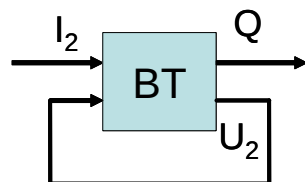


応用電力変換工学

第3回 電源技術(電力貯蔵)-III

平成20年10月15日

電池の動特性モデル



- 入力変数
 - 端子電流 $I_2(t)$
 - 正:放電
 - 負:充電
- 出力変数
 - 端子電圧 $U_2(t)$
 - 電池の電荷量 $Q(t)$
- 電池の過渡応答

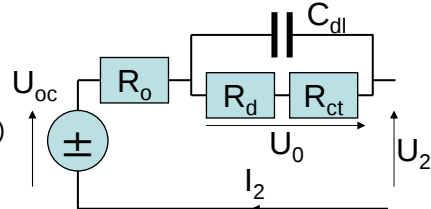
電池の動特性モデル 等価回路

- Randles / Thevenin model

- 静特性モデルの発展版

- 要素分離

- オーム性電圧降下
 - 過電圧・分極(非オーム性)
 - » 電荷移動
 - » 表面過電圧
 - » 拡散過電圧
 - 電極・電解質間の電荷蓄積・分離
 - » 二重層容量 C_{dl} の充放電
 - 化学反応による電荷移動電流
 - » 拡散抵抗 R_d , 電荷移動抵抗 R_{ct}



2008/10/15

応用電力変換工学

3

電池の動特性モデル 回路方程式

- 等価回路のKVL, KCL

- U_o : 非オーム性過電圧
 - 定常状態の内部抵抗 $R_i = R_o + R_{ct} + R_d$
 - KVL

$$U_2(t) = U_{oc} - R_o I_2(t) - U_o(t)$$

- KCL

$$I_2(t) = C_{dl} \frac{dU_o(t)}{dt} + \frac{U_o(t)}{R_d + R_{ct}}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

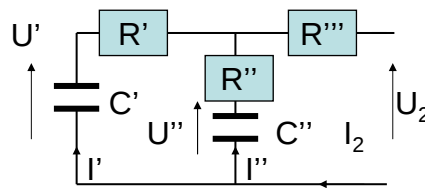
4

電池の動特性モデル 等価回路

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$C' \frac{dU'(t)}{dt} = -I'(t) \quad C'' \frac{dU''(t)}{dt} = -I''(t) \quad I_2(t) = I'(t) + I''(t)$$

$$U'(t) - R'I'(t) = U''(t) - R''I''(t) = U_2(t) + R'''I_2(t)$$



2008/10/15

応用電力変換工学

5

電池の動特性モデル 等価回路

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$I_2(t) = I'(t) + I''(t) = -C' \frac{dU'(t)}{dt} - C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) + R'C' \frac{dU'(t)}{dt} = U''(t) + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

$$U'(t) - U''(t) = -R'C' \frac{dU'(t)}{dt} + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt}$$

$$R''I_2(t) + [U'(t) - U''(t)] = -R''C' \frac{dU'(t)}{dt} - R'C' \frac{dU'(t)}{dt} = -\frac{dU'(t)}{dt} C'[R'' + R']$$

$$\frac{dU'(t)}{dt} = \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C'[R'' + R']}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

6

電池の動特性モデル 等価回路

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$R'I_2(t) - [U'(t) - U''(t)] = -R'C'' \frac{dU''(t)}{dt} - R''C'' \frac{dU''(t)}{dt} = -\frac{dU''(t)}{dt} C'' [R' + R'']$$

$$\frac{dU''(t)}{dt} = \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C'' [R' + R'']}$$

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U''(t) - R''I''(t) - R'''I_2(t) \\ &= U''(t) - R''I''(t) - R'''[I'(t) + I''(t)] \\ &= U''(t) + R''C'' \frac{dU''(t)}{dt} + R''' \left[C' \frac{dU'(t)}{dt} + C'' \frac{dU''(t)}{dt} \right] \end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

7

電池の動特性モデル 等価回路

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U''(t) + R'''C' \frac{dU'(t)}{dt} + [R'' + R''']C'' \frac{dU''(t)}{dt} \\ &= U''(t) + R'''C' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{C' [R'' + R']} \\ &\quad + [R'' + R''']C'' \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{C'' [R' + R'']} \\ &= U''(t) + R''' \frac{-R''I_2(t) - [U'(t) - U''(t)]}{[R'' + R']} \\ &\quad + [R'' + R'''] \frac{-R'I_2(t) + [U'(t) - U''(t)]}{[R' + R'']} \end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

8

電池の動特性モデル 等価回路

- Johnson's model(ビヘイビアモデル)

$$\begin{aligned}
 U_2(t) &= U''(t) + \frac{-R'''R'' - R'[R'' + R''']}{R'' + R'} I_2(t) \\
 &\quad + \frac{-R''' + R'' + R'''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R''' - [R'' + R''']}{R'' + R'} U''(t) \\
 &= \frac{-R'''[R'' + R'] - R'R''}{R'' + R'} I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t) \\
 &= -\left[1 + \frac{R'R''}{R'' + R'}\right] I_2(t) + \frac{R''}{R' + R''} U'(t) + \frac{R'}{R'' + R'} U''(t)
 \end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

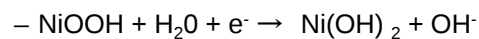
9

集中定数電気化学モデル

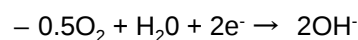
- NiMH電池

－ 反応(放電)

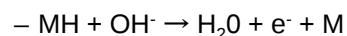
- Ni負極 主反応



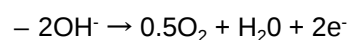
- Ni負極 副反応



- MH陽極 主反応



- MH陽極 副反応



2008/10/15

応用電力変換工学

10

集中定数電気化学モデル

- Butler-Volmer 反応速度式(5種の物質の濃度)
 - 4次の反応($Z=1,2,3,4$)に対する電荷移動電流密度式

$$J_z = J_{z,0} \left[\prod_i \left(\frac{c_i}{c_{i,ref}} \right)^{K_i} e^{\alpha_{a,z} K \eta_z} - \prod_j \left(\frac{c_j}{c_{j,ref}} \right)^{K_j} e^{-\alpha_{c,z} K \eta_z} \right]$$

- $J_{z,0}$: 基準濃度における電流密度(正が酸化)
- $\alpha_{a,0}, \alpha_{c,0}$: アノード, カソードの移動係数
- η_z : 電荷移動反応をつかさどる表面過電圧
- $K=F/(Rv_b)$: F :ファラデー定数, v_b :セル温度, R :気体定数
- c : 物質の濃度(refは基準濃度)
- k : モル定数

2008/10/15

応用電力変換工学

11

集中定数電気化学モデル

- 簡略化
 - 電解液中のOH⁻の濃度変化, Ni(OH)₂に対するNiOOH濃度を無視

$$J_1(t) = J_{1,0} \left\{ \left(\frac{c_n(t)}{c_{n,ref}} \right) \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5K\eta_1(t)} - \left(\frac{c_{n,max} - c_n(t)}{c_{n,max} - c_{n,ref}} \right) e^{-0.5K\eta_1(t)} \right\}$$

$$J_2(t) = J_{2,0} \left\{ \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right)^2 e^{K\eta_2(t)} - \left(\frac{p_o(t)}{p_{o,ref}} \right)^{0.5} e^{-K\eta_2(t)} \right\}$$

$$J_3(t) = J_{3,0} \left\{ \left(\frac{c_m(t)}{c_{m,ref}} \right)^\mu \left(\frac{c_e}{c_{e,ref}} \right) e^{0.5K\eta_3(t)} - e^{-0.5K\eta_3(t)} \right\}$$

- $c_n(t)$: Ni(OH)₂濃度
- c_e : OH⁻濃度(KOH電解質)
- $c_m(t)$: MH中の水素濃度
- μ : 化学反応係数
- $p_o(t)$: 酸素分圧

$$J_4(t) = -J_{4,0} \left(\frac{p_o(t)}{p_{o,ref}} \right)$$

2008/10/15

応用電力変換工学

12

集中定数電気化学モデル

- 表面過電圧 $\eta_1(t) = \Delta\Phi_{pos}(t) - \phi_1(t)$
 $\eta_2(t) = \Delta\Phi_{pos}(t) - \phi_2(t)$
 $\eta_3(t) = \Delta\Phi_{neg}(t) - \phi_3(t)$
 - $\Delta\Phi_{pos}(t), \Delta\Phi_{neg}(t)$: 固体・液体界面電位差
 - $\phi_1(t), \phi_2(t), \phi_3(t)$: 基準状態における平衡電位
- 電極における電荷平衡条件

$$I_2(t) = S_{pos}[J_1(t) + J_2(t)]$$

$$I_2(t) = -S_{neg}[J_3(t) + J_4(t)]$$
 - S_{pos}, S_{neg} : 陽極, 負極の電極面積

2008/10/15

応用電力変換工学

13

集中定数電気化学モデル

- Niの質量バランス

$$\frac{d}{dt}c_n(t) = -\frac{J_1(t)}{l_{y,pos}F}$$
 - $l_{y,pos}$: Niの実効厚
- MHの質量バランス電極における電荷平衡条件

$$\frac{d}{dt}c_m(t) = -\frac{J_3(t)}{l_{y,neg}F}$$
 - $l_{y,neg}$: MHの実効厚
- 酸素の質量バランス

$$\frac{d}{dt}p_o(t) = -\frac{R\nu_b}{V_{gas}} \frac{S_{pos}J_2(t) + S_{neg}J_4(t)}{F}$$
 - V_{gas} : 気体の体積
- 充電状態

$$q(t) = 1 - \frac{C_n(t)}{C_{n,max}}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

14

電池の熱モデル

- 電池温度 v_b は効率, 寿命, 容量に影響する
- 構成
 - 熱容量 $C_{t,b}$
 - 熱源
 - 内部抵抗損失
 - 寄生反応(クーロン効率に関係)
- 熱平衡の式

$$\frac{d}{dt}v_b(t) = \frac{q_{in}(t) - q_{out}(t)}{C_{t,b}} \quad q_{in}(t) = R_i I_2(t)^2 \quad q_{out}(t) = \frac{v_b(t) - v_{air}(t)}{R_{th}}$$

$$v_{air}(t) = v_a + \frac{1}{2} \frac{q_{out}(t)}{m_a c_{pa}}$$

- m_a : 冷却風量
- $c_{p,a}, v_a$: 比熱および入り口温度
- R_{th} : 等価熱抵抗(伝導s/kA, 対流1/hA, s: 厚さ, h: 対流熱伝達係数, k: 熱伝導度)

2008/10/15

応用電力変換工学

15

電気二重層コンデンサ

- 電気化学二重層中の電界でエネルギー貯蔵
- 固有出力電力
 - 電池より大
- 固有エネルギー
 - 電池よりかなり小さい
- 用途
 - 小 メモリバックアップ
 - 大 登坂時のパワーアシスト, 制動回生
 - 電池に対する負荷平準化
- 構造
 - 導体間にイオン伝導性電解質を挟んだ誘電体
 - 電極と電解質を隔てる層中で生じる電荷分離によりエネルギーをためる
 - 印加電圧は電解質の物理的性質により数V以下に限られる
 - 静電容量を増やし蓄積エネルギーを増加させる
 - 表面積拡大
 - 厚さ減少

2008/10/15

応用電力変換工学

16

電気二重層コンデンサ

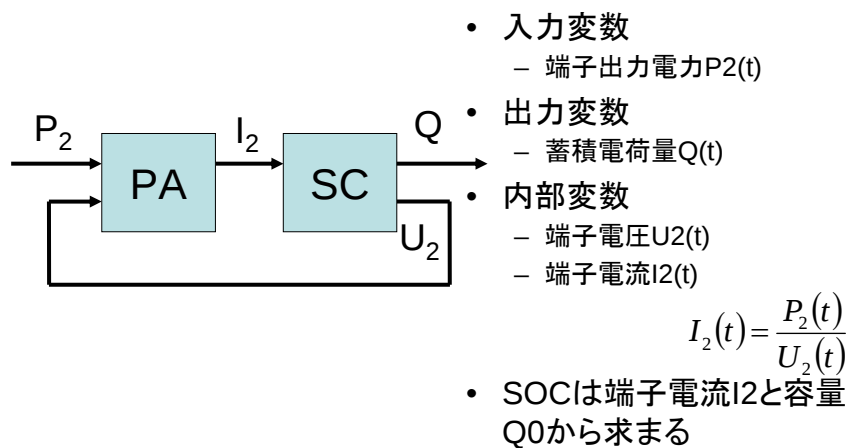
- 表面積の拡大
 - 電極に多孔質材料を利用
- 固有表面積の大きい電極材料
 - 活性炭($10^3\text{m}^2/\text{g}$)
 - 多孔質炭素電極は電荷を集める金属板に接続
 - 金属酸化物(ルテニウム, イリジウム)
- 電極はセパレータと呼ぶイオン交換膜で絶縁分離
 - セパレータで電解液を貯蔵・固定化
 - 電解液は酸性水溶液, 多孔質に埋まる事の可能な有機物
- $500\sim 2500\text{W/kg}$, $0.2\sim 5\text{Wh/kg}$

2008/10/15

応用電力変換工学

17

EDLCのモデル化 準定常(静特性)モデル



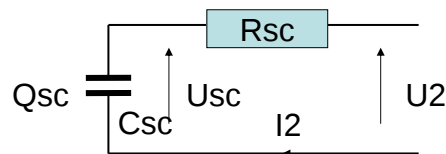
2008/10/15

応用電力変換工学

18

EDLCの準定常モデル 等価回路

- 電池の等価回路
 - コンデンサ C_{sc}
 - 内部直列抵抗 R_{sc}
 - 抵抗, 多孔質電極中の蓄積電荷の分布的性質を考えると複雑なモデルになる



2008/10/15

応用電力変換工学

19

EDLCの準定常モデル 等価回路

- 電池の等価回路
 - KVL

$$U_{sc}(t) - R_{sc}I_2(t) = U_2(t)$$

$$U_2(t) + R_{sc}I_2(t) - U_{sc}(t) = 0$$
 - 微分方程式

$$I_2(t) = -\frac{d}{dt}Q_{sc}(t)$$
 - 線形な C_{sc}

$$U_{sc}(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

20

EDLCの準定常モデル 等価回路

- 電池の等価回路

– I_2, U_{sc} 消す

$$U_2(t) + R_{sc} I_2(t) - U_{sc}(t) = U_2(t) + R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} - \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} = 0$$

$$U_2(t)^2 - \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} U_2(t) + R_{sc} P_2(t) = 0$$

$$U_2(t) = \frac{\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} \pm \sqrt{\left(\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}}\right)^2 - 4R_{sc}P_2(t)}}{2}$$

$$U_2(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{2C_{sc}} \pm \sqrt{\frac{Q_{sc}(t)^2}{4C_{sc}^2} - R_{sc}P_2(t)}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

21

EDLCの準定常モデル 充放電効率

- 大域的な充放電効率

– 完全充放電サイクルで定義

- 充電エネルギーに対する放電エネルギーの比

– 充放電状態に依存する

- 定電流充放電 Peukert test

- 定電力充放電 Ragone test

– EDLCのR,Cが一定(線形モデル)の仮定

2008/10/15

応用電力変換工学

22

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流放電

- 空乏化に要する時間

$$t_f = \frac{Q_0}{I_2}$$

- 電荷の時間変化

$$Q_{sc}(t) = Q_0 - I_2 t$$

- 端子電圧

$$U_2(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

- 放電電力量

$$E_d = \int_0^{t_f} U_2(t) I_2 dt$$

2008/10/15

応用電力変換工学

23

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流放電

- 放電電力量

$$\begin{aligned} E_d &= \int_0^{t_f} \left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] I_2 dt \\ &= \int_0^{t_f} \left[\frac{Q_0 - I_2 t}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{U_2(t) I_2}{U_2(t)} \right] I_2 dt \\ &= \int_0^{t_f} \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} t + \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right] I_2 dt \\ &= \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} \frac{t^2}{2} + \left\{ \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right\} t \right]_0^{t_f} I_2 \end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

24

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流放電

- 放電電力量

$$\begin{aligned}
 E_d &= \left[-\frac{I_2}{C_{sc}} \frac{1}{2} \left(\frac{Q_0}{I_2} \right)^2 + \left\{ \frac{Q_0}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right\} \frac{Q_0}{I_2} \right] I_2 \\
 &= \left[-\frac{Q_0^2}{2C_{sc} I_2} + \frac{Q_0^2}{I_2 C_{sc}} - R_{sc} Q_0 \right] I_2 \\
 &= \frac{Q_0^2}{2C_{sc}} - R_{sc} Q_0 I_2
 \end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

25

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流充電 $I_2 = -I_c$

- 充電に要する時間

$$t_f = \frac{Q_0}{|I_2|}$$

- 電荷の時間変化

$$Q_{sc}(t) = |I_2| t$$

- 端子電圧

$$U_2(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)}$$

- 充電電力量 $E_c = \int_0^{t_f} U_2(t) |I_2| dt$

2008/10/15

応用電力変換工学

26

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流充電

– 充電電力量 $E_c = \int_0^{t_f} \left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} \right] |I_2| dt$

$$= \int_0^{t_f} \left[\frac{|I_2| t}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{U_2(t) |I_2|}{U_2(t)} \right] |I_2| dt$$

$$= \int_0^{t_f} \left[\frac{|I_2| t}{C_{sc}} + R_{sc} \frac{U_2(t) |I_2|}{U_2(t)} \right] |I_2| dt$$

$$= \int_0^{t_f} \left[\frac{|I_2|}{C_{sc}} t + R_{sc} |I_2| \right] |I_2| dt$$

2008/10/15

応用電力変換工学

27

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流充電

– 充電電力量 $E_c = \left[\frac{|I_2|}{C_{sc}} \frac{t^2}{2} + R_{sc} I_2 t \right]_0^{t_f} |I_2|$

$$= \left[\frac{|I_2|}{C_{sc}} \frac{1}{2} \left(\frac{Q_0}{I_2} \right)^2 + R_{sc} I_2 \frac{Q_0}{I_2} \right] |I_2|$$

$$= \left[\frac{Q_0^2}{2 I_2 C_{sc}} + R_{sc} Q_0 \right] |I_2|$$

$$= \frac{Q_0^2}{2 C_{sc}} + R_{sc} Q_0 |I_2|$$

2008/10/15

応用電力変換工学

28

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電流Peukert試験)

- 定電流充電

– 充放電効率

$$\eta_{sc} = \frac{E_d}{E_c}$$

$$= \frac{\frac{Q_0^2}{2C_{sc}} - R_{sc} Q_0 I_2}{\frac{Q_0^2}{2C_{sc}} + R_{sc} Q_0 |I_2|}$$

$$= \frac{Q_0 - 2R_{sc} C_{sc} I_2}{Q_0 + 2R_{sc} C_{sc} |I_2|}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

29

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 定電力放電

- 放電終了条件

- 定電力(P2)を出す事ができなくなった時点

- 出力電力の最大値(極値)

$$\frac{dP_2}{dI_2(t)} = 0$$

$$\frac{dP_2}{dI_2(t)} = \frac{d}{dI_2(t)} [U_2(t) I_2(t)]$$

$$= \frac{d}{dI_2(t)} \left[\left\{ \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2(t) \right\} I_2(t) \right]$$

2008/10/15

応用電力変換工学

30

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

$$\begin{aligned}\frac{dP_2}{dI_2(t)} &= \frac{d}{dI_2(t)} \left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} I_2(t) - R_{sc} I_2(t)^2 \right] \\ &= \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - 2R_{sc} I_2(t) \\ &= 0\end{aligned}$$

– 出力最大時の電流 $\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - 2R_{sc} I_2(t) = 0$

$$I_2(t) = \frac{Q_{sc}(t)}{2R_{sc} C_{sc}}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

31

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき
- 放電終了時 t_f の電力が P_2 に等しい

$$\begin{aligned}P_2 &= U_2(t_f) I_2(t_f) \\ &= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2(t_f) \right\} I_2(t_f) \\ &= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc} C_{sc}} \right\} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc} C_{sc}} \\ &= \left\{ \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - \frac{Q_{sc}(t_f)}{2C_{sc}} \right\} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc} C_{sc}}\end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

32

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$P_2 = \frac{Q_{sc}(t_f)}{2C_{sc}} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}}$$

$$= \frac{Q_{sc}(t_f)^2}{4R_{sc}C_{sc}^2}$$

- 放電終了時の残存電荷

$$Q_{sc}(t_f)^2 = 4R_{sc}C_{sc}^2P_2$$

$$Q_{sc}(t_f) = 2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

33

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 定電力放電

- 放電終了時の端子電圧

$$U_2(t_f) = \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc}I_2(t_f)$$

$$= \frac{Q_{sc}(t_f)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{Q_{sc}(t_f)}{2R_{sc}C_{sc}} = \frac{2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{2C_{sc}\sqrt{R_{sc}P_2}}{2R_{sc}C_{sc}}$$

$$= 2\sqrt{R_{sc}P_2} - \sqrt{R_{sc}P_2}$$

$$= \sqrt{R_{sc}P_2}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

34

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 定電力放電

- 放電終了時点を求める

- KVL

$$U_2(t)^2 - \frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} U_2(t) + R_{sc} P_2(t) = 0$$

- 時間微分

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}} \frac{d}{dt} [Q_{sc}(t) U_2(t)] + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}} \left[U_2(t) \frac{d}{dt} Q_{sc}(t) + Q_{sc}(t) \frac{d}{dt} U_2(t) \right] + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

2008/10/15

応用電力変換工学

35

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- つづき

$$\frac{d}{dt} Q_{sc}(t) = -I_2(t)$$

$$U_{sc}(t) = R_{sc} I_2(t) + U_2(t)$$

$$Q_{sc}(t) = C_{sc} U_{sc}(t) = C_{sc} [R_{sc} I_2(t) + U_2(t)]$$

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}} \left[U_2(t) \{-I_2(t)\} + C_{sc} [R_{sc} I_2(t) + U_2(t)] \frac{d}{dt} U_2(t) \right] + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

$$= \frac{d}{dt} U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}} \left[-P_2(t) + C_{sc} \left[R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + U_2(t) \right] \frac{d}{dt} U_2(t) \right] + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

$$= 0$$

2008/10/15

応用電力変換工学

36

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 = 2U_2(t) \frac{d}{dt} U_2(t)$$

$$\frac{d}{dt} U_2(t) = \frac{1}{2U_2(t)} \frac{d}{dt} U_2(t)^2$$

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 - \frac{1}{C_{sc}} \left[-P_2(t) + C_{sc} \left[R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)} + U_2(t) \right] \frac{1}{2U_2(t)} \frac{d}{dt} U_2(t)^2 \right]$$

$$+ R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 + \frac{1}{C_{sc}} \left[P_2(t) - \frac{C_{sc}}{2} \left[R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)^2} + 1 \right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 \right] + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

2008/10/15

応用電力変換工学

37

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

$$\frac{d}{dt} U_2(t)^2 + \frac{P_2(t)}{C_{sc}} - \frac{1}{2} \left[R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)^2} + 1 \right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)^2} + 1 \right] \right\} \frac{d}{dt} U_2(t)^2 + \frac{P_2(t)}{C_{sc}} + R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$$

$$\frac{1}{2} \left[1 - R_{sc} \frac{P_2(t)}{U_2(t)^2} \right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 = -\frac{P_2(t)}{C_{sc}} - R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

$$\left[1 - \frac{R_{sc} P_2(t)}{U_2(t)^2} \right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 = -\frac{2P_2(t)}{C_{sc}} - 2R_{sc} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

2008/10/15

応用電力変換工学

38

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

定電力条件 $P_2(t) = P_2 = \text{const} \quad \frac{d}{dt} P_2(t) = 0$

$$\left[1 - \frac{R_{sc} P_2}{U_2(t)^2} \right] \frac{d}{dt} U_2(t)^2 = -\frac{2P_2}{C_{sc}}$$

$$X(t) = U_2(t)^2 \quad \text{とおく}$$

$$\left[1 - \frac{R_{sc} P_2}{X(t)} \right] \frac{d}{dt} X(t) = -\frac{2P_2}{C_{sc}}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

39

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

境界条件 $t: 0 \rightarrow t \quad X(t): U_{20}^2 \rightarrow U_2(t)^2$

$$\int_{U_{20}^2}^{U_2(t)^2} \left[1 - \frac{R_{sc} P_2}{X(t)} \right] dX(t) = \int_0^t -\frac{2P_2}{C_{sc}} dt$$

$$\left[X(t) - R_{sc} P_2 \log_e X(t) \right]_{U_{20}^2}^{U_2(t)^2} = \left[-\frac{2P_2}{C_{sc}} t \right]_0^t$$

$$\left[U_2(t)^2 - R_{sc} P_2 \log_e U_2(t)^2 \right] - \left[U_{20}^2 - R_{sc} P_2 \log_e U_{20}^2 \right] = -\frac{2P_2}{C_{sc}} (t - 0)$$

$$U_2(t)^2 - U_{20}^2 - R_{sc} P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{U_{20}^2} = -\frac{2P_2}{C_{sc}} t$$

2008/10/15

応用電力変換工学

40

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• つづき

$$t = -\frac{C_{sc}}{2P_2} \left[U_2(t)^2 - U_{20}^2 - R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{U_{20}^2} \right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2P_2} \left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t)^2}{U_{20}^2} - U_2(t)^2 + U_{20}^2 \right]$$

定電力放電の終端値条件 $U_2(t_f) = \sqrt{R_{sc}P_2}$

$$t_f = \frac{C_{sc}}{2P_2} \left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{U_2(t_f)^2}{U_{20}^2} - U_2(t_f)^2 + U_{20}^2 \right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2P_2} \left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{U_{20}^2} - R_{sc}P_2 + U_{20}^2 \right]$$

2008/10/15

応用電力変換工学

41

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

• 放電電力量

$$E_d = P_2 t_f = P_2 \frac{C_{sc}}{2P_2} \left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{U_{20}^2} - R_{sc}P_2 + U_{20}^2 \right]$$

$$= \frac{C_{sc}}{2} \left[R_{sc}P_2 \log_e \frac{R_{sc}P_2}{U_{20}^2} - R_{sc}P_2 + U_{20}^2 \right]$$

• 定電力充電

– 充電電力 $P_c = -P_2$

– 初期電圧 $U_2(0) = \sqrt{R_{sc}P_2}$

– 終端電圧 $U_2(t_f) = U_{20}$

2008/10/15

応用電力変換工学

42

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 充電電力量

$$|E_c| = |P_c t_f|$$

$$= \frac{C_{sc}}{2} \left[R_{sc} |P_2| \log_e \frac{U_{20}^2}{R_{sc} |P_2|} - R_{sc} |P_2| + U_{20}^2 \right]$$

2008/10/15

応用電力変換工学

43

EDLCの準定常モデル 充放電効率(定電力Ragone試験)

- 定電力充放電効率

$$\eta_{sc} = \frac{E_d}{E_c} = \frac{\frac{C_{sc}}{2} \left[R_{sc} P_2 \log_e \frac{R_{sc} P_2}{U_{20}^2} - R_{sc} P_2 + U_{20}^2 \right]}{\frac{C_{sc}}{2} \left[R_{sc} |P_2| \log_e \frac{U_{20}^2}{R_{sc} |P_2|} - R_{sc} |P_2| + U_{20}^2 \right]}$$

$$= \frac{R_{sc} P_2 \log_e \frac{R_{sc} P_2}{U_{20}^2} - R_{sc} P_2 + U_{20}^2}{R_{sc} |P_2| \log_e \frac{U_{20}^2}{R_{sc} |P_2|} - R_{sc} |P_2| + U_{20}^2}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

44

EDLCの準定常モデル 充放電効率

- 電力効率

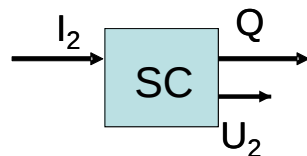
$$\begin{aligned}\eta_{sc}(I_2) &= \frac{P_{2,d}}{|P_{2,c}|} = \frac{\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} - R_{sc} I_2 \right] I_2}{\left[\frac{Q_{sc}(t)}{C_{sc}} + R_{sc} I_2 \right] |I_2|} \\ &= \frac{\left[Q_{sc}(t) - C_{sc} R_{sc} |I_2| \right] I_2}{\left[Q_{sc}(t) + C_{sc} R_{sc} |I_2| \right] |I_2|} \\ &= \frac{Q_{sc}(t) - C_{sc} R_{sc} |I_2|}{Q_{sc}(t) + C_{sc} R_{sc} |I_2|}\end{aligned}$$

2008/10/15

応用電力変換工学

45

EDLCの動特性モデル



- 入力変数
 - 端子電流 $I_2(t)$
 - 正: 放電
 - 負: 充電
- 出力変数
 - 端子電圧 $U_2(t)$
 - 電荷量 $Q(t)$
- 静特性と同様の等価回路モデル

2008/10/15

応用電力変換工学

46