sin y \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{mn} \cos(mx+ny) + b_{mn} \sin(mx+ny) \right. \\ &\quad \left. + a_{m-n} \cos(mx-ny) + b_{m-n} \sin(mx-ny) \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} G(x, y) &= K_{00} + K_{10}(\cos x + j \sin x) + K_{01}(\cos y + j \sin y) \\ &\quad + K_{-10}(\cos x - j \sin x) + K_{0-1}(\cos y - j \sin y) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{aligned} &K_{mn} \{ \cos(mx + ny) + j \sin(mx + ny) \} \\ &+ K_{-mn} \{ \cos(-mx + ny) + j \sin(-mx + ny) \} \\ &+ K_{m-n} \{ \cos(mx - ny) + j \sin(mx - ny) \} + \\ &K_{-m-n} \{ \cos(-mx - ny) - j \sin(mx + ny) \} \end{aligned} \right] \\ &= K_{00} + (K_{10} + K_{-10}) \cos x + j(K_{10} - K_{-10}) \sin x \\ &\quad + (K_{01} + K_{0-1}) \cos y + j(K_{01} - K_{0-1}) \sin y \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{aligned} &\{K_{mn} + K_{-m-n}\} \cos(mx + ny) + j\{K_{mn} - K_{-m-n}\} \sin(mx + ny) \\ &+ \{K_{-mn} + K_{m-n}\} \cos(mx - ny) + j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\} \sin(mx - ny) \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{00} = K_{00} \\ a_{01} = K_{01} + K_{0-1} \\ b_{01} = j(K_{01} - K_{0-1}) \\ a_{mn} = K_{mn} + K_{-m-n} \\ b_{mn} = j\{K_{mn} - K_{-m-n}\} \\ a_{m-n} = K_{-mn} + K_{m-n} \\ b_{m-n} = j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_{00} = \frac{1}{2} \\ a_{01} = -j \frac{M}{4} e^{jg} + j \frac{M}{4} e^{-jg} = j \frac{M}{4} (-e^{jg} + e^{-jg}) \\ \quad = j \frac{M}{4} (-\cos g - j \sin g + \cos g - j \sin g) \\ \quad = \frac{M}{2} \sin g \\ b_{01} = j(-j \frac{M}{4} e^{jg} - j \frac{M}{4} e^{-jg}) = \frac{M}{4} e^{jg} + \frac{M}{4} e^{-jg} \\ \quad = \frac{M}{4} (\cos g + j \sin g + \cos g - j \sin g) \\ \quad = \frac{M}{2} \cos g \end{array} \right.$$

信号波の次数 n の周波数は搬送波の次数 m に比べて小さいので $m-n>0$ が支配的

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_n \left(e^{jmp} Z \right) = e^{jnmp} J_n (Z) \quad \text{より}$$

$$e^{jmp} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_{-n}(-Z) = (-1)^n J_n(-Z) = (-1)^n (-1)^n J_n(Z) = J_n(Z)$$

$$K_{-m-n} = \frac{j^{-m+1}}{2p(-m)} J_{-n} \left(-Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md-ng)} \left[-1 + (-1)^{-n-m} \right]$$

$$= -\frac{j^{-m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{mn} &= K_{mn} + K_{-m-n} \\ &= \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \\ &\quad - \frac{j^{-m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \left[j^m e^{j(-md+ng)} - j^{-m} e^{j(md-ng)} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \left[e^{j(-md+ng+m\frac{p}{2})} - e^{j(md-ng-m\frac{p}{2})} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{j}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \begin{bmatrix} \cos(-md + ng + m \frac{p}{2}) \\ + j \sin(-md + ng + m \frac{p}{2}) \\ - \cos(md - ng - m \frac{p}{2}) \\ - j \sin(md - ng - m \frac{p}{2}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{j}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] 2j \sin(-md + ng + m \frac{p}{2}) \\ &= -\frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \sin(-md + ng + m \frac{p}{2}) \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} b_{mn} &= j\{K_{mn} - K_{-m-n}\} \\ &= \frac{j^{m+2}}{2pm} J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \\ &\quad + \frac{j^{-m+2}}{2pm} J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) e^{j(md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \\ &= \frac{j^2}{2pm} J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \left[j^m e^{j(-md+ng)} + j^{-m} e^{j(md-ng)}\right] \\ &= \frac{-1}{2pm} J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{m+n}\right] \left[e^{j(-md+ng+m\frac{p}{2})} + e^{j(md-ng-m\frac{p}{2})}\right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$b_{mn} = \frac{-1}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \begin{bmatrix} \cos(-md + ng + m \frac{p}{2}) \\ + j \sin(-md + ng + m \frac{p}{2}) \\ + \cos(md - ng - m \frac{p}{2}) \\ + j \sin(md - ng - m \frac{p}{2}) \end{bmatrix} \right]$$

$$= \frac{-1}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] 2 \cos(-md + ng + m \frac{p}{2})$$

$$= -\frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] \cos(-md + ng + m \frac{p}{2})$$

$$ja_{mn} + b_{mn} = -\frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-md + ng + m \frac{p}{2})}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_n \left(e^{jmp} Z \right) = e^{jnmp} J_n (Z) \quad \text{より}$$

$$J_{-n}(Z) = (-1)^n J_n(Z)$$

$$e^{jmp} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_{-n}(-Z) = (-1)^n J_n(-Z) = (-1)^n (-1)^n J_n(Z) = J_n(Z)$$

$$K_{m-n} = \frac{j^{m+1}}{2pm} J_{-n} \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right]$$

$$= \frac{j^{m+1}}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right]$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$K_{mn} = \frac{j^{m+1}}{2pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md+ng)} \left[-1 + (-1)^{m+n} \right]$$

$$J_n \left(e^{jmp} Z \right) = e^{jnmp} J_n (Z) \quad \text{より}$$

$$e^{jmp} = -1 \quad m=1 \quad \text{に対して}$$

$$J_n (-Z) = (-1)^n J_n (Z)$$

$$\begin{aligned} K_{-mn} &= \frac{j^{-m+1}}{2p(-m)} J_n \left(-Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md+ng)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \\ &= \frac{-j^{-m+1}}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md+ng)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{m-n} &= K_{-mn} + K_{m-n} \\ &= \frac{-j^{-m+1}}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(md+ng)} \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \\ &\quad + \frac{j^{m+1}}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) e^{j(-md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m-n} \right] \\ &= \frac{j^1}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] - j^{-m} e^{j(md+ng)} + j^m e^{j(-md-ng)} \\ &= \frac{j^1}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \left[-e^{j(md+ng-m\frac{p}{2})} + e^{j(-md-ng+m\frac{p}{2})} \right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} a_{m-n} &= \frac{j}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \begin{bmatrix} -\cos \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right) \\ -j \sin \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right) \\ + \cos \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \\ + j \sin \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \end{bmatrix} \right] \\ &= \frac{j}{2pm} (-1)^n J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] 2j \sin \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \\ &= \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \sin \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$\begin{aligned} b_{m-n} &= j\{-K_{-mn} + K_{m-n}\} \\ &= \frac{j^{-m+2}}{2pm} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) e^{j(md+ng)} \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \\ &\quad + \frac{j^{m+2}}{2pm} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) e^{j(-md-ng)} \left[-1 + (-1)^{m-n}\right] \\ &= \frac{j^2}{2pm} (-1)^n J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \left[j^{-m} e^{j(md+ng)} + j^m e^{j(-md-ng)}\right] \\ &= \frac{1}{2pm} (-1)^{n+1} J_n\left(Mm \frac{p}{2}\right) \left[-1 + (-1)^{-m+n}\right] \left[e^{j(md+ng-m\frac{p}{2})} + e^{j(-md-ng+m\frac{p}{2})}\right] \end{aligned}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 複素フーリエ係数 → 実フーリエ係数変換

$$b_{m-n} = \frac{1}{2pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \begin{bmatrix} \cos \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right) \\ + j \sin \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right) \\ + \cos \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \\ + j \sin \left(-md - ng + m \frac{p}{2} \right) \end{bmatrix} \right]$$

$$= \frac{1}{2pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] 2 \cos \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] \cos \left(md + ng - m \frac{p}{2} \right)$$

$$ja_{m-n} + b_{m-n} = \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-md - ng + m \frac{p}{2})}$$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成

- 三相インバータの線間電圧出力

- AB相間

- A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3\pi$

$$a_{AB00} = a_{A00} - a_{B00} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$a_{AB01} = a_{A01} - a_{B01} = \frac{M}{2} \sin 0 - \frac{M}{2} \sin\left(-\frac{2}{3}p\right) = -\frac{M\sqrt{3}}{4}$$

$$b_{AB01} = b_{A01} - b_{B01} = \frac{M}{2} \cos 0 - \frac{M}{2} \cos\left(-\frac{2}{3}p\right) = \frac{3M}{4}$$

» 振幅 $\sqrt{a_{AB01}^2 + b_{AB01}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} M$

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 三相インバータの線間電圧出力
 - AB相間
 - A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3\pi$
 - » 高調波

$$\begin{aligned}ja_{ABmn} + b_{ABmn} &= ja_{Amn} + b_{Amn} - ja_{Bmn} - b_{Bmn} \\&= -\frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-md + n0 + m\frac{p}{2})} \\&\quad + \frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-md - n\frac{2}{3}p + m\frac{p}{2})} \\&= \frac{1}{pm} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{m+n} \right] e^{j(-md + m\frac{p}{2})} \left(-1 + e^{-jn\frac{2}{3}p} \right)\end{aligned}$$

$n=3k$ のとき零

PWMによる出力制御

- 三角波比較によるPWMパルスの生成
 - 三相インバータの線間電圧出力
 - AB相間
 - A相 $\gamma = 0$, B相 $\gamma = -2/3\pi$
 - » 高調波

$$\begin{aligned} ja_{ABm-n} + b_{ABm-n} &= ja_{Am-n} + b_{Am-n} - ja_{Bm-n} - b_{Bm-n} \\ &= \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-md - 0g + m\frac{p}{2})} \\ &\quad - \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-m + n\frac{2}{3}p + m\frac{p}{2})} \\ &= \frac{1}{pm} (-1)^{n+1} J_n \left(Mm \frac{p}{2} \right) \left[-1 + (-1)^{-m+n} \right] e^{j(-md + m\frac{p}{2})} \left(1 - e^{jn\frac{2}{3}p} \right) \end{aligned}$$

n=3kのとき零