

エネルギー管理研修

電気の基礎

1. 電気及び電子理論

京都大学 大学院 舟木 剛

平成16年12月12日

12:30~14:30

1.1.1 静電界

- 電荷
 - 物質や原子・電子などが帯びている電気やその量を指す
 - 単位はクーロン C
 - 物体が電荷を持った状態を帯電という
 - 電気には正負がある。電荷にも正電荷・負電荷がある

1.1.1 静電界

- クーロンの法則

- クーロン力

- 二つの電荷の間には働く反発力または吸引力

- 2つの電荷(Q_1, Q_2)の間に働く力

- 電荷量の積 $Q_1 Q_2$ に比例
 - 距離 r の二乗に反比例

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad [N]$$

ϵ_0 : 真空の誘電率 [F / m]

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$$

ϵ_r : 比誘電率

1.1.1 静電界

- 電界

- クーロン力が作用する場

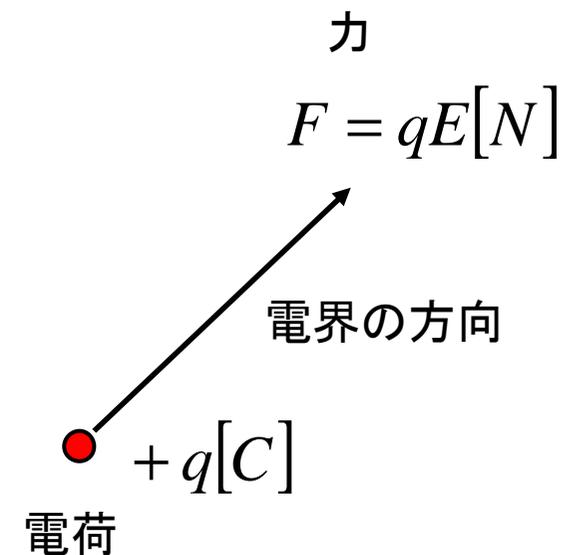
- 単位 V/m

- 静電界

- 電荷が静止している場合

- 電界Eにより電荷qに作用する力F

$$F = qE \quad [N]$$



- 電気力線

- クーロン力の方向を表す軌跡

- 面積密度は, 電界の強さを表す $E [V / m] = E [本 / m^2]$

1.1.1 静電界

- 電位

- 点電荷Qより距離rの点の電位Vr

- 電界内に電位の基準を一点とり(無限遠点 ∞)
各点の基準点に対する電位V

$$V = -\int_{\infty}^r E dr = -\int_{\infty}^r \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} [V]$$

- 点Oにある電荷Qの生じる電界内で, 微小電荷を
点A(r_1)からB(r_2)まで運ぶのに要する仕事

$$V = \int_{r=r_1}^{r=r_2} -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

1.1.1 静電界

- ガウスの定理

- 電界内に任意の閉曲面から出る電界 E_n を面積分すると, 閉曲面内の総電荷量を誘電率 ϵ で割った値に一致

$$\int_S E_n ds = \iint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{Q}{\epsilon}$$

- 誘電率 ϵ [F/m]の媒質中にある電荷 Q [C]から出る電気力線の総本数は Q/ϵ [本]
 - 電気力線の総本数[本]=電気力線の面積密度[本/m²]×面積[m²]

1.1.1 静電界

- 静電容量

- 2つの導体間の静電容量の定義

- 二個の導体があり一方に Q 、他方に $-Q$ の電荷を与えたとき、二導体間の電位差が V である場合に、二導体間の静電容量は次式で表される。

$$C = \frac{Q}{V}$$

- n 個の導体を考える。

- 導体 m だけに単位電荷を与え、他の導体の電荷が0であるとき、各導体の電位

$$P_{1m}, P_{2m}, P_{3m}, \dots$$

- 導体 m に電荷 Q_m を与え、他の導体が零電荷のとき、各導体の電位

$$P_{1m} Q_m, P_{2m} Q_m, P_{3m} Q_m, \dots$$

1.1.1 静電界

- 静電容量

- 導体が各々電荷 Q_1, Q_2, \dots, Q_n を持つとき, 各導体の電位は重ねの理により

$$\begin{cases} V_1 = P_{11}Q_1 + P_{12}Q_2 + P_{13}Q_3 + \dots + P_{1n}Q_n \\ V_2 = P_{21}Q_1 + P_{22}Q_2 + P_{23}Q_3 + \dots + P_{2n}Q_n \\ \vdots \\ V_n = P_{n1}Q_1 + P_{n2}Q_2 + P_{n3}Q_3 + \dots + P_{nn}Q_n \end{cases}$$

- Cに蓄えられるエネルギー

- 最初に電荷を与える時は, 導体の電位は低く, 単位電荷あたりに要する仕事は小さいが, 導体が充電されるに従って, 電位は V に近づく。だから蓄えられているエネルギーは QV にはならない。

1.1.1 静電界

– Cに蓄えられるエネルギー

- n個の導体を考える。最初、各導体の電位は全て0とする。
- 導体1に微小電荷 ΔQ ずつ運び、これで Q_1 まで充電する。
- 途中、電位が V の時に ΔQ を運ぶのに要する仕事は $V \Delta Q$
- 全体の所要エネルギー $W_1 = \sum V \Delta Q$

- 他の導体の電荷は0だから、電位 V 時の電荷を Q とすると $V = P_{11} Q$

- 従って導体1に対して必要なエネルギーは $W_1 = \int_{Q=0}^{Q=Q_1} P_{11} Q dQ = \frac{1}{2} P_{11} Q_1^2$

- 同様に導体2に対して必要なエネルギー

$$V_2 = P_{21} Q_1 + P_{22} Q_2 \quad W_2 = \int_{Q=0}^{Q=Q_2} (P_{21} Q_1 + P_{22} Q) dQ = P_{21} Q_1 Q_2 + \frac{1}{2} P_{22} Q_2^2$$

- 全体として

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i$$

- すなわち $W = \frac{1}{2} Q \times 2 \text{導体間の電位差} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

1.1.2 電流と磁界

- 静磁界

- 磁気力

- クーロン力に対応

- 真空中におかれた強さ m_1, m_2 の磁極
 - 磁極間距離 r
 - 磁極間に働く磁気力 F

$$F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 r^2} [N]$$

- 真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H / m]$

1.1.2 電流と磁界

- 磁界(磁場)

- 磁極に磁気力が作用する場
- 磁極 m [Wb]による磁界の強さ

- 磁界の強さ H [A/m]

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2} [A/m]$$

- 作用する力

$$F = mH [N]$$

- 磁束密度 B

- 面積 S [m²]
- 通る磁束 ϕ [Wb]

$$B = \frac{\Phi}{S} [Wb/m^2] = \frac{\Phi}{S} [T]$$

1.1.2 電流と磁界

- アンペアの周回積分の法則
 - 右ねじの法則
 - 導体に流れる電流は, 円周方向に磁界を発生する
 - 磁界の方向は, 電流の向きに対して時計廻り
 - 電流Iが流れているn本の導体が, 閉曲線Cに鎖交するとき, Cに沿って磁界を積分すると

$$\oint_C H dl = nI [A]$$

1.1.2 電流と磁界

- ビオ・サバールの法則

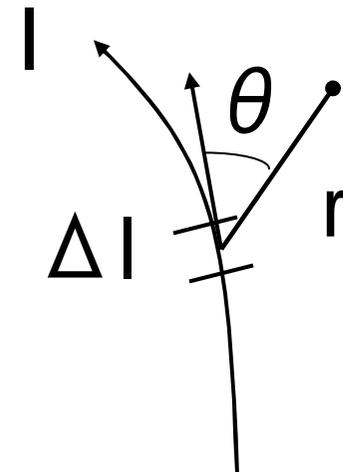
- 電流の生成する磁束密度に対する法則

- 真空中において、電流 I が流れる長さ Δl の部分が、 r 離れた点 P に生じる磁束密度 ΔB の大きさ

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \theta$$

- 方向は、 P と Δl とを含む面に垂直
- 向きは右ねじの法則に従う
- 磁界であらわすと

$$\Delta H = \frac{I \Delta l}{4\pi r^2} \sin \theta$$



1.1.2 電流と磁界

- 磁気回路

- 磁界Hと磁束Bの関係 $B = \mu H$

- μ :透磁率。磁束密度と磁界の強さの関係を与える
 - 磁束の通路を電流の通路に見立てて扱う(磁気回路)

起電力	$E[V]$	\Leftrightarrow	起磁力	$F = NI[A]$
電流	$I[A]$	\Leftrightarrow	磁束	$\Phi[Wb]$
電気抵抗	$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{kS}[\Omega]$	\Leftrightarrow	磁気抵抗	$R_m = \frac{l}{\mu S}[A/Wb]$
オームの法則	$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\rho \frac{l}{S}}[A]$	\Leftrightarrow	オームの法則	$\Phi = \frac{F}{\frac{l}{\mu S}}[Wb]$

1.1.2 電流と磁界

- 電磁力

- 磁界中を流れる電流に対して働く力

- フレミングの左手の法則
- 電荷 q の荷電体が、導体の単位長あたり N 個あり、これが速度 v で動いているとき、電流は

$$I = qNv$$

- 荷電体一個に働く力 F
 - q :電荷, v :速度, B :磁束密度

$$F = qv \times B$$

- 電流 I が流れる導体の単位長に働く力 F_0

$$F_0 = qNv \times B = I \times B = IB \sin \theta$$

1.1.3 電磁誘導

- ファラデーの法則
 - 一つの回路に電磁誘導によって生じる起電力は、この回路に鎖交する磁束数の減少する割合に比例する
- レンツの法則
 - 電磁誘導によって生じる起電力は、磁束変化を妨げる向きの電流を流す向きに発生する
- ノイマン則
 - 鎖交磁束数の減少の割合に等しい起電力を生じる $u = -\frac{d\Phi}{dt}$ [V]
 - Φ [Wb]:鎖交する全磁束
- フレミングの右手の法則
- 長さ l の直線導体が速度 v で磁束密度 B と角度 θ で運動
 - 生じる起電力

$$V_e = vBl \sin \theta \quad [V]$$

1.1.3 電磁誘導

- 自己インダクタンス

- 自己誘導作用

- Lに流れる電流を変化させると磁束が変化し、電流変化を妨げる向きに起電力が誘起する

$$V_e = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

- 自己インダクタンス(自己誘導係数)

- 巻数Nのコイルに電流I[A]流したときに生じる磁束 ϕ [Wb]の関係に現れる比例定数

- 全磁束数

$$\phi = LI$$

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{N\Phi}{I} [H]$$

- 単位H
 - 磁束を作る回路自身に鎖交する磁束による

1.1.3 電磁誘導

- 相互インダクタンス

- 結合された二つのコイルにおいて，一方の電流を変化させると，他方のコイルの鎖交磁束数が変化して，起電力が誘起される

- 一次側電流による磁束のうち，二次側と鎖交する磁束

$$\varphi_{21} = M_{21} I_1 \qquad M_{21} = \frac{\varphi_{21}}{I_1} [H]$$

- 二次側電流による磁束のうち，一次側と鎖交する磁束

$$\varphi_{12} = M_{12} I_2 \qquad M_{12} = \frac{\varphi_{12}}{I_2} [H]$$

1.1.3 電磁誘導

- 相互インダクタンス

- 総合誘導係数

- 一般的に

$$M_{12} = M_{21}$$

- 相互誘導で一次側電流変化が二次側に生ずる起電力

$$V_{21} = -\frac{d\phi_{21}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt} [V]$$

- 相互誘導で二次側電流変化が一次側に生ずる起電力

$$V_{12} = -\frac{d\phi_{12}}{dt} = -M \frac{dI_2}{dt} [V]$$

1.1.3 電磁誘導

- コイルに蓄えられるエネルギー
 - コイル(自己インダクタンス L)の電流を $0 \rightarrow I$ に増加

- L の電流が増加すると, L の端子に逆起電力が発生

$$V = L \frac{di}{dt} \quad [V]$$

- 逆起電力に打ち勝ち, 電流を増加させるのに必要な電力

$$P = VI \quad [W]$$

- 電流が 0 から I に達するまでに必要なエネルギー

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t L \frac{di}{dt} i dt = \int_0^t L i di = \frac{1}{2} LI^2 \quad [J]$$

1.1.3 電磁誘導

- コイルに蓄えられるエネルギー
 - 透磁率 μ の磁性体内の磁界のエネルギー密度

$$w = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \mu HB = \frac{B^2}{2\mu} \quad [J / m^3]$$

- 磁界全体のエネルギー

$$W = \int w dv = \frac{1}{2} \int HB dv = \frac{1}{2} \int HBS dl = \frac{1}{2} \Phi \int H dl = \frac{1}{2} \Phi NI [J]$$

- 自己インダクタンスの定義

$$N\Phi = LI$$

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad [J]$$

1.2 電気回路

- オームの法則
 - R:抵抗, V:電圧, I:電流

$$V = IR$$

- ジュール熱
 - 抵抗での消費電力

$$W = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

- 消費電力量=消費電力を時間積分したもの

$$Q = RI^2t$$

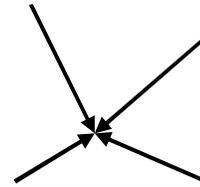
1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

- キルヒホッフの法則

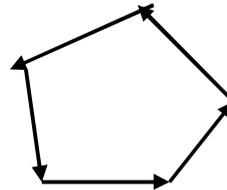
- KCL (電流則)

- 任意の節点に流入する電流の合計は0



- KVL (電圧則)

- 任意の閉路について、各部の電圧を合計すると0



1.2 電気回路

1.2.1 直流回路

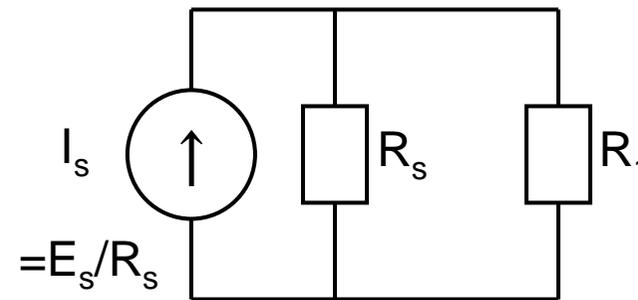
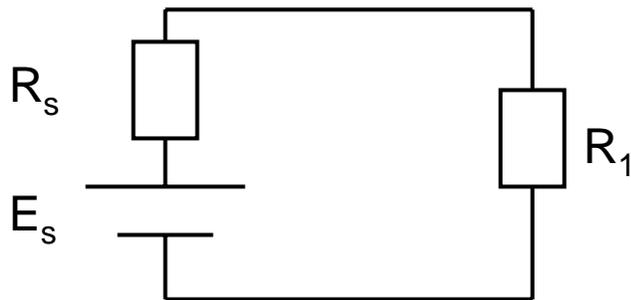
- テブナン・ノートンの等価回路

- テブナンの定理

- 電圧源, 電流源と抵抗からなる回路は, 抵抗と電圧源の直列等価回路であらわすことができる。

- ノートンの定理

- 電圧源, 電流源と抵抗からなる回路は, 抵抗と電流源の並列等価回路であらわすことができる。



1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 正弦波交流

- 交流電圧

- 瞬時値: $e(t)$

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

- E_m :振幅
- ω :角周波数
- t :時間
- θ :位相(遅れ負, 進み正)
- f :周波数
- T :周期

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流電圧

- 平均値

$$E_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_m \sin \varphi d\varphi = 0$$

- 絶対値の平均

$$E_{absave} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_m \sin \varphi d\varphi = \frac{2}{\pi} E_m \approx 0.636 E_m$$

- 二乗平均(実効値)

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_m^2 \sin^2 \varphi d\varphi} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 E_m$$

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

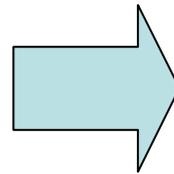
- インピーダンス

- 周波数 f の正弦波に対する, 複素数で表した
 R, L, C の抵抗値

$$R \Rightarrow Z_R = R$$

$$L \Rightarrow Z_L = j\omega L$$

$$C \Rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$



複素インピーダンス

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

- 直列接続

$$Z = Z_1 + Z_2$$

- 並列接続

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}}$$

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

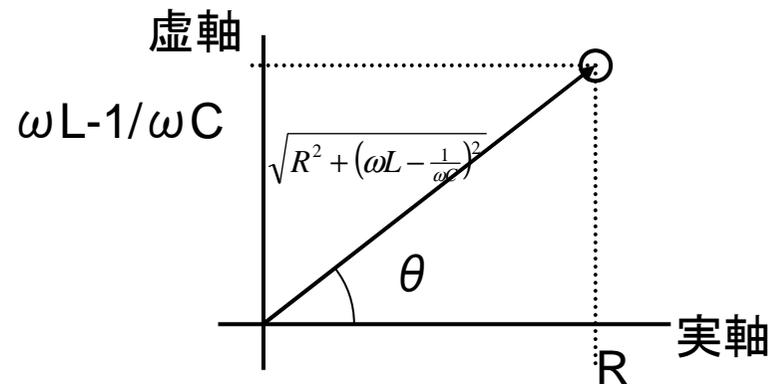
- インピーダンス

– 極座標表示 $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j\theta}$

- 大きさ $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

- 角度

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 記号法

- 電圧・電流の複素表示を用いる
- 電圧・電流の関係を複素インピーダンスで表す
 - 単一周波数・定常状態の表現法
 - フェーザ図で表現可能

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e) \Rightarrow \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} = E e^{j\theta_e} = \dot{E}$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i} = I e^{j\theta_i} = \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + jX}$$

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 回路解法
 - 例題を解いてみる
 - 例題1.18
 - 例題1.19
 - 例題1.20

1.2 電気回路

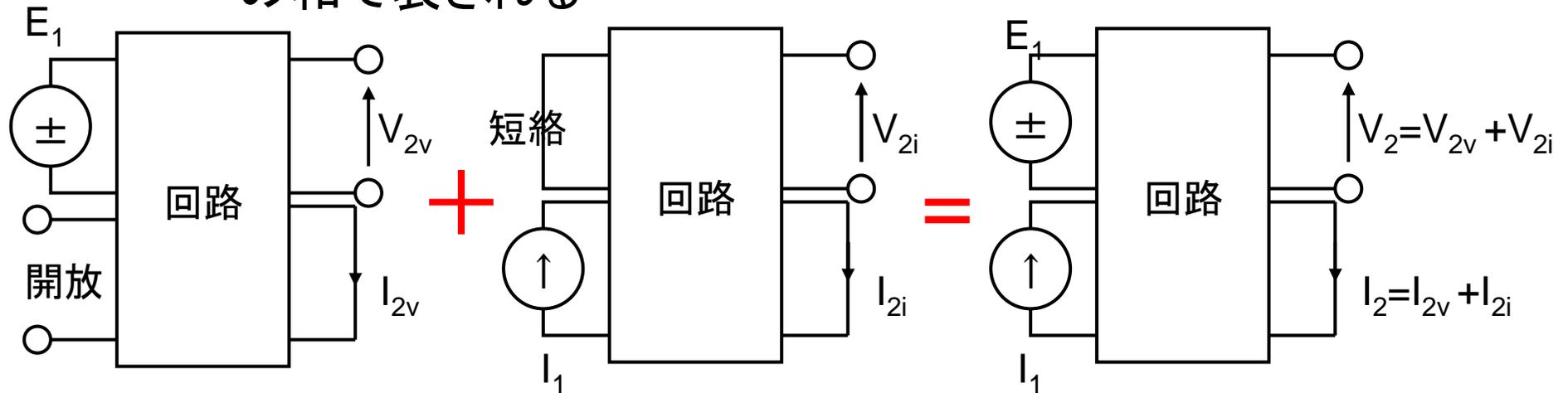
1.2.2 交流回路

- 重ね合わせの理

- 電源とインピーダンスで構成される回路の状態は

- 電流源を開放したときの電圧・電流
- 電圧源を短絡したときの電圧・電流

の和で表される



- 例題1.21を解いてみる

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流回路の電力

- 交流電圧, 電流

- 瞬時値 $e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta_e)$ $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$

- フェーザ $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e}$ $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_i}$

- 電圧を基準にすると, 電流は位相が $\theta_i - \theta_e$ 遅れる

- 平均電力

$$P = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e(t)i(t)dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} E_m \sin(\omega t + \theta_e) I_m \sin(\omega t + \theta_i) dt$$
$$= \frac{E_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_e)$$

1.2 電気回路

1.2.2 交流回路

- 交流回路の電力

- 複素電力

- フェーザで表した電圧・電流で求める
 - 遅れの無効電力を正とした場合の電力

$$\begin{aligned} P + jQ &= \dot{V}\bar{I} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta_e} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\theta_i} = \frac{E_m I_m}{2} e^{j(\theta_e - \theta_i)} \\ &= \frac{E_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_e) + j \frac{E_m I_m}{2} \sin(\theta_i - \theta_e) \end{aligned}$$

- P:有効電力は平均電力に等しい
 - Q:無効電力は交流特有の概念

- 例題1.22を解いてみる

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 対称三相交流(電圧)

– 振幅が等しく, 位相が120度ずつ異なる3つの正弦波(電圧)

$$\begin{aligned} e_a &= \sqrt{2}E_m \sin \omega t & \Leftrightarrow & \dot{E}_a = \dot{E} & \text{A相基準} \\ e_b &= \sqrt{2}E_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) & \Leftrightarrow & \dot{E}_b = \dot{E}e^{-j\frac{2}{3}\pi} \\ e_c &= \sqrt{2}E_m \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) & \Leftrightarrow & \dot{E}_c = \dot{E}e^{j\frac{2}{3}\pi} \end{aligned}$$

但し, $a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ とすると

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^3 = e^{j2\pi} = 1$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- Y結線

- 各相の起電力の終端を，共通の中性点Nに接続

- 対称な場合

$$\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = (1 + a + a^2)\dot{E} = 0$$

- Δ結線

- 各起電力の終端を，他の起電力の始端に接続

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b = \sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}\dot{E} \quad \dot{E}_{bc} = a^2\dot{E}_{ab} \quad \dot{E}_{ca} = a\dot{E}_{ab}$$

- 線間電圧は，相電圧の $\sqrt{3}$ 倍。位相が $\pi/6$ 進む
(Y-Δ変換)

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- V結線

- Δ結線における電源の一つを外したものの

- 変圧器の電圧・電流間には 30° の位相差が発生

- 変圧器の利用率 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 86.6\%$

- V結線時の許容出力は、変圧器容量をPとすると

$$2P \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}P \quad [\text{VA}] \quad \text{利用率悪い}$$

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 三相四線式

- 平衡負荷時

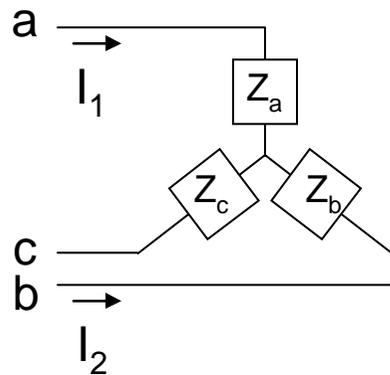
$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{E}_a / \dot{Z} \\ \dot{I}_b = \dot{E}_b / \dot{Z} = a^2 \dot{I}_a \Rightarrow \dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ \dot{I}_c = \dot{E}_c / \dot{Z} = a \dot{I}_a \end{cases}$$

- 電源電圧が対称(平衡)で、負荷が三相平衡の時、中性線電流は流れない
- 電源・負荷共に三相平衡の場合、各相の電圧・電流は位相が $2/3\pi$ 異なるのみとなる。
 - 正相で現された単相等価回路で扱える。

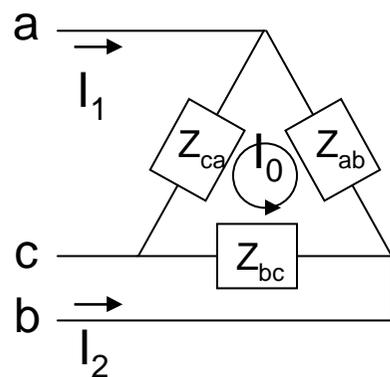
1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 負荷の Δ Y 変換



$$\begin{cases} \dot{V}_{ac} = \dot{I}_1 \dot{Z}_a + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \dot{Z}_c \\ \dot{V}_{bc} = \dot{I}_1 \dot{Z}_b + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \dot{Z}_c \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{V}_{ac} = (\dot{I}_0 + \dot{I}_1) \dot{Z}_{ca} \\ \dot{V}_{bc} = (\dot{I}_2 - \dot{I}_0) \dot{Z}_{bc} \\ \dot{V}_{ab} = -\dot{I}_0 \dot{Z}_{ab} \end{cases}$$

$$\dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0$$

$\dot{V}_{ab}, \dot{V}_{bc}, \dot{V}_{ca}, \dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$

に関する連立方程式を解く

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 負荷の Δ Y 変換

$$\dot{V}_{ab} + \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{ca} = 0 \quad \longrightarrow \quad \dot{I}_0 = \frac{-\dot{I}_1 \dot{Z}_{ca} + \dot{I}_2 \dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

– 任意の I_1, I_2 に対して成立するためには

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_b = \frac{\dot{Z}_{ab} \dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} \quad \dot{Z}_c = \frac{\dot{Z}_{bc} \dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

– 負荷の Y Δ 変換

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \quad \dot{Z}_{bc} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} \quad \dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}$$

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- 負荷の Δ Y 変換
 - 三相平衡のとき

$$\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$$

$$\dot{Z}_{ab} = \dot{Z}_{bc} = \dot{Z}_{ca}$$

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ab}} = \frac{\dot{Z}_{ab}}{3}$$

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_a + \dot{Z}_a\dot{Z}_a + \dot{Z}_a\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a} = 3\dot{Z}_a$$

- 例題1.23
- 例題1.24
- 例題1.25

1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

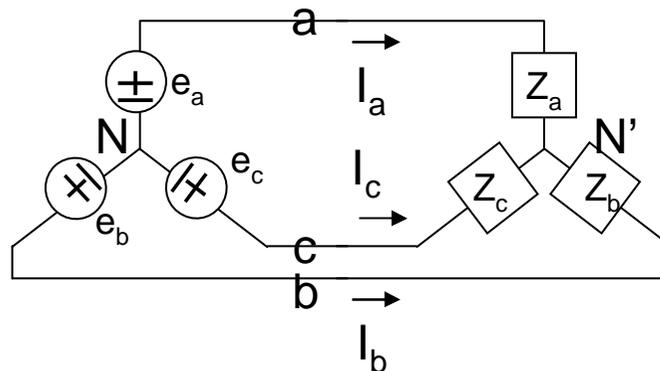
- ミルマンの定理

- (全電圧の定理) 電圧源が並列接続された電気回路の出力電圧を求める定理

- 電圧源 V_i , 回路のアドミタンス Y_i , 出力電圧 V_0 とすると

$$V_o = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i V_i}{\sum_{i=1}^N Y_i}$$

- 三相三線式不平衡回路の解析



1.2 電気回路

1.2.3 三相交流回路

- ミルマンの定理による三相三線式不平衡回路の解析
 - 電源の中性点Nと、負荷の中性点N'の電位差E₀に対して

$$\begin{cases} \dot{E}_a - \dot{E}_o = \dot{Z}_a \dot{I}_a \\ \dot{E}_b - \dot{E}_o = \dot{Z}_b \dot{I}_b \\ \dot{E}_c - \dot{E}_o = \dot{Z}_c \dot{I}_c \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a - \dot{E}_o}{\dot{Z}_a} \\ \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b - \dot{E}_o}{\dot{Z}_b} \\ \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c - \dot{E}_o}{\dot{Z}_c} \end{cases}$$

- 三相三線式では中性線電流は流れないため

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \quad \longrightarrow \quad \dot{E}_o = \frac{\frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_a} + \frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}_c}}{\frac{1}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c}}$$

- E₀を代入して、I_a, I_b, I_cを求めることができる

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析

- RL直列回路

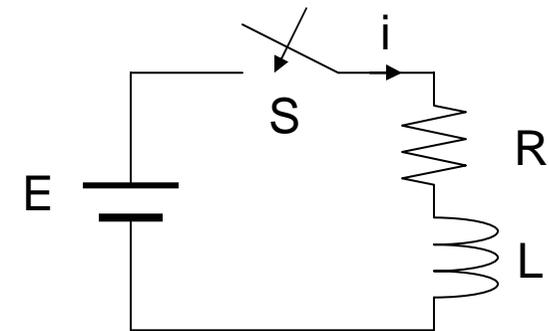
- 磁束の時間変化率が電圧に相当

$$\phi = Li \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dt} \phi = V = \frac{d}{dt} Li = L \frac{d}{dt} i$$

- KVLより $E = Ri + L \frac{d}{dt} i$

- 微分方程式の解 $i = ke^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$ 一般解 特解

- 微分演算子 $\frac{d}{dt}$ をラプラス変換(制御で説明)して解く方法もある

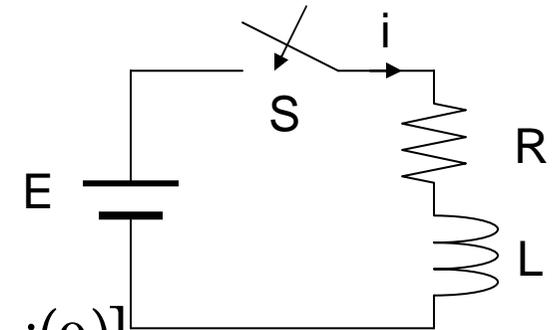


1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析

– ラプラス変換での解き方



$$E = Ri + L \frac{d}{dt} i \quad \xrightarrow{\text{ラプラス変換}} \quad \frac{E}{s} = RI + L[sI - i(0)]$$

$$RI + LsI = \frac{E}{s} - Li(0) \quad (R + Ls)I = \frac{E}{s} - Li(0)$$

$$I = \frac{1}{R + Ls} \left[\frac{E}{s} + Li(0) \right] = \frac{-\frac{LE}{R} + Li(0)}{R + Ls} + \frac{E}{sR} = \frac{-\frac{E}{R} + i(0)}{\frac{R}{L} + s} + \frac{E}{sR}$$

逆ラプラス変換

$$i(t) = \left[-\frac{E}{R} + i(0) \right] e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

$$i(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

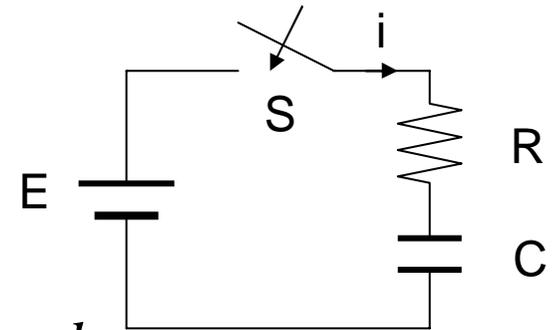
- 直流回路の過渡解析

- RC直列回路

- 電荷の時間変化率が電流に相当

$$Q = Cv \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dt} Q = i = \frac{d}{dt} Cv = C \frac{d}{dt} v$$

- KVL $E = Ri + v = Ri + \frac{Q}{C}$



- 微分方程式の解 $Q = ke^{-\frac{1}{RC}t} + EC$ 一般解 特解

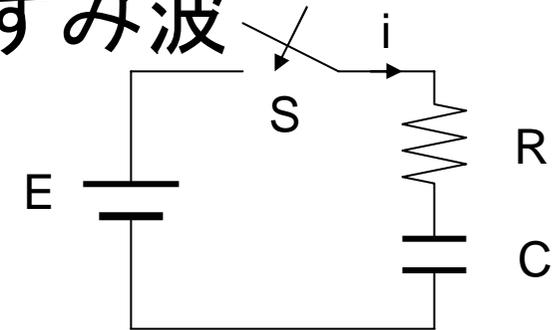
- 微分演算子 $\frac{d}{dt}$ をラプラス変換(制御で説明)して解く方法もある

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 直流回路の過渡解析

– ラプラス変換での解き方



$$i = C \frac{d}{dt} v$$

$$E = Ri + v$$

ラプラス変換

$$I = C[sV - v(0)]$$

$$V = \frac{1}{s} \left[\frac{I}{C} + v(0) \right]$$

$$\frac{E}{s} = RI + \frac{1}{s} \left[\frac{I}{C} + v(0) \right]$$

$$\left(R + \frac{1}{sC} \right) I = \frac{1}{s} [E - v(0)]$$

$$I = \frac{E - v(0)}{R} \frac{1}{s + \frac{1}{CR}}$$

逆ラプラス変換

$$i(t) = \frac{E - v(0)}{R} e^{-\frac{1}{CR}t}$$

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 過渡解析方法の応用
 - 発電機の動揺方程式の解き方

- 電動機トルク T_m
- 回転軸の慣性モーメント J
- 角速度に比例する摩擦トルク k
- 回転速度に無関係な負荷トルク T

$$T_m - T - k\omega = J \frac{d}{dt} \omega$$

- 一階の微分方程式として、電気回路と同様に求解すればよい

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 歪波形(交流・定常解)
 - フーリエ級数展開
 - 複数の周波数成分に分解

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nt + b_n \sin nt]$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \cos n\tau d\tau & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \sin n\tau d\tau & n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

1.2 電気回路

1.2.4 過渡現象並びにひずみ波

- 歪波形(交流・定常解)
 - 歪波交流実効値
 - 周波数成分の二乗和平方根

$$E = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} E_n^2}$$

– 力率

$$\text{力率} = \frac{\text{有効電力}}{\text{皮相電力}} = \frac{E_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n I_n \cos(\theta_{I_n} - \theta_{E_n})}{\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} E_n^2} \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2}}$$

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

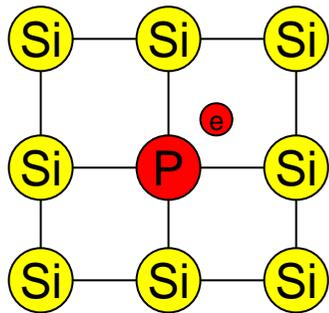
- 絶縁体
 - 外部から電界を印加しても電流は流れない
- 金属
 - 電界を印加すると、電流が良く流れる
- 半導体
 - 真性半導体
 - $10^{-2} \sim 10^4 \Omega \text{m}$
 - 絶対零度では絶縁体
 - 温度が上がると電子と正孔が電流を運ぶ
 - 不純物半導体
 - 不純物を導入して、伝導電子や正孔を供給
 - P形, N形

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

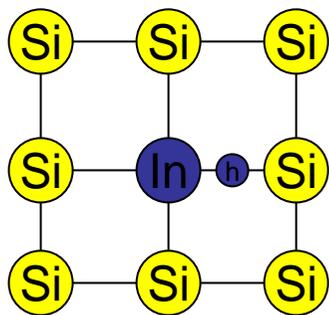
- 不純物半導体

- N型半導体



- » シリコン等の4族(元素の周期表の左から4番目)の真性半導体にアンチモン(Sb), リン(P)等の5族の不純物(ドナー)を加えて作る半導体.
- » 結晶を構成するとき電子が余り, 自由電子となり電気伝導が行われる。

- P型半導体

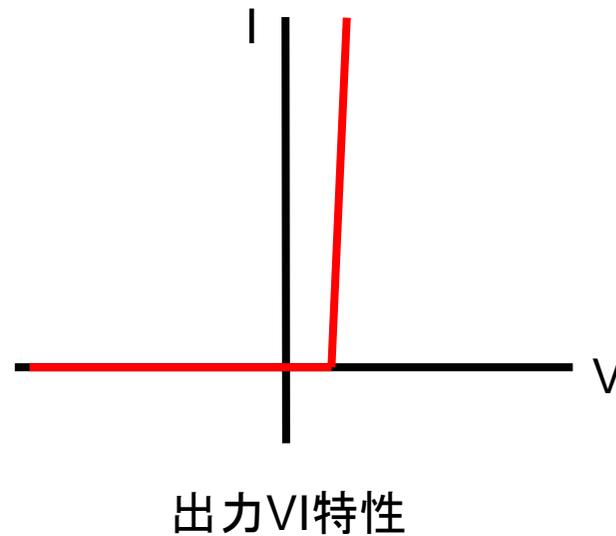
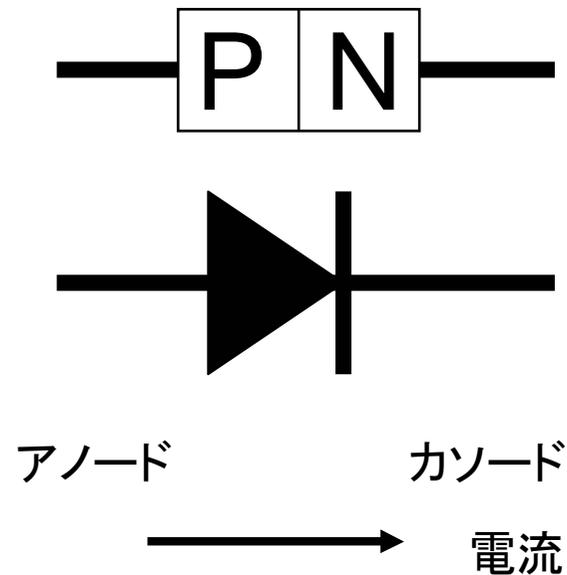


- » シリコン等の4族の真性半導体にホウ素(B), インジウム(In)等の3族の不純物(アクセプタ)を加えて作る半導体.
- » 結晶を構成するとき電子が不足し, 正孔となり電気伝導が行われる。
- » 自由電子や正孔をキャリアと呼ぶ

1.3 電子回路

1.3.1 半導体

- ダイオード
 - P形半導体とn形半導体を接合した2端子素子(PN接合ダイオード)
 - 点接触形, 接合形などがある
 - 高耐電圧用PiN, 高速用Schottky



1.3 電子回路

1.3.1 半導体

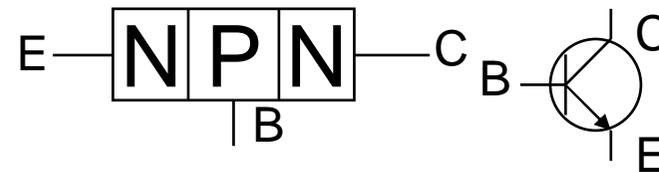
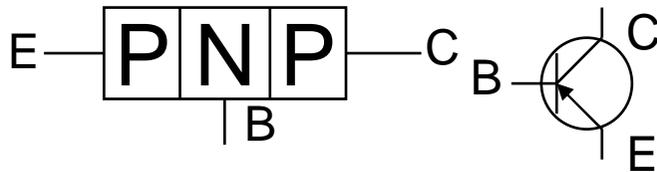
- トランジスタ

- 増幅作用を持つ半導体素子

- バイポーラ形とユニポーラ形(電界効果形)がある

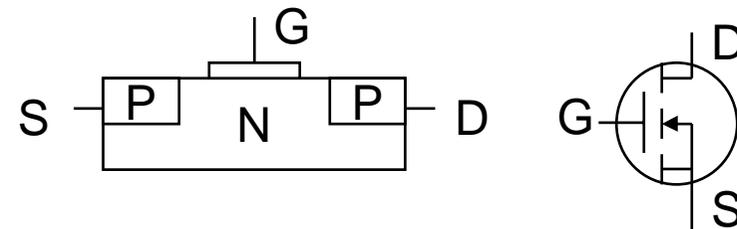
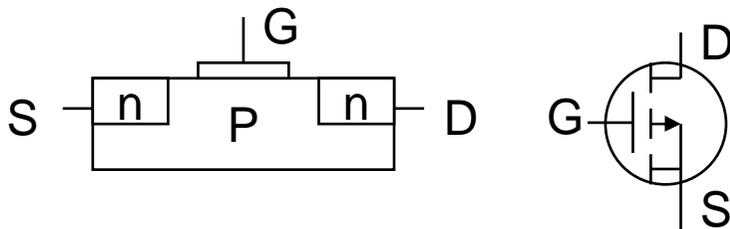
- バイポーラ形

- P,N形半導体を組み合わせ, PNP,NPNを構成する



- ユニポーラ形

- NまたはP形の半導体でチャネルを作る。

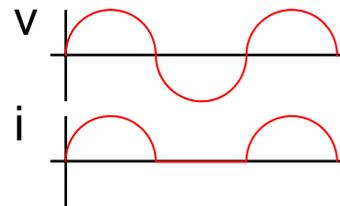
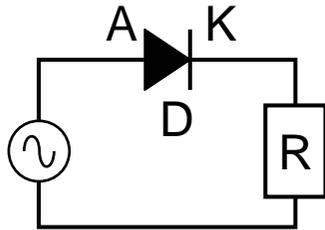


1.3 電子回路

1.3.2 整流回路

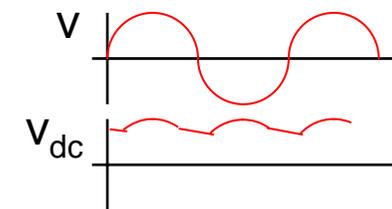
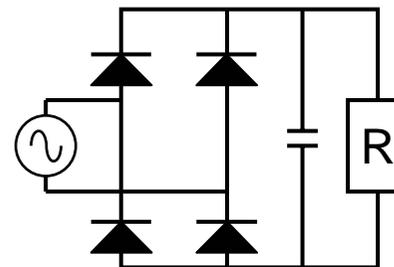
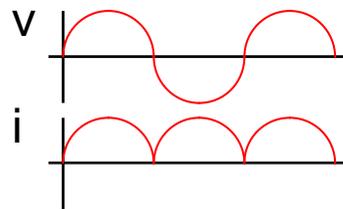
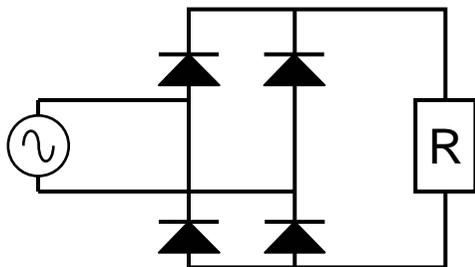
- 半波整流回路

- 出力電流は正弦波の半分(半波)



- 全波整流回路

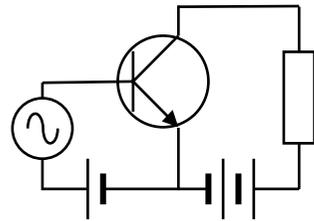
- 半周期毎に半波が反転した全波波形



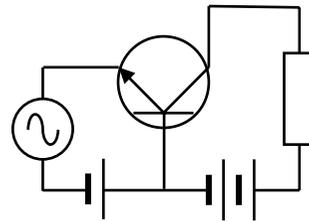
1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

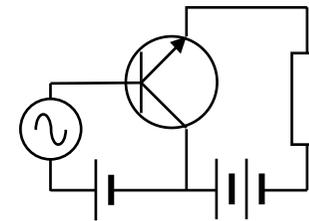
- トランジスタの入出力端子の共通接続(接地)点で三方式に分かれる



エミッタ接地



ベース接地



コレクタ接地

– エミッタ接地増幅率 β

- ベース電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

– ベース接地電流増幅率 α

- エミッタ電流の変化量に対するコレクタ電流の変化量

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \quad \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E - \Delta I_C} = \frac{\Delta I_C}{\frac{\Delta I_C}{\alpha} - \Delta I_C} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

1.3 電子回路

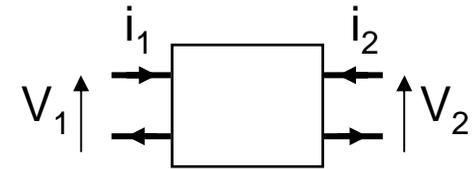
1.3.3 増幅回路

- トランジスタの四端子定数 (hパラメータ)

- トランジスタを四端子 (二端子対) 回路で考える

- Y (アドミタンス) パラメータ

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



- Z (インピーダンス) パラメータ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

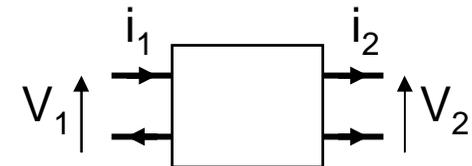
- H (ハイブリッド) パラメータ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

- G (ハイブリッド) パラメータ

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

F行列 → 入出力電流の向きを変えたもの

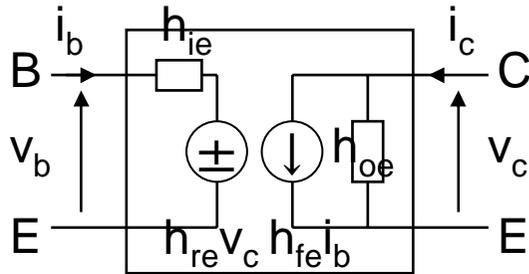


1.3 電子回路

1.3.3 増幅回路

- トランジスタの四端子定数 (hパラメータ)

トランジスタの四端子 (二端子対) 回路



- $h_i [\Omega]$: 出力端短絡入力インピーダンス
- h_r : 入力端開放電圧帰還比
- h_f : 出力端短絡電流増幅率
- $h_o [S]$: 入力端開放入力アドミタンス

第二添え字に, トランジスタの接地方式をつける
例: h_{fe} → エミッタ接地電流増幅率

$$\begin{bmatrix} V_{BE} \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie} & h_{re} \\ h_{fe} & h_{oe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix}$$

$$h_{ie} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}$$

$$h_{re} = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}}$$

$$h_{fe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \beta$$

$$h_{oe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$$

1.3 電子回路

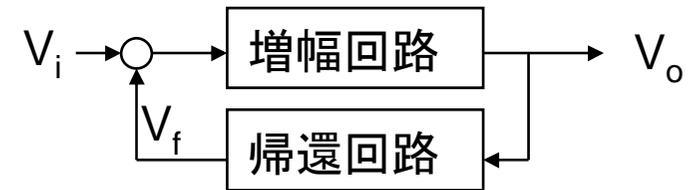
1.3.4 発振回路

- 増幅回路の出力の一部を正帰還して発振回路を構成する

– 増幅回路の増幅率 $A = \frac{V_o}{V_i + V_f}$

– 帰還回路の増幅率 $\beta = \frac{V_f}{V_o}$

– 回路全体の増幅率 $A_o = \frac{V_o}{V_i}$



$$A = \frac{V_o}{V_i + V_f} = \frac{V_o}{V_i + \beta V_o} \Rightarrow A(V_i + \beta V_o) = V_o \Rightarrow AV_i = V_o(1 - A\beta)$$

$$\Rightarrow A_o = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

$A\beta = 1$ の時、分母が0となり、 $A_o = \infty$ となる。この条件下で一度発振し始めると持続する。

1.3 電子回路

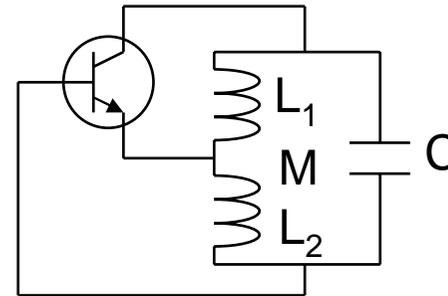
1.3.4 発振回路

- ハートレー発振回路

- コイルにセンタータップを設け、この端子を帰還に用いる

- 発振周波数 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

但し $L = L_1 + L_2 - 2M$

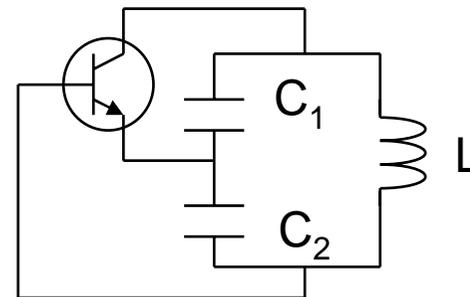


- コルピッツ発振回路

- コンデンサを分割し、帰還に用いる

- 発振周波数 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

但し $C = C_1 + C_2$



1.3 電子回路

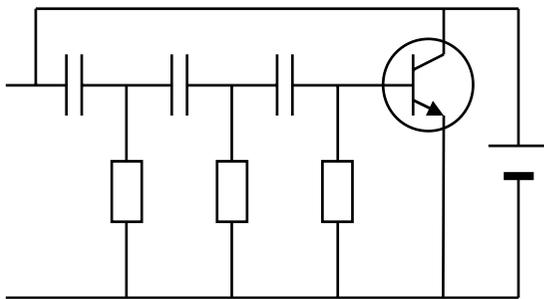
1.3.4 発振回路

- RC形発振回路

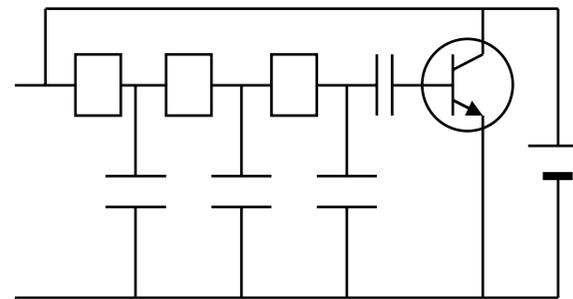
- 移相形発振回路は、一段毎に位相が 60° 変化(3段)
- 180° 移相する周波数で発振する
- 移相の段数で、発振周波数とトランジスタの必要利得が変化する

$$\text{3段 } f \cong \frac{\sqrt{6}}{2\pi RC} \quad G \geq 29 \quad \text{4段 } f \cong \sqrt{\frac{10}{7}} \frac{1}{2\pi RC} \quad G \geq 19.4$$

- 微分形と積分形がある



微分形

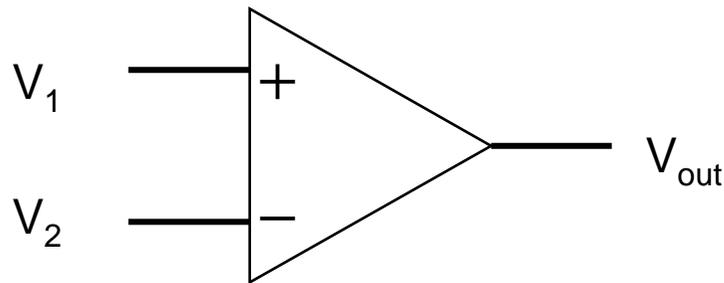


積分形

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器(オペアンプ)

- オペアンプ
 - 加算, 積分等の演算回路に用いる
 - 同相入力端子(+)と, 逆相(反転)入力端子(-), 出力端子を持つ
 - 理想的なオペアンプ
 - 入力インピーダンス ∞
 - 出力インピーダンス0
 - 増幅度 ∞



増幅度 α とすると

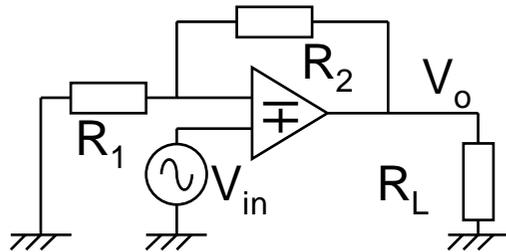
$$V_{out} = \alpha(V_2 - V_1)$$

1.3 電子回路

1.3.5 演算増幅器(オペアンプ)

- オペアンプ

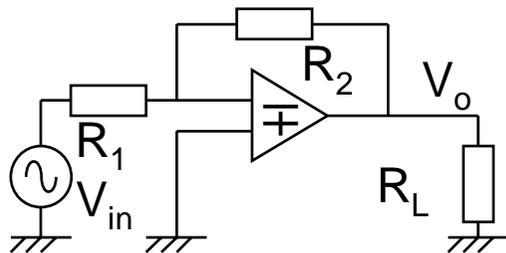
- 同相(非反転)増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha(V_{in} - V) & V_o = \alpha(V_{in} - V) = \alpha\left(V_{in} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o\right) \\ V = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o & V_o \left(1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}\right) = \alpha V_{in} \\ & A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}} \end{cases}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} A = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{\alpha}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- 逆相(反転)増幅回路



$$\begin{cases} V_o = \alpha(-V) & V_o = -\alpha\left[V_{in} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(V_o - V_{in})\right] \\ V = V_{in} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(V_o - V_{in}) & V_o \left[1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}\right] = -\alpha V_{in} \left[1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right] \end{cases}$$

$$A = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-\alpha \left[1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right]}{1 + \frac{\alpha R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{-\alpha [R_1 + R_2 - R_1]}{R_1 + R_2 + \alpha R_1} = \frac{-\alpha R_2}{R_1 + R_2 + \alpha R_1} = \frac{-R_2}{\frac{R_1 + R_2}{\alpha} + R_1}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} A = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{-R_2}{\frac{R_1 + R_2}{\alpha} + R_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$