パワーエレトクロニクス

（舟木担当分）

第3回

サイリスタ位相制御交直変換回路

平成20年6月30日月曜日　3限目

位相制御よる交直変換器の出力調整

- ダイオード
  - ON･OFF共非可制御
    - 交直変換は整流のみ可能
- サイリスタ
  - ONはゲート信号で制御可能
    - 但し，順バイアス印加時のみ
  - OFFは非可制御
    - 但し，ON時の状態がゲート信号で変わるため，OFF時の状態も付随して変化する
  - 回路構成･条件によっては整流･逆変換の双方向変換が可能

位相制御単相半波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流出力電圧平均値
    - 導通期間　α～π　（点弧角α）
      - ダイオードでは0～π
      - 電源電圧　$v = \sqrt{2}V\sin\omega t$

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_\alpha^{\pi} v d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_\alpha^{\pi}\sqrt{2}V\sin\omega t d\omega t$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left[-\cos\omega t\right]_\alpha^\pi = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left[1+\cos\alpha\right] = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

ダイオードはα=0に相当

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 電圧･電流の振る舞い
    - 電源電圧

$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

    - サイリスタの導通期間中，電圧はL,Rが分担

      - Lの印加電圧 $$e_L = L\frac{d}{dt}i_d$$
      - Rの印加電圧 $$e_R = Ri_d$$
      - 印加電圧
        - » 導通期間中 $$e_d = e_L + e_R = v$$
        - » 非導通期間中 $$e_d = e_L + e_R = 0$$

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 点弧角をαとする
      - 点弧可能な条件

$$0 \le \alpha \le \pi$$

    - オン状態の微分方程式

$$v = e_L + e_R = L\frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

      - オン時点の初期値
        » オン時点を時間の原点にとる

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin\alpha$$

$$i_0 = 0$$

        » $v = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \alpha)$ を考慮してラプラス変換

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=LsI_d-Li_0+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}=\frac{a\omega+bs}{s^2+\omega^2}+\frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a=\frac{R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ b=\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ c=-L\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}} - \frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}\right)$$

- 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right) - (R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t + (R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t\Big]$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right) - (R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\} + (R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\Big]$$

位相制御単相半波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角 β は

$$i_d(\beta)=0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\left(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\{\beta-\alpha\}\right)\right.$$
$$\left.-\left(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\right)\sin\{\beta-\alpha\}+\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\cos\{\beta-\alpha\}\right]$$

を満たす β として求める

- Lが大きい(Lω>>R)として，近似すると･･･

$$e^{-\frac{R}{L}\left(t-\frac{\alpha}{\omega}\right)}\to 1$$

$$0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left[\omega L\cos\alpha-\omega L\sin\alpha\sin\{\beta-\alpha\}-\omega L\cos\alpha\cos\{\beta-\alpha\}\right]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left[\cos\alpha-\cos\{\alpha+\beta-\alpha\}\right]$$
$$=\frac{\sqrt{2}V\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\left[\cos\alpha-\cos\beta\right]$$

$\beta=\pm\alpha$ 　　 $\beta=\alpha$ 　だと解にならないから $\beta=-\alpha=2\pi-\alpha$

位相制御単相半波整流回路

- 容量性負荷
  - 電圧・電流の振る舞い
    - 電源電圧

$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

    - ダイオード整流回路では，$e_d < v$となったときに導通
    - サイリスタ整流回路では，ダイオード整流回路のオン条件と，ゲート信号のANDが点弧条件となる
      - ゲート信号の生成方式で動作が変わる

位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 導通期間（点弧角α）
    - α～π（正の半波）
    - $\alpha+\pi$ ～π（負の半波）
    - ダイオードでは
      - 0～π（正の半波）
      - π ～2π（負の半波）
  - ゲート信号を半周期毎に出力する必要がある
    - 半周期毎のタイミングがずれると，半波非対称となる
  - 直流出力電圧平均値はどうなる？
    - 電源電圧 $v=\sqrt{2}V\sin\omega t$

⇒ 不連続

⇒ 連続

位相制御単相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流出力電圧平均値

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^{\pi} v d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} - v d\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left\{\int_\alpha^{\pi} \sqrt{2}V \sin\omega t d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} - \sqrt{2}V \sin\omega t d\omega t\right\}$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{\left[-\cos\omega t\right]_\alpha^{\pi} - \left[-\cos\omega t\right]_{\pi+\alpha}^{2\pi}\right\} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi}\left\{\left[1+\cos\alpha\right] - \left[-1-\cos\alpha\right]\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

半波整流
回路の2倍

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 導通期間（点弧角α，消弧角β）
    - $\alpha \sim \beta$（正の半波について）
    - $\pi+\alpha \sim \pi+\beta$（負の半波について）
      - $\beta >= \pi+\alpha$となる時に連続導通となる
        - » この時，正の半波の導通期間は$\alpha \sim \pi+\alpha$
        - » ダイオードでは常に連続導通
    - 連続導通と不連続導通の境界を求める
      - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt}i_d + Ri_d$$

      - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V\sin\alpha$$

$$i_0 = 0$$ ⇦ 不連続および，連続との境界

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 微分方程式のラプラス変換表示

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}=LsI_d+RI_d$$

$$I_d=\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}$$

$$\frac{\omega\cos\alpha+s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R}=\frac{a\omega+bs}{s^2+\omega^2}+\frac{c}{Ls+R}$$

– として部分分数展開

$$\begin{cases} a=\frac{R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ b=\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \\ c=-L\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{R^2+\omega^2L^2} \end{cases}$$

が得られる

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2} - \frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

    - 逆変換

$$i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$
$$+(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}\Big]$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 消弧角 β は

$$i_d(\beta)=0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\beta-\alpha\}\right)$$
$$+\left(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\right)\sin\{\beta-\alpha\}+\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\cos\{\beta-\alpha\}\Big]$$

    - を満たす
    - 連続導通となる条件は

$$\beta\geq\pi+\alpha$$

    - すなわち

$$i_d(\pi+\alpha)\geq 0$$

    - となればよい

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となる条件

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right) \\
&\quad +\left(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\right)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\Big] \\
&= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right) \\
&\quad +\left(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\right)\sin\pi+\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\cos\pi\Big] \\
&= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)-\left(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\right)\Big] \\
&= \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\right)\Big[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\Big]\geq 0
\end{aligned}
$$

$\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}>0 \quad \exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1>0$ より $-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\geq 0$

$$\tan\alpha\leq\frac{\omega L}{R} \quad \Longrightarrow \quad \alpha\leq\arctan\frac{\omega L}{R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷
  - 連続導通の時（厳密）
    - オン状態の微分方程式（正の半波）

$$v = e_L + e_R = L\tfrac{d}{dt} i_d + Ri_d$$

    - オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin\alpha$$

$$i_0 \neq 0$$

    - ラプラス変換

$$\sqrt{2}V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d$$

$$I_d = \sqrt{2}V \frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{Li_0}{Ls + R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（連続導通の時※厳密）
  - 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2}-\frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}$$

    - 逆変換

$$i_d(t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)$$

    - 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\}$$
$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（連続導通の時※厳密）
  - 連続導通の時の電流初期値

$$i_d(\pi+\alpha)=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}$$

$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\pi+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\pi$$

$$-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)+1\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)$$

$$=i_0$$

よって　$i_0\Big[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\Big[1+\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\right)\Big]$

$$i_0=\frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha)\frac{1+\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}{1-\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\pi\right)}$$

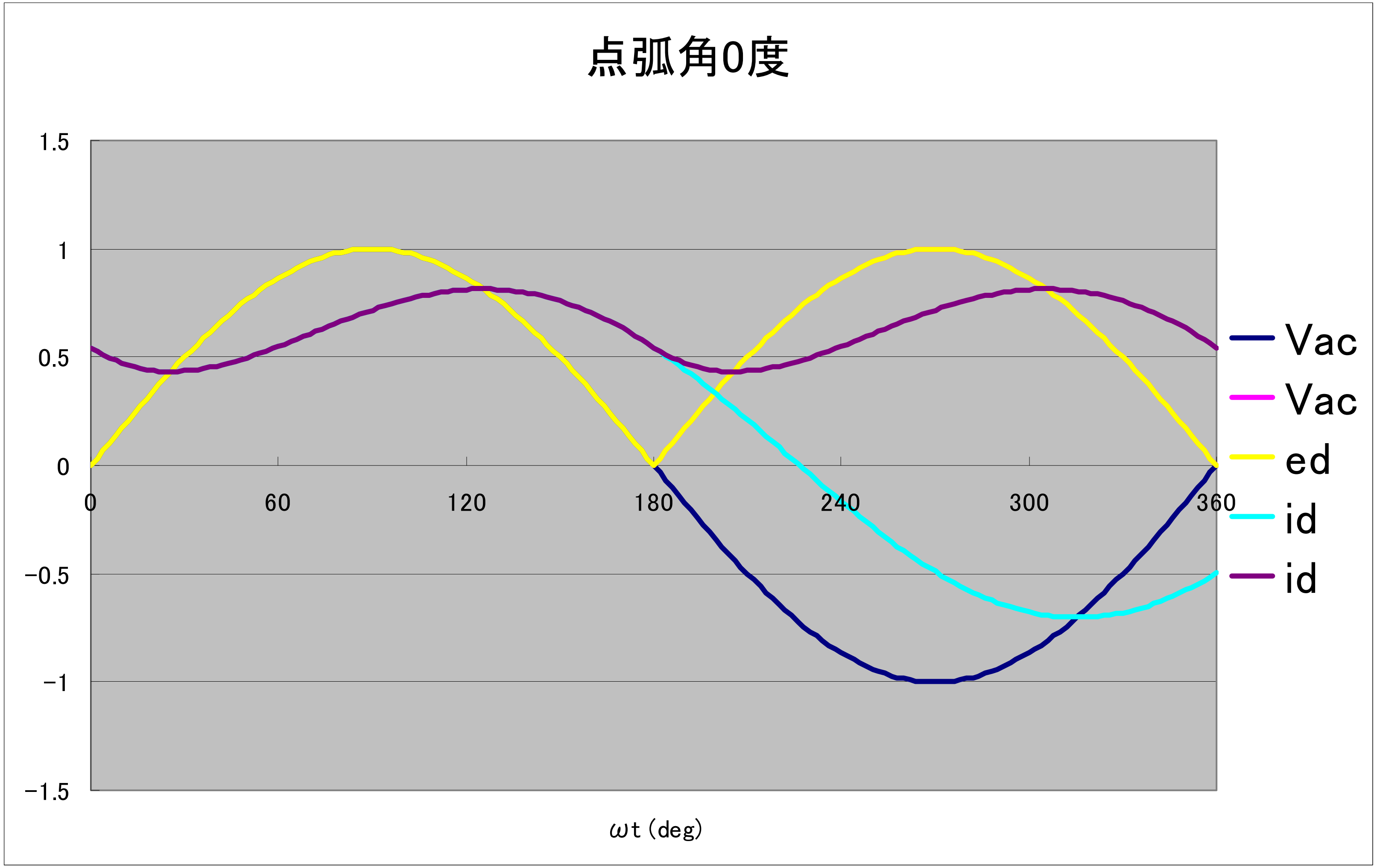
点弧角 α がおおきくなると，電流初期値も小さくなる

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通となったとき，どのような動作となるか？
      - Th1, Th1’が導通している状態で，Th2, Th2’に点弧パルスを与える
        - » Th2, Th2’が導通すると，Th1, Th1’と短絡回路形成
        - » 電源の内部インピーダンスがないと短絡電流発生
        - » Th1, Th1’が電源電圧で逆バイアスされターンオフ
        - » 電流連続の条件より，Th1, Th1’に流れていた電流がTh2, Th2’に移る　→　転流
        - » サイリスタは自己消弧できず，転流に電源電圧が必要となるので $0 \le \alpha < \pi$ とする必要がある

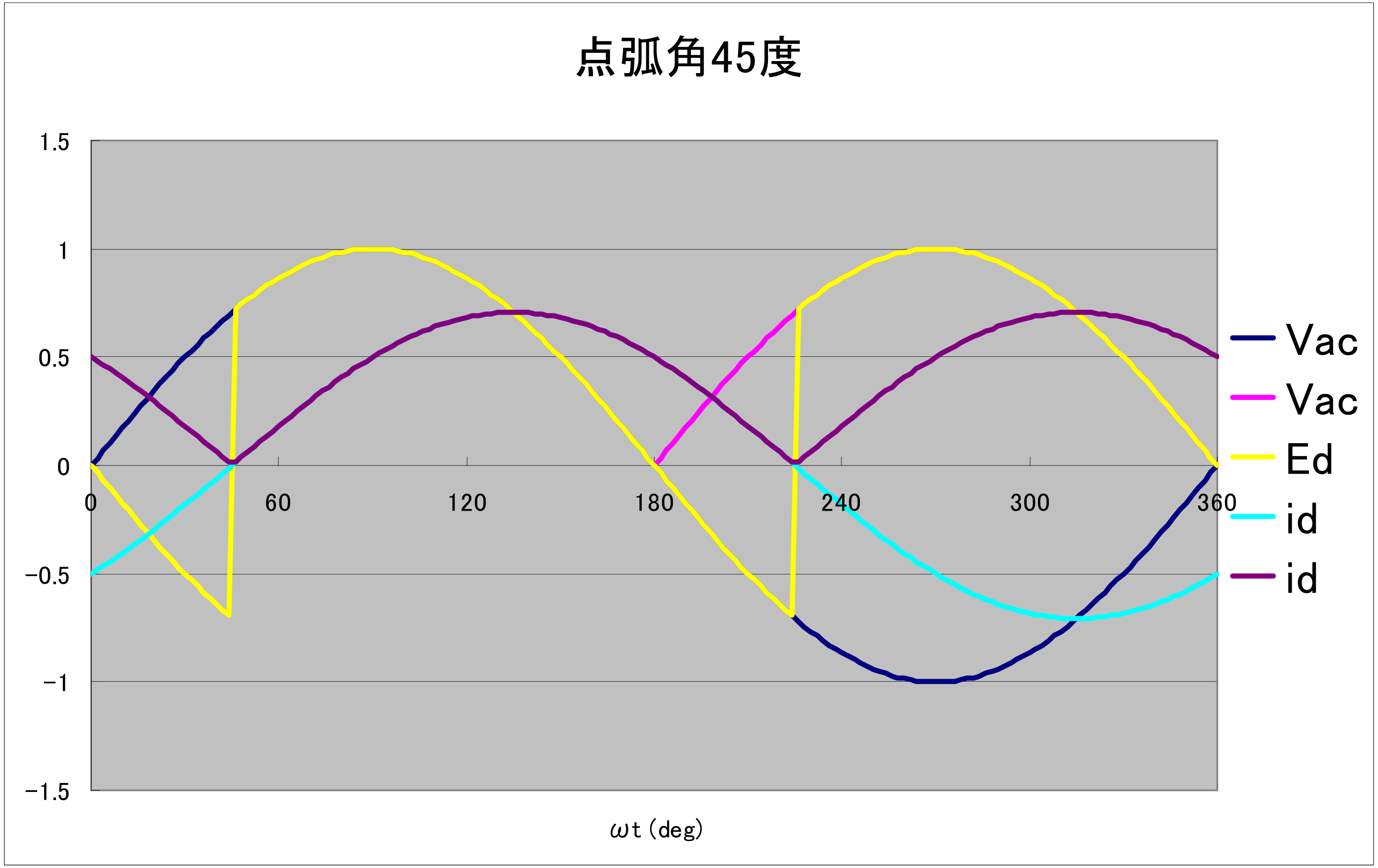
位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角0度



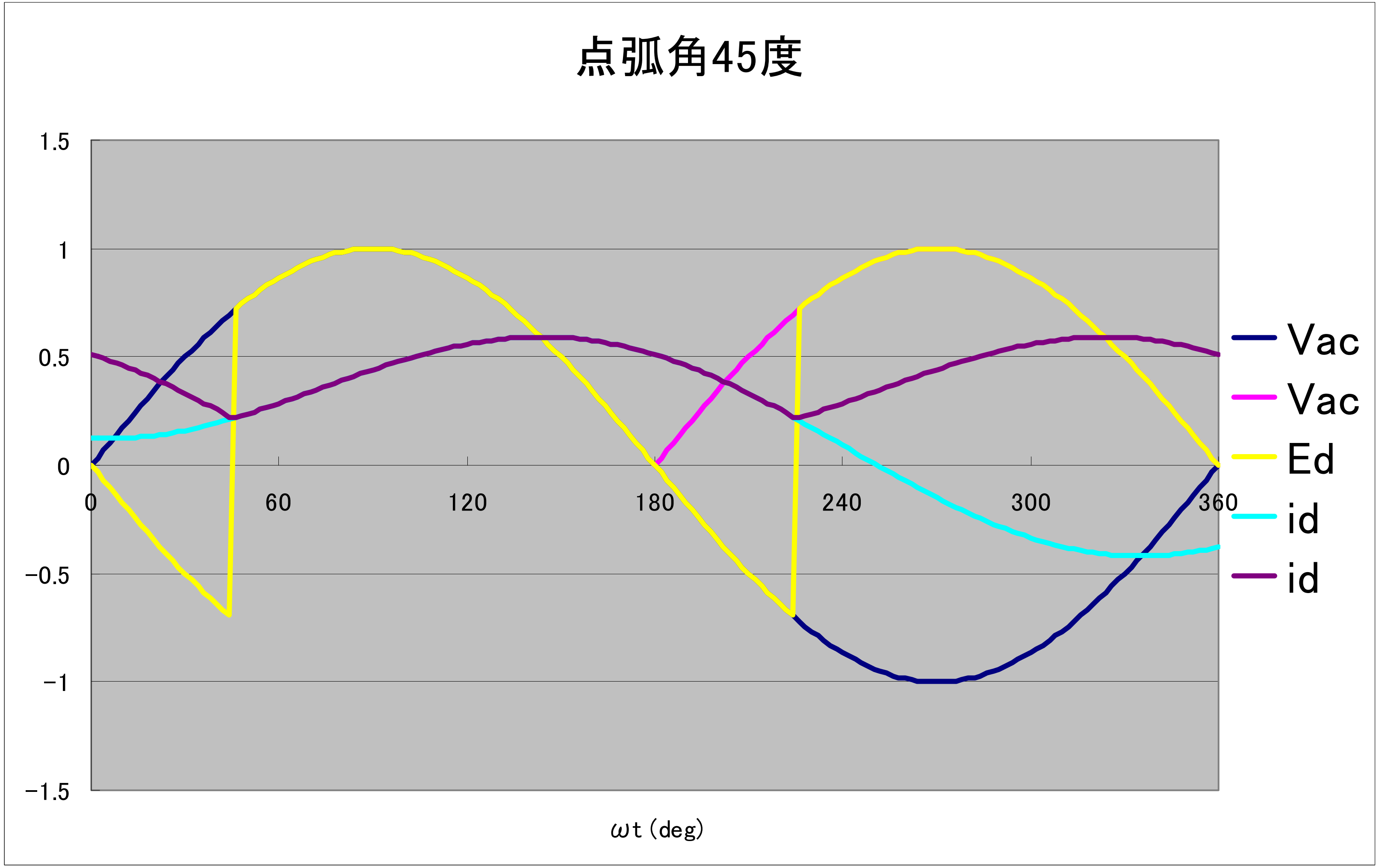
位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角45度



位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角45度（Lを倍にしたもの）



位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$E_d = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{\alpha} - vd\omega t + \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} vd\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} - vd\omega t\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}V \sin\omega t d\omega t$$

$$= \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\left[-\cos\omega t\right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}\left\{-\cos(\pi+\alpha)+\cos\alpha\right\}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi}\cos\alpha$$

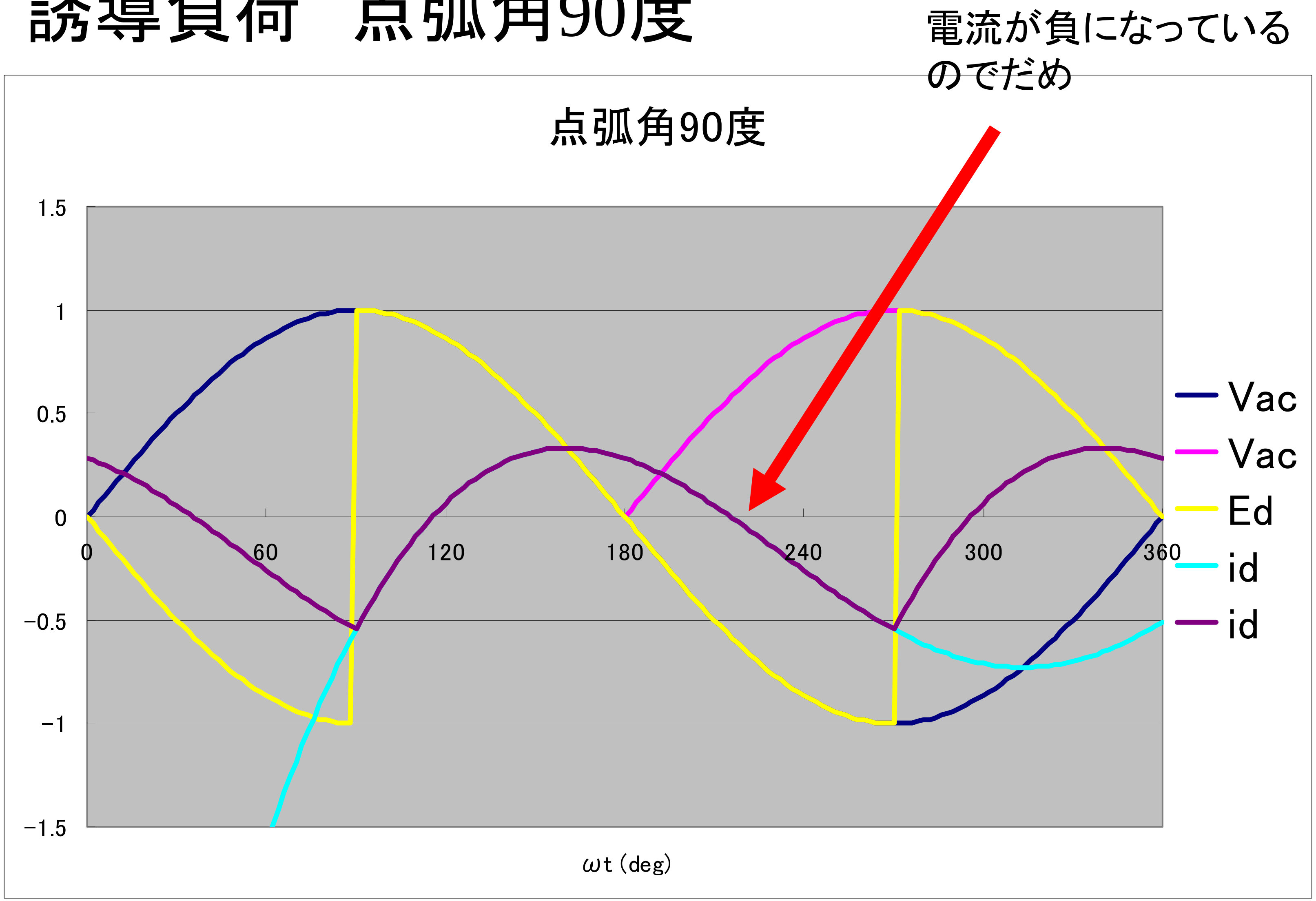
$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ に対して $E_d < 0$ となるのか？

電流の符号は変わらないので，負になったら逆変換？

でも $\tan\alpha \le \frac{\omega L}{R}$ ⇒ $\alpha < \frac{\pi}{2}$ なので無理。不連続になる

位相制御単相全波整流回路出力波形

誘導負荷　点弧角90度



位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）
  - 逆変換動作（電力の向き直流→交流）を考える
    - 点弧角を $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ とすると，直流出力端子電圧が負になる

$$E_d < 0$$

  - サイリスタの電流導通方向（符号）は一定なので，電力の符号が反転　→　逆変換
  - どうやって制約を超えるか？ $\tan\alpha \leq \dfrac{\omega L}{R}$
  - 直流に電源を入れてみよう
    - » そもそも直流側が受動部品だけでは逆変換不可能

位相制御単相全波整流回路

- 誘導負荷（直流電源付）の逆変換動作
  - 微分方程式（正の半波導通状態）

$$v = e_L + e_R + v_{dc} = L\frac{d}{dt}i_d + Ri_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V\sin\alpha$$

$$i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2} = LsI_d - Li_0 + RI_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{2}V\frac{\omega\cos\alpha + s\sin\alpha}{s^2+\omega^2}\frac{1}{Ls+R} + \frac{Li_0}{Ls+R} - \frac{v_{dc}}{s}\frac{1}{Ls+R}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷（直流電源付）の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\left(\frac{(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\omega+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)s}{s^2+\omega^2} - \frac{R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha}{s+\frac{R}{L}}\right)+\frac{i_0}{s+\frac{R}{L}}-\frac{v_{dc}}{R}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

- 逆変換

$$\begin{aligned} i_d(t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[&(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\omega t+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\omega t \\ &-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\Big]+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{L}t\right)\right] \end{aligned}$$

- 時間の原点を元に戻して

$$\begin{aligned} i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[&(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha)\sin\{\omega t-\alpha\}+(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\cos\{\omega t-\alpha\} \\ &-(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha)\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\Big] \\ &+i_0\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)-\frac{v_{dc}}{R}\left[1-\exp\left(-\tfrac{R}{\omega L}\{\omega t-\alpha\}\right)\right] \end{aligned}$$

位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

$$
\begin{aligned}
i_d(\pi+\alpha) &= \tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\big)\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\big) \\
&\quad +\big(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\big)\sin\{\pi+\alpha-\alpha\}+\big(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\big)\cos\{\pi+\alpha-\alpha\}\Big] \\
&\quad + i_0\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\big)-\tfrac{v_{dc}}{R}\Big[1-\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\{\pi+\alpha-\alpha\}\big)\Big] \\
&= i_0\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)-\tfrac{v_{dc}}{R}\Big[1-\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)\Big]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\Big[\big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\big)\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big) \\
&\quad +\big(R\cos\alpha+\omega L\sin\alpha\big)\sin\pi+\big(R\sin\alpha-\omega L\cos\alpha\big)\cos\pi\Big] \\
&= i_0\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)-\tfrac{v_{dc}}{R}\Big[1-\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)\Big]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\big)\Big[\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)+1\Big] \\
&= i_0
\end{aligned}
$$

$$
i_0\Big[1-\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)\Big]=-\tfrac{v_{dc}}{R}\Big[1-\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)\Big]+\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\big)\Big[\exp\big(-\tfrac{R}{\omega L}\pi\big)+1\Big]
$$

よって

$$
i_0=\tfrac{\sqrt{2}V}{R^2+\omega^2L^2}\big(-R\sin\alpha+\omega L\cos\alpha\big)\frac{1+\exp\big(-\frac{R}{\omega L}\pi\big)}{1-\exp\big(-\frac{R}{\omega L}\pi\big)}-\frac{v_{dc}}{R}
$$

Vdcを負にすれば，$\tan\alpha\le\dfrac{\omega L}{R}$ の制約を考えなくてよくなる

位相制御単相全波整流回路出力波形

（直流電源付）の逆変換動作　点弧角120度