電力回路
対称座標法

平成20年6月30日

単位値から実値への変換

- 単位値は，実値をベース値で割って得る
- 実値は，単位値にベース値を掛けて求まる

$$電流(A) = 電流(p.u.) \times ベース電流(A)$$

$$電圧(V) = 電圧(p.u.) \times ベース電圧(V)$$

$$\begin{aligned}&インピーダンス(\Omega)\\&= インピーダンス(p.u.) \times ベースインピーダンス(\Omega)\end{aligned}$$

三相電力回路

- 三相一回線送電線の回路
  - 回路図
  - 回路方程式

$$\begin{cases} V_{1a} - V_{2a} = \left(R_a + j\omega L_{aa}\right) I_a + j\omega L_{ab} I_b + j\omega L_{ac} I_c \\ V_{1b} - V_{2b} = \left(R_b + j\omega L_{bb}\right) I_b + j\omega L_{ab} I_a + j\omega L_{bc} I_c \\ V_{1c} - V_{2c} = \left(R_c + j\omega L_{cc}\right) I_c + j\omega L_{ca} I_a + j\omega L_{bc} I_b \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

三相電力回路

- 三相一回線送電線の回路
  - インピーダンス表示

$$V_1 = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} \qquad V_2 = \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} \qquad I_a = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix}$$

$$V_1 - V_2 = ZI$$

三相電力回路

- 三相電力回路の特徴
  - 三相のインピーダンスは右式で表される。
    - 相間の相互インダクタンスを考慮する必要が有る場合は複雑
    - 不平衡となる場合はさらに複雑
    - 力技で解けないこともないが・・・
      - 楽したい

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

  - 三相平衡の特徴が利用できないか？
    - 変数変換でなんとかしてみよう！
      - そんなに都合のよい変数変換法ってあるんかいな

対称座標法

- 定義
  - 三相交流電圧・電流に対して次式で定義される
    - 零相 $\dot{V}_0 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right]$ $\dot{I}_0 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c\right]$
    - 正相 $\dot{V}_1 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_b + \alpha^2\dot{V}_c\right]$ $\dot{I}_1 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c\right]$
    - 逆相 $\dot{V}_2 = \frac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_b + \alpha\dot{V}_c\right]$ $\dot{I}_2 = \frac{1}{3}\left[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c\right]$

但し $\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ 回転を表す。 $\alpha^3 = e^{j2\pi} = 1$ 1回転

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 1 + e^{j\frac{2}{3}\pi} + e^{j\frac{4}{3}\pi} = 0$$

対称座標法

- 対称座標変換の行列表示

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\\dot{V}_1\\\dot{V}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\\dot{V}_b\\\dot{V}_c\end{bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\\dot{I}_1\\\dot{I}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\\dot{I}_b\\\dot{I}_c\end{bmatrix}$$

- 対象座標成分から相座標成分への逆変換

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\\dot{V}_b\\\dot{V}_c\end{bmatrix}=3\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\\dot{V}_1\\\dot{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\\dot{V}_1\\\dot{V}_2\end{bmatrix}$$

電流も
同様

検算 $$\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha^2&\alpha\\1&\alpha&\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&\alpha&\alpha^2\\1&\alpha^2&\alpha\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{bmatrix}$$

対称座標法

- 三相平衡の場合の各値
  - 各相の電圧･電流
    - 同一振幅
    - B相の位相はa相のπ2/3遅れ
    - C相の位相はb相のπ2/3遅れ

$$\begin{cases} \dot{V}_a = Ve^{j\theta} \\ \dot{V}_b = \dot{V}_a e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha^2 \dot{V}_a \\ \dot{V}_c = \dot{V}_b e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha \dot{V}_a \end{cases}$$

  - 各対称成分は
    - 零相

$$\dot{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^2 + \alpha\right] = 0$$

    - 正相

$$\dot{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_b + \alpha^2\dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^3\dot{V}_a + \alpha^3\dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^3 + \alpha^3\right] = \dot{V}_a$$

    - 逆相

$$\dot{V}_2 = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_b + \alpha\dot{V}_c\right] = \tfrac{1}{3}\left[\dot{V}_a + \alpha^4\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_a\right] = \tfrac{1}{3}\dot{V}_a\left[1 + \alpha^1 + \alpha^2\right] = 0$$

対称座標法

- 三相交流電圧・電流の対称座標変換
  - 相座標系(a,b,c)→対称座標系(0,1,2)

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix}$$

但し $\alpha = \exp\left(j \tfrac{2}{3} \pi\right)$

  - 対称座標系(0,1,2) →相座標系(a,b,c)

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

電流も同様

対称座標法

- 電圧・電流以外の諸量の取り扱い
  - インピーダンス
    - 相座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

より

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標法

- 電圧･電流以外の諸量の取り扱い
  - インピーダンス
    - 相座標形式

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

    - 対称座標形式

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

どないして変換する?

対称座標法

- 電圧・電流以外の諸量の取り扱い
  - インピーダンス

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$ より

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$ は

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$ と表せる

対称座標法

- 電圧・電流以外の諸量の取り扱い
  - インピーダンス

$$
\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}
$$

$$
=
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{3}
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}
$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

  – ここまででは，対称座標法のメリットが見えん

対称座標法

- 対称座標の利点
  - インピーダンス行列の扱い
    - 送電線路の場合
      - 自己インダクタクス　$L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$
      - 相互インダクタンス　$L_{ab} \cong L_{ba} \cong L_{bc} \cong L_{cb} \cong L_{ca} \cong L_{ac}$
      - 相座標系でのインピーダンス行列

$$\dot{Z}_s \equiv \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc}$$

$$\dot{Z}_m \equiv \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \leftarrow \text{密}$$

対称座標法

- 対称座標の利点
  - インピーダンス行列の扱い
    - 送電線路の場合

$$
\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{Z}_{s} & \dot{Z}_{m} & \dot{Z}_{m} \\ \dot{Z}_{m} & \dot{Z}_{s} & \dot{Z}_{m} \\ \dot{Z}_{m} & \dot{Z}_{m} & \dot{Z}_{s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \dot{Z}_s + \left(\alpha^2 + \alpha\right)\dot{Z}_m & \dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \alpha^2\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha\right)\dot{Z}_m & \alpha\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha^2\right)\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \alpha\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha^2\right)\dot{Z}_m & \alpha^2\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha\right)\dot{Z}_m \end{bmatrix}
$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合

$$\dot{Z}_{00} = \tfrac{1}{3}\left[\left(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right) + \left(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right) + \left(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right)\right] = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{01} &= \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha^2 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1+\alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1+\alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[\left(1+\alpha^2+\alpha\right)\dot{Z}_s + \left(\alpha^2+\alpha+1+\alpha+1+\alpha^2\right)\dot{Z}_m\right] = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{02} &= \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1+\alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1+\alpha\right)\dot{Z}_m\right\}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[\left\{1+\alpha+\alpha^2\right\}\dot{Z}_s + \left\{\alpha+\alpha^2+1+\alpha^2+1+\alpha\right\}\dot{Z}_m\right] = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{10} &= \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right)\left(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right) = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{11} &= \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha^2 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1+\alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1+\alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\}\right] \\ &= \tfrac{1}{3}\left[\left(1+\alpha^3+\alpha^3\right)\dot{Z}_s + \left(\alpha^2+\alpha+\alpha+\alpha^2+\alpha^2+\alpha^4\right)\dot{Z}_m\right] = \tfrac{1}{3}\left[3\dot{Z}_s - 3\dot{Z}_m\right] = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m\end{aligned}$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合

$$\dot{Z}_{12} = \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\}\right]$$
$$= \tfrac{1}{3}\left[\left(1 + \alpha^2 + \alpha^4\right)\dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2 + 1 + \alpha^2 + 1 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right] = 0$$

$$\dot{Z}_{20} = \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right\}\right]$$
$$= \tfrac{1}{3}\left(1 + \alpha^2 + \alpha\right)\left(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\right) = 0$$

$$\dot{Z}_{21} = \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha^2 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\}\right]$$
$$= \tfrac{1}{3}\left[\left(1 + \alpha^4 + \alpha^2\right)\dot{Z}_s + \left(\alpha^2 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha + \alpha^3\right)\dot{Z}_m\right] = 0$$

$$\dot{Z}_{22} = \tfrac{1}{3}\left[\left\{\dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha^2\left\{\alpha\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right\} + \alpha\left\{\alpha^2\dot{Z}_s + \left(1 + \alpha\right)\dot{Z}_m\right\}\right]$$
$$= \tfrac{1}{3}\left[\left(1 + \alpha^3 + \alpha^3\right)\dot{Z}_s + \left(\alpha + \alpha^2 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha + \alpha^2\right)\dot{Z}_m\right] = \tfrac{1}{3}\left[3\dot{Z}_s - 3\dot{Z}_m\right] = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m$$

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合
    - 送電線インピーダンスの対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix}$$

    - インピーダンスの対称座標成分は対角項のみ
    - 零相，正相，逆相が互いに干渉しない
    - アドミタンスでも同様

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い
  - 送電線路の場合

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \qquad \dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

- 対称分の各相を独立に表現可能　絵
  - 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$
  - 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$
  - 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$
    - » 送電線の回路が簡単に描けるようになったでぇ

対称座標法

- 電力回路で用いる機器の対称座標表示
  - 負荷
    - 三相平衡な場合

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

      - 対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

不平衡な場合は→密になる

対称座標法

- 電力回路で用いる機器の対称座標表示
  - 発電機
    - 回路図
    - 三相平衡な内部電圧源を持つ
    - 三相平衡な内部インピーダンスを持つ
    - 接地インピーダンス $\dot{Z}_n$ で中性点接地されている

$$
\begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}
$$

対称座標法

– 発電機
  - 内部起電力

$$\begin{cases} \dot{E}_a = \dot{E} \\ \dot{E}_b = \alpha^2 \dot{E} \\ \dot{E}_c = \alpha \dot{E} \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} \dot{E}_0 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{E} \\ \alpha^2\dot{E} \\ \alpha\dot{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix}$$

  - 中性点電圧

$$\dot{V}_n = \dot{Z}_n\left(-\dot{I}_a - \dot{I}_b - \dot{I}_c\right) = \dot{Z}_n\left(-3\dot{I}_0\right)$$

  - 出力電圧・電流

$$\left[\dot{V}_a \dot{V}_b \dot{V}_c\right] \Rightarrow \left[\dot{V}_0 \dot{V}_1 \dot{V}_2\right] \qquad \left[\dot{I}_a \dot{I}_b \dot{I}_c\right] \Rightarrow \left[\dot{I}_0 \dot{I}_1 \dot{I}_2\right]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} \dot{Z}_n \dot{I}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

零・正・逆相別の回路図

対称座標による故障計算

- 故障の種類
  - 短絡故障
    - 落雷，樹木接触等
      - 一線地絡
      - 二線地絡
      - 三線地絡
      - 二線短絡
      - 三線短絡
  - 断線故障
    - 電線･ジャンパ線の切断，遮断器故障による接点開放
      - 一線断線
      - 二線断線

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 一相(a相)の端子を接地
    - 故障条件

$$\begin{cases} \dot{V}_a = 0 \\ \dot{I}_b = \dot{I}_c = 0 \end{cases} \quad \text{無負荷}$$

  - 故障条件の対称座標表示

但し $\alpha = \exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha \dot{I}_1 + \alpha^2 \dot{I}_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 発電機端子電圧電流の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

    - 対称座標表示での電圧･電流解を求める

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 - \dot{Z}_2\dot{I}_2 = 0$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{Z}_2\dot{I}_2 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = 0 \\ \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

解く

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$
\begin{cases}
\left(\dot{Z}_1-\alpha^2\dot{Z}_0\right)\dot{I}_1+\left(\dot{Z}_2-\alpha\dot{Z}_0\right)\dot{I}_2=\dot{E}_1 \\
\left(\dot{Z}_1-\alpha\dot{Z}_0\right)\dot{I}_1+\left(\dot{Z}_2-\alpha^2\dot{Z}_0\right)\dot{I}_2=\dot{E}_1
\end{cases}
$$

$$
\dot{I}_1=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}
$$

$$
\dot{I}_2=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}
$$

対称分の
等価回路

$$
\dot{I}_0=-\alpha^2\dot{I}_1-\alpha\dot{I}_2=\frac{\left(-\alpha^2-\alpha\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}
$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧･電流解を求める

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = \frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} = \frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

    - 相座標表示
      - 故障電流 $\dot{I}_a = \dot{I}_0+\dot{I}_1+\dot{I}_2 = \dfrac{3\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$
      - 健全相電圧

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} + \alpha^2\frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} + \alpha\frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} = \frac{\left(\alpha^2-1\right)\dot{Z}_0+\left(\alpha^2-\alpha\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}\dot{E}_1$$

$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = \frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} + \alpha\frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} + \alpha^2\frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} = \frac{\left(\alpha-1\right)\dot{Z}_0+\left(\alpha-\alpha^2\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}\dot{E}_1$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線地絡故障(2LG) 無負荷時
    - 二相(bc相)の端子が接地
    - 故障条件

$$\begin{cases} \dot{V}_b = \dot{V}_c = 0 \\ \dot{I}_a = 0 \end{cases}$$

無負荷

  - 故障条件の対称座標表示

但し $\alpha = \exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\begin{cases} \dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = 0 \\ \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = 0 \\ \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線地絡故障(2LG) 無負荷時
    - 発電機端子電圧電流の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\begin{cases} \dot{V}_b = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 + \alpha^2 \left(\dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \right) - \alpha \dot{Z}_2 \dot{I}_2 = 0 \\ \dot{V}_c = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 + \alpha \left(\dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \right) - \alpha^2 \dot{Z}_2 \dot{I}_2 = 0 \\ \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

⇒ 解く

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線地絡故障(2LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$
\begin{cases}
\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \alpha^2\dot{Z}_1\dot{I}_1 + \alpha\dot{Z}_2\dot{I}_2 = \alpha^2\dot{E}_1 \\
\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \alpha\dot{Z}_1\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{Z}_2\dot{I}_2 = \alpha\dot{E}_1 \\
\dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0
\end{cases}
$$

$$
\Rightarrow \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1
$$

$$
\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1
$$

$$
\dot{I}_0 = -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_0 - \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1 = \frac{-\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1
$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線地絡故障(2LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 = \frac{\dot{Z}_0 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \dot{Z}_0} \dot{E}_1$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \frac{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \dot{Z}_0} \dot{E}_1 = \frac{\dot{Z}_0 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \dot{Z}_0} \dot{E}_1$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 = \frac{\dot{Z}_0 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \dot{Z}_0} \dot{E}_1$$

$\dot{V}_0 = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$ より対称分の等価回路

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線地絡故障(2LG) 無負荷時
    - 相座標表示
      - 健全相電圧

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1 = \frac{3\dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1$$

      - 故障電流

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_2 + \alpha^2\left(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2\right) - \alpha\dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1 = \frac{\left(\alpha^2 - \alpha\right)\dot{Z}_0 + \left(\alpha^2 - 1\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_2 + \alpha\left(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2\right) - \alpha^2\dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1 = \frac{\left(\alpha - \alpha^2\right)\dot{Z}_0 + \left(\alpha - 1\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2\dot{Z}_0}\dot{E}_1$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線短絡故障(2LS) 無負荷時
    - 二相(bc相)の端子が短絡（接地はしない）
    - 故障条件

$$\begin{cases} \dot{V}_b = \dot{V}_c \\ \dot{I}_a = 0 \qquad \text{無負荷} \\ \dot{I}_b = -\dot{I}_c \end{cases}$$

但し $\alpha = \exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

  - 故障条件の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2 = \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2 \\ \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0 \\ \dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 = -\dot{I}_c = -\dot{I}_0 - \alpha \dot{I}_1 - \alpha^2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線短絡故障(2LS) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\Rightarrow \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2$$

$$\left(\alpha^2 - \alpha\right)\dot{V}_1 + \left(\alpha - \alpha^2\right)\dot{V}_2 = 0$$

$$\left(\alpha^2 - \alpha\right)\left(\dot{V}_1 - \dot{V}_2\right) = 0$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

$$\Rightarrow -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \alpha \dot{I}_1 - \alpha^2 \dot{I}_2$$

$$2\dot{I}_1 + 2\dot{I}_2 - \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{I}_1 - \left(\alpha + \alpha^2\right)\dot{I}_2 = 0$$

$$3\dot{I}_1 + 3\dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線短絡故障(2LS) 無負荷時
    - 発電機端子電圧電流の対称座標表示

$$
\begin{cases}
\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 \\
\dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\
\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2
\end{cases}
$$

    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad \Longrightarrow \quad \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \quad \Longrightarrow \quad \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = \dot{Z}_2 \dot{I}_1 \quad \Longrightarrow \quad I_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$I_2 = -\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線短絡故障(2LS) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \quad \Rightarrow \quad \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{I}_0 = 0$$

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 \quad \Rightarrow \quad \dot{V}_0 = 0$$

対称分の等価回路

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dot{E}_1$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dot{E}_1$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 二線短絡故障(2LS) 無負荷時
    - 相座標表示
      - 健全相電圧

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 2\dot{V}_1 = \frac{2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_1$$

      - 故障相電圧

$$\dot{V}_b = \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \frac{\left(\alpha^2 + \alpha\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_1 = -\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_1$$

      - 故障電流

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = \frac{\left(\alpha^2 - \alpha\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 三線短絡故障(3LS)
    - 三相(abc相)の端子が短絡（接地はしない）
    - 故障条件

$$\begin{cases} \dot{V}_a = \dot{V}_b = \dot{V}_c \\ \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \quad \mathrm{KCL} \end{cases}$$

但し $\alpha = \exp\left(j \tfrac{2}{3} \pi\right)$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

  - 故障条件の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_a = \dot{V}_b = \dot{V}_c \\ = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2 \\ \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \\ = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 + \dot{I}_0 + \alpha \dot{I}_1 + \alpha^2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 三線短絡故障(3LS) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\Rightarrow \quad \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2$$

$$\left(1-\alpha^2\right)\dot{V}_1 + (1-\alpha)\dot{V}_2 = 0$$

$$(1-\alpha)\left[(1+\alpha)\dot{V}_1 + \dot{V}_2\right] = 0$$

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{1+\alpha}\dot{V}_2$$

$$\Rightarrow \quad \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2$$

$$\left(\alpha^2 - \alpha\right)\dot{V}_1 + \left(\alpha - \alpha^2\right)\dot{V}_2 = 0$$

$$\left(\alpha^2 - \alpha\right)\left(\dot{V}_1 - \dot{V}_2\right) = 0$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 三線短絡故障(3LS) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧･電流解を求める

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -\dfrac{1}{1+\alpha}\dot{V}_2 \\ \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \end{cases} \Rightarrow \dot{V}_2 = -\frac{1}{1+\alpha}\dot{V}_2$$

$$\dot{V}_2 \frac{2+\alpha}{1+\alpha} = 0$$

$$\dot{V}_2 = 0 \Rightarrow \dot{V}_1 = \dot{V}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 + \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = 0$$

$$3\dot{I}_0 + \left(1+\alpha^2+\alpha\right)\dot{I}_1 + \left(1+\alpha+\alpha^2\right)\dot{I}_2 = 0$$

$$3\dot{I}_0 = 0$$

$$\dot{I}_0 = 0$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 三線短絡故障(3LS) 無負荷時
    - 発電機端子電圧電流の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_2 = 0 \Rightarrow \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_2 = -\frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_2} = 0$$

$$\dot{I}_0 = 0 \Rightarrow \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 = 0$$

$$\dot{V}_1 = 0 \Rightarrow \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 三線短絡故障(3LS) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_0 = \dot{V}_1 = \dot{V}_2 = 0 \qquad \dot{I}_0 = \dot{I}_2 = 0 \qquad \dot{I}_1 = \tfrac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1}$$

対称分の等価回路

    - 相座標表示

3LSも3LGも結果は同じ

      - 端子電圧

$$\begin{cases} \dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0 \\ \dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = 0 \\ \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = 0 \end{cases}$$

      - 端子電流

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \tfrac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \\ \dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = \alpha^2 \tfrac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \\ \dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = \alpha \tfrac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \end{cases}$$