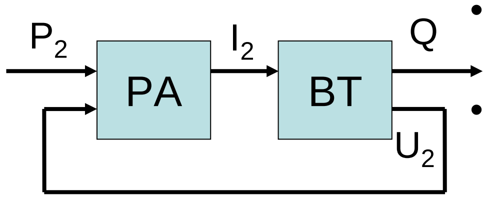
応用電力変換工学
第2回　電源技術(電力貯蔵)-II

平成20年10月8日

電池のモデル化
準定常(静特性)モデル



- 入力変数
  - 端子出力電力P2(t)
- 出力変数
  - 電池の電荷量Q(t)
- 内部変数
  - 端子電圧U2(t)
  - 端子電流I2(t)

$$I_2(t) = \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

電池のモデル化
準定常モデル

- 電池の容量はAhで表す
  - 定電流の充電･放電で評価
    - 定電流放電試験
      - 満充電時　開放端子電圧Uoc
      - 放電終了電圧まで定電流I2で放電
(例Uocの80%)
      - 放電時間tf
      - 依存関係はPeukertの式で表される

$$t_f = const \cdot I_2^{-n}$$

» n:ポイカート指数
1〜1.5(鉛電池で1.35程度)
» 電池の容量は充放電電流に依存する

電池のモデル化
準定常モデル

- 放電電流I2*に対する容量Q0*が与えられている場合
  - 異なる放電電流に対する容量との関係

$$Q_0^* = I_2^* t_f^* = I_2^* \cdot const \cdot I_2^{*-n} = const \cdot I_2^{*1-n}$$

$$Q_0 = I_2 t_f = const \cdot I_2^{1-n}$$

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{const \cdot I_2^{1-n}}{const \cdot I_2^{*1-n}} = \left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{1-n}$$

- 修正Peukert式
  - Kc:定数

$$\frac{Q_0}{Q_0^*} = \frac{K_c}{1 + (K_c - 1)\left(\frac{I_2}{I_2^*}\right)^{n-1}}$$

電池のモデル化
準定常モデル

- 充放電電流を無次元化
  - C-rate
    - 電池容量Q0 (Ah)
    - 放電電流I0(A)
      - 電池を一時間で完全放電する電流

$$c(t) = \frac{I_2(t)}{I_0} \qquad I_0 = \frac{Q_0}{1}$$

    - C=1/xで表す
      - x(h)は電池を放電するのに要する時間

準定常モデル
充電状態(SoC: State of charge)

- 充電状態qは，定格電池容量Q0に対する出力可能な電荷量の比

$$q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$$

  - 電荷残量Qは通常測れない
    - 電荷量変化と放電電流の関係

$$\dot{Q}(t) = -I_2(t)$$

    - 充電時は，充電電流が全部電荷として貯まらない

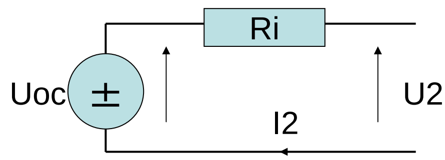
$$\dot{Q}(t) = -\eta_c I_2(t)$$

      - η c:クーロン効率

準定常モデル
等価回路

- 電池の等価回路
  - 構成
    - 理想電圧源(開回路電圧)Uoc
    - 内部抵抗Ri
  - KVL

$$U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t) = U_2(t)$$



準定常モデル
等価回路の開回路電圧

- 電池の開回路電圧Uoc
  - 電池電荷の関数として表される

$$U_{oc}(t) = \kappa_2 q(t) + \kappa_1$$

    - 平衡電位をあらわす
    - k1,k2は電池の組成，セル数に依存する定数。動作状態に依存しない。
    - 電圧源とコンデンサの直列回路ともとれる
    - 正しくはNernst式を用いる
    - 実用上は表参照方式

準定常モデル 等価回路の内部抵抗

- 電池の内部抵抗Ri

$$R_i = R_d + R_{ct} + R_o$$

  – オーム性抵抗Ro
    - 電解質・電極・端子間接続を直列した成分
  – 電荷移動抵抗Rct
    - 電極反応における電荷移動に関する成分
  – 拡散・濃度抵抗Rd
    - 電解質中のイオンの濃度勾配による拡散に関する成分
  – 電池電流に依存しないため，モデルの制約が大きい
    - Tafel式を用いた非線形モデル

準定常モデル 等価回路の内部抵抗と出力電圧

- 電池の内部抵抗Ri
  – 充電状態qに応じて変化するモデル

$$R_i(t) = \kappa_4 q(t) + \kappa_3$$

- 等価回路の端子電圧 $U_2(t) = U_{oc}(t) - R_i(t) I_2(t)$

$$= \kappa_2 q(t) + \kappa_1 - [\kappa_4 q(t) + \kappa_3] I_2(t)$$

$$= \kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t)$$

  - 開放電圧 $U_2(t) = \kappa_1 + \kappa_2$
  - 満充電時端子電圧の電圧降下分 $[\kappa_3 + \kappa_4] I_2(t)$
  - Qにおける端子電圧の電圧降下の増分

$$\{\kappa_1 + \kappa_2\} - \{\kappa_1 - \kappa_3 I_2(t) + [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t)\} - \{[\kappa_3 + \kappa_4] I_2(t)\}$$

$$= -[\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)] q(t) + \kappa_2 - \kappa_4 I_2(t) = [\kappa_2 - \kappa_4 I_2(t)][1 - q(t)]$$

準定常モデル
端子電圧のSOC表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 端子電圧の内部変数の電流I2を消去

$$I_2(t)=\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)=\kappa_1-\kappa_3 I_2(t)+\left[\kappa_2-\kappa_4 I_2(t)\right]q(t)$$

$$=\kappa_1-\kappa_3\frac{P_2(t)}{U_2(t)}+\left[\kappa_2-\kappa_4\frac{P_2(t)}{U_2(t)}\right]q(t)$$

$$U_2(t)^2=\kappa_1 U_2(t)-\kappa_3 P_2(t)+\left[\kappa_2 U_2(t)-\kappa_4 P_2(t)\right]q(t)$$

$$U_2(t)^2-\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]U_2(t)+P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]=0$$

$$U_2(t)=\frac{\kappa_1+\kappa_2 q(t)}{2}\pm\sqrt{\frac{\left[\kappa_1+\kappa_2 q(t)\right]^2}{4}-P_2(t)\left[\kappa_3+\kappa_4 q(t)\right]}$$

準定常モデル
端子電圧の入力電力表現

- 入力電力と端子電圧・電流の関係
- 等価回路のKVLから電流I2を消去

$$I_2(t)=\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)=U_{oc}(t)-R_i(t)I_2(t)$$

$$=U_{oc}(t)-R_i(t)\frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

$$U_2(t)^2-U_{oc}(t)U_2(t)+R_i(t)P_2(t)=0$$

$$U_2(t)=\frac{U_{oc}(t)}{2}\pm\sqrt{\frac{U_{oc}(t)^2}{4}-P_2(t)R_i(t)}$$

準定常モデル 端子電圧と入力電力の関係

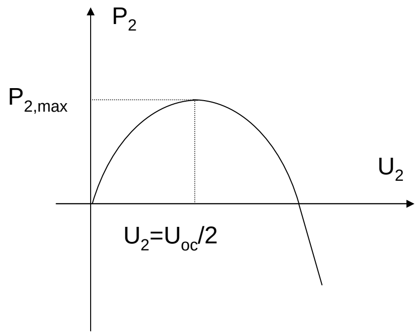
- 放電時の条件

$$P_2(t) > 0$$

$$U_2(t) < U_{oc}(t)$$

  - 出力電力は端子電圧の二次関数

$$P_2(t) = \frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$$



準定常モデル 端子電圧と入力電力の関係

- 最大放電電力 $\frac{dP_2}{dU_2} = \frac{d}{dU_2}\frac{-U_2(t)^2 + U_{oc}(t)U_2(t)}{R_i(t)}$
  - 極値条件

$$= \frac{-2U_2(t) + U_{oc}(t)}{R_i(t)} = 0 \qquad U_{oc}(t) = 2U_2(t)$$

  - 最大電力

$$P_{2,\max}(t) = \frac{-\left(\frac{U_{oc}(t)}{2}\right)^2 + U_{oc}(t)\frac{U_{oc}(t)}{2}}{R_i(t)} = \frac{U_{oc}(t)^2}{4R_i(t)}$$

  - ピーク電圧，電流

$$U_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2}$$

$$U_{2,P}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,P}(t) \qquad I_{2,P}(t) = \frac{U_{oc}(t)}{2R_i(t)}$$

準定常モデル 端子電圧と入力電力の関係

– 電池の端子電圧の制約条件

$$U_2 \in \left(U_{2,\min}, U_{2,\max}\right)$$
$$U_{2,\min} > U_{2,P}$$

• 制約条件下における最大放電電力・電流

$$P_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\min} - U_{2,\min}^{\;2}}{R_i(t)}$$
$$U_{2,\min}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\max}(t)$$
$$I_{2,\max}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\min}}{R_i(t)}$$

準定常モデル 端子電圧と入力電力の関係

• 制約条件下における最大充電電力・電流

– 端子電圧 $U_2 > U_{oc}$

– 最大電力は端子電圧上限で決まる

$$P_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t)U_{2,\max} - U_{2,\max}^{\;2}}{R_i(t)}$$

– 最大充電電流(負値)

$$U_{2,\max}(t) = U_{oc}(t) - R_i(t)I_{2,\min}(t)$$
$$I_{2,\min}(t) = \frac{U_{oc}(t) - U_{2,\max}}{R_i(t)}$$

電池の充放電効率

- 大域的な充放電効率
  - 完全充放電サイクルで定義
    - 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比
  - 充放電状態に依存する
    - 定電流充放電　Peukert test
    - 低電力充放電　Ragone test

電池の充放電効率

- 定電流での放電時間(充電電荷量Q0，放電電流I2)

$$t_f = Q_0 / I_2$$

- エネルギーによる効率評価
  - 放電エネルギー $E_d = \int_0^{t_f} P_2(t)dt = t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2$
  - 充電エネルギー $|E_c| = \int_0^{t_f} |P_2(t)| dt = t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|$

$$\eta_b = \frac{E_d}{E_c} = \frac{t_f (U_{oc} - R_i I_2) I_2}{t_f (U_{oc} + R_i |I_2|) |I_2|} = \frac{U_{oc} - R_i |I_2|}{U_{oc} + R_i |I_2|}$$

- パワーによる効率評価

$$\eta_b = \frac{P_{2,d}(t)}{|P_{2,c}(t)|} = \frac{U_{oc} - R_i |I_2(t)|}{U_{oc} + R_i |I_2(t)|}$$