

# パワーエレクトロニクス

(舟木担当分)

第4回

- サイリスタ変換器(3相ブリッジ)
- 自励式変換器

平成20年7月7日月曜日 3限目

# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - これまでの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視
    - 考慮したらどうなるか？
- 電源インピーダンスを含まない回路図
  - 点弧時に交流電流は瞬時に反転
    - » 概念図
- 電源インピーダンスを含んだ回路図
  - 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない
    - » 概念図

# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 簡略化のための仮定

- 転流期間中直流電流を一定
      - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
      - 転流期間を $u$

- 点弧により, 交流側は短絡される

- 回路ず

- 回路の微分方程式

$$v = L_{ac} \frac{d}{dt} i_{ac}$$

$$v = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

- 点弧時の初期値

$$v_0 = \sqrt{2}V \sin \alpha$$

$$i_0 = -I_{dc}$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 転流終了時(終端値)

$$v_{end} = \sqrt{2}V \sin(\alpha + u)$$

$$i_{end} = I_{dc}$$

- ラプラス変換 時間の原点 $t=0$ を $\omega t = \alpha$ に移動

$$\sqrt{2}V \frac{\omega \cos \alpha + s \sin \alpha}{s^2 + \omega^2} = L_{ac} s I_{ac} + L_{ac} I_{dc}$$

$$\begin{aligned} I_{ac} &= \frac{1}{sL_{ac}} \left( \sqrt{2}V \frac{\omega \cos \alpha + s \sin \alpha}{s^2 + \omega^2} - L_{ac} I_{dc} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \frac{\omega \cos \alpha + s \sin \alpha}{s(s^2 + \omega^2)} - \frac{I_{dc}}{s} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{s} \frac{\omega \cos \alpha + s \sin \alpha}{s^2 + \omega^2} = \frac{a}{s} + \frac{bs + c\omega}{s^2 + \omega^2} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{\cos \alpha}{\omega} \\ b = -\frac{\cos \alpha}{\omega} \\ c = \frac{\sin \alpha}{\omega} \end{cases}$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

$$I_{ac} = \frac{\sqrt{2}V}{L_{ac}} \left( \frac{\cos \alpha}{\omega} \frac{1}{s} + \frac{1}{\omega} \frac{-s \cos \alpha + \omega \sin \alpha}{s^2 + \omega^2} \right) - \frac{I_{dc}}{s}$$

- 逆変換

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} (\cos \alpha + \sin \alpha \sin \omega t - \cos \alpha \cos \omega t) - I_{dc}$$

- 時間の原点をもとにもどす

$$i_{ac}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos \alpha + \sin \alpha \sin(\omega t - \alpha) - \cos \alpha \cos(\omega t - \alpha)] - I_{dc}$$

- 終端値の条件

$$\begin{aligned} i_{ac}\left(\frac{\alpha+u}{\omega}\right) &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos \alpha + \sin \alpha \sin(\alpha + u - \alpha) - \cos \alpha \cos(\alpha + u - \alpha)] - I_{dc} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos \alpha + \sin \alpha \sin u - \cos \alpha \cos u] - I_{dc} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos \alpha - \cos(\alpha + u)] - I_{dc} = I_{dc} \end{aligned}$$

# 位相制御単相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 転流重なり角 $u$

$$\frac{\sqrt{2}V}{\omega L_{ac}} [\cos \alpha - \cos(\alpha + u)] = 2I_{dc}$$

$$\cos(\alpha + u) = \cos \alpha - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}$$

$$u = \arccos\left(\cos \alpha - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V}\right) - \alpha$$

- 転流重なり期間中は交流回路短絡
  - » 直流出力端子電圧  $\rightarrow 0$
  - » 波形のえ
- 直流出力端子電圧への影響は？

# 位相制御単相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 $u$ を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\alpha} -v d\omega t + \int_{\alpha}^{\alpha+u} 0 d\omega t + \int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} v d\omega t + \int_{\pi+\alpha}^{\pi+\alpha+u} 0 d\omega t + \int_{\pi+\alpha+u}^{2\pi} -v d\omega t \right\} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}V \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \left[ -\cos \omega t \right]_{\alpha+u}^{\pi+\alpha} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \left\{ -\cos(\pi + \alpha) + \cos(\alpha + u) \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \left\{ \cos \alpha + \cos \alpha - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{\pi} \left\{ 2 \cos \alpha - \sqrt{2} \frac{\omega L_{ac} I_{dc}}{V} \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}V}{\pi} \cos \alpha - \frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc} \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は  $\frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}$  低下する

転流インピーダンス(リアクタンス)降下という

# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 回路図

- 負荷には線間電圧が印加される

- 相電圧
  - 三相平衡
$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{cases}$$

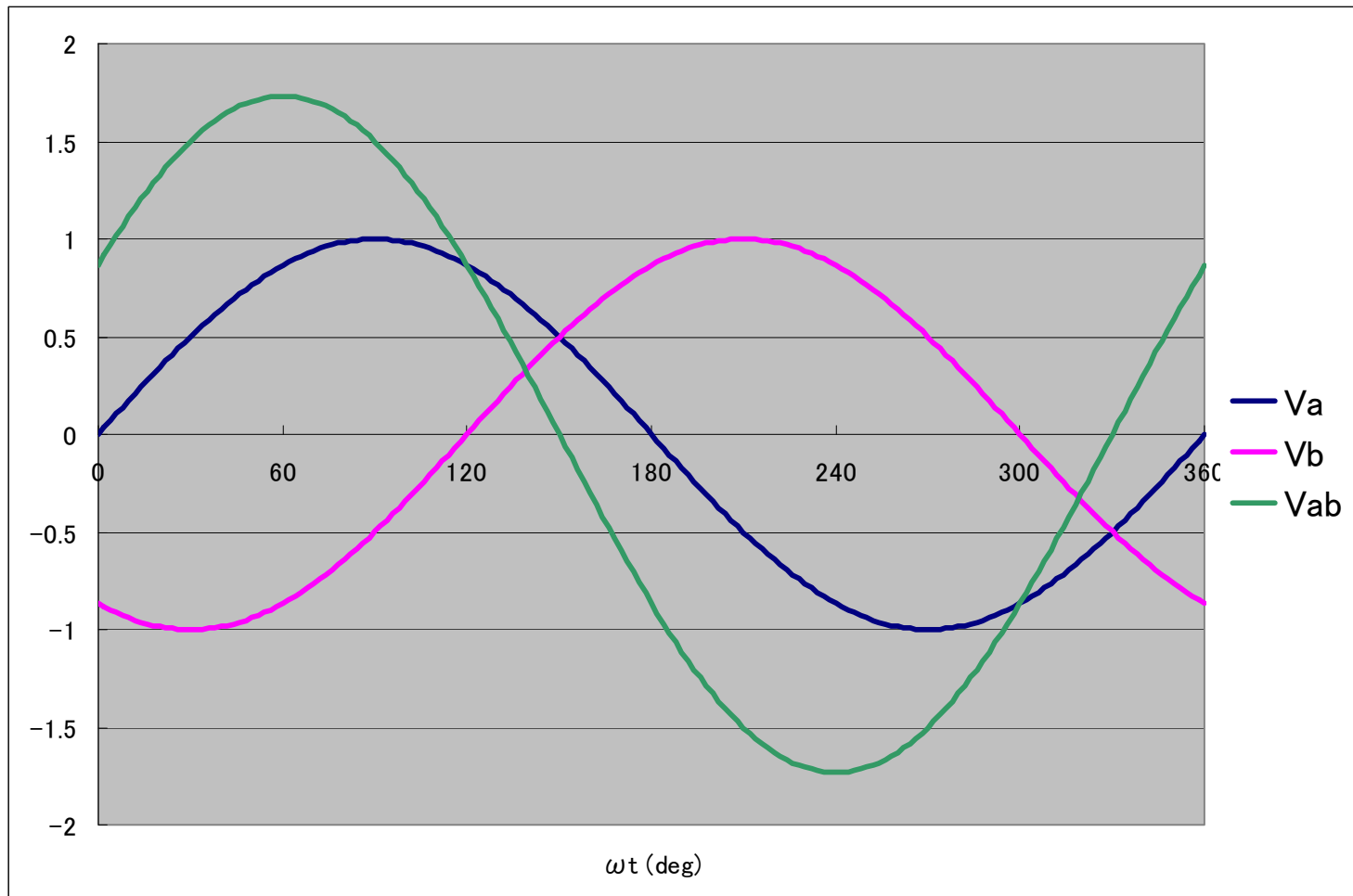
- 線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = v_a - v_b = \sqrt{2}V \left\{ \sin \omega t - \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \right\} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \\ v_{bc} = v_b - v_c = \sqrt{2}V \left\{ \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) - \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \right\} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ v_{ca} = v_c - v_a = \sqrt{2}V \left\{ \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) - \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \right\} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{5}{6}\pi) \\ v_{ba} = -v_{ab} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{5}{6}\pi) \\ v_{cb} = -v_{bc} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ v_{ac} = -v_{ca} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 負荷には線間電圧が印加されるの絵

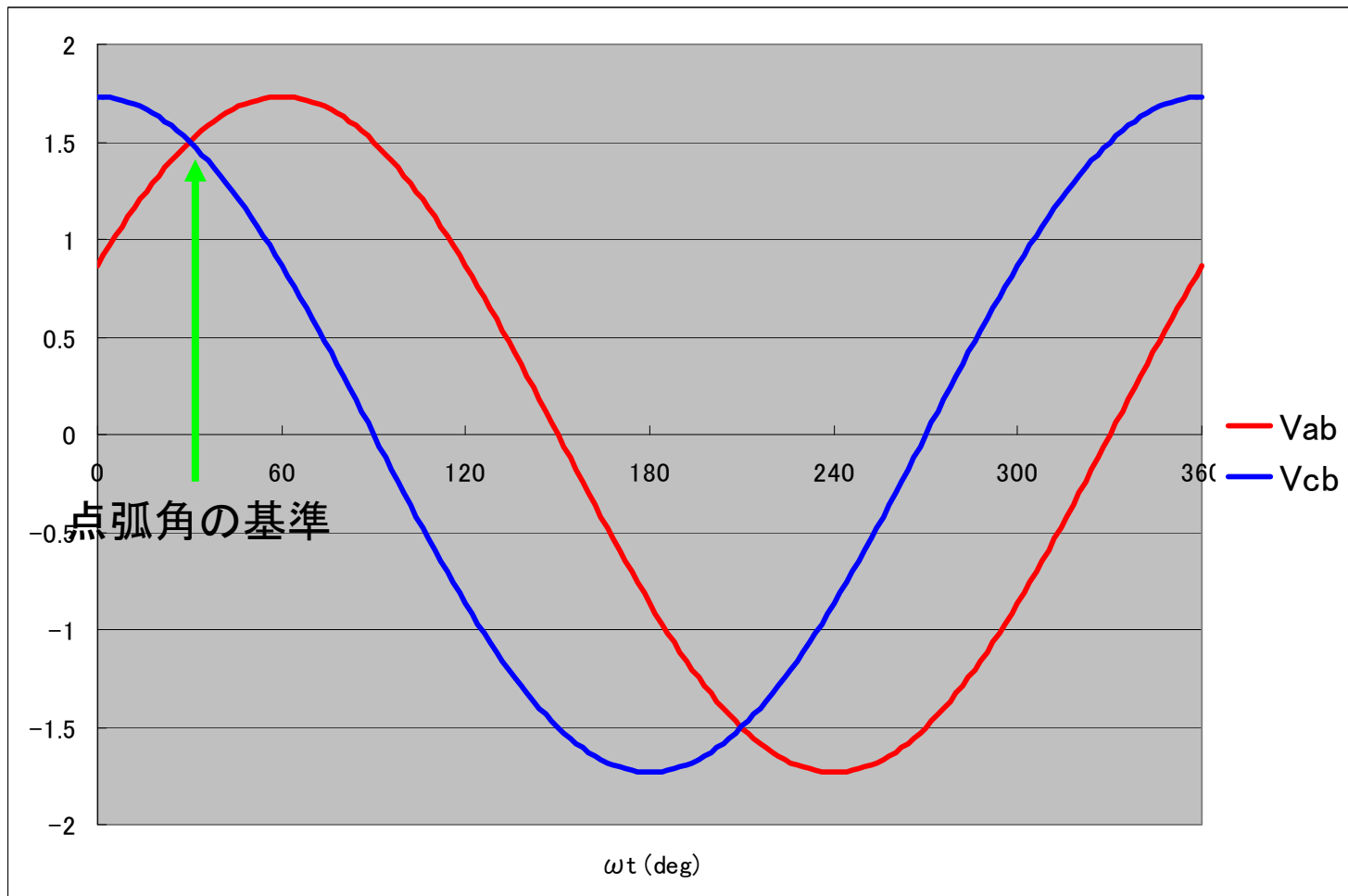


# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角

- 線間電圧の零クロス点を基準 ( $0 < \alpha < \pi$ )

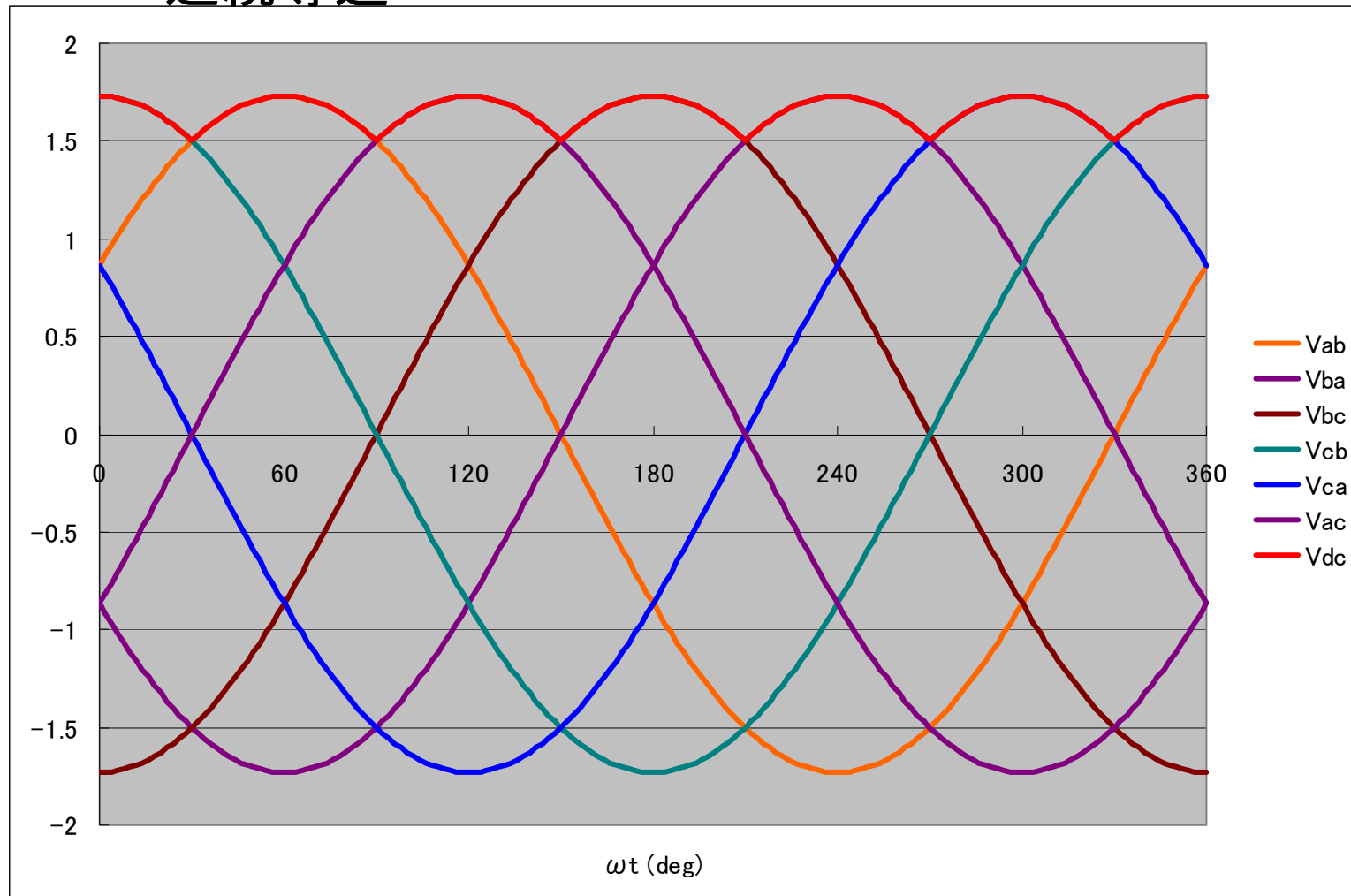


# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角  $\alpha = 0$  度 (ダイオード整流回路と同じ)

- 連続導通      ゲート信号は1/6周期毎

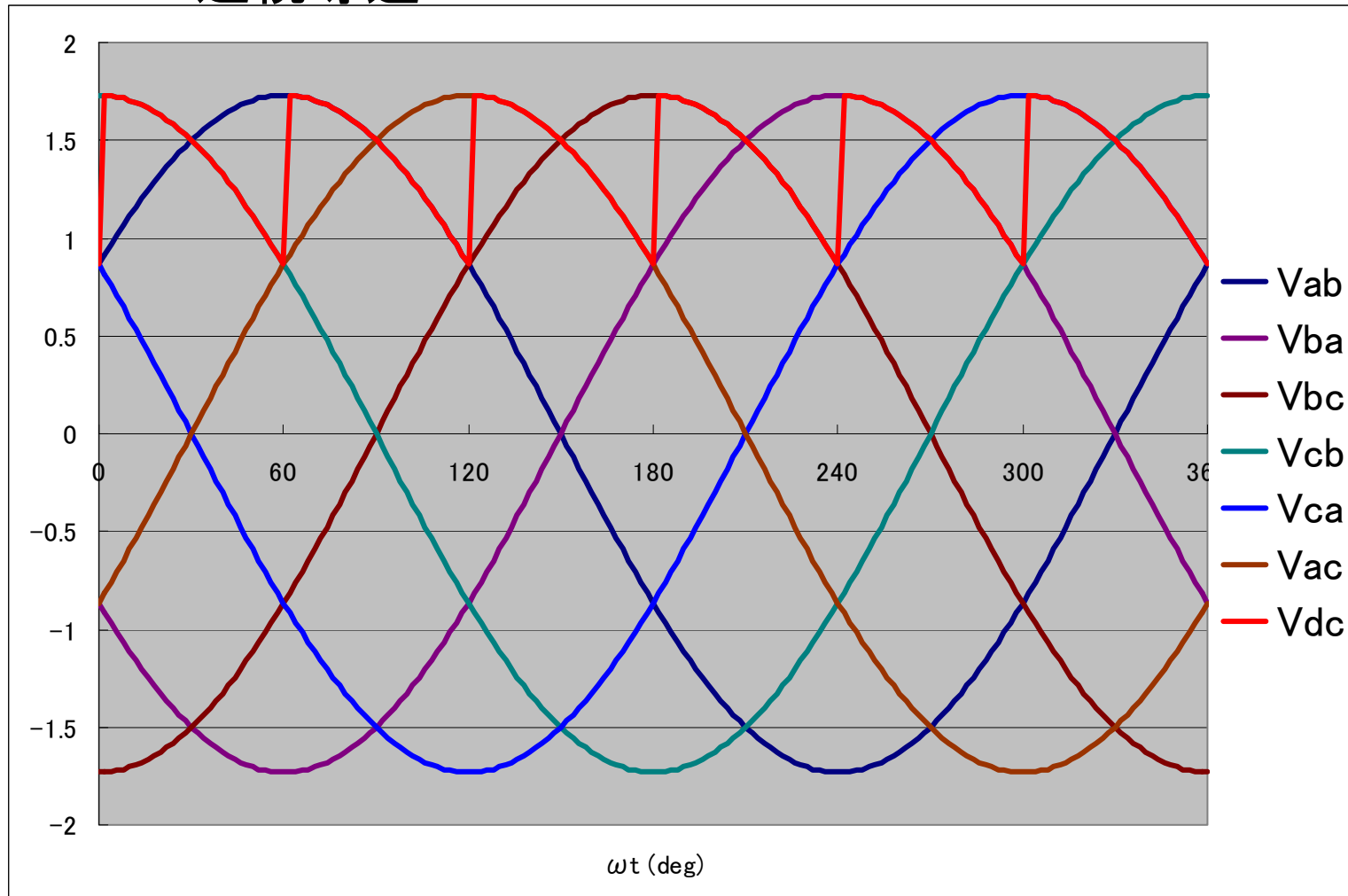


# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角  $\alpha = 30^\circ$

- 連続導通

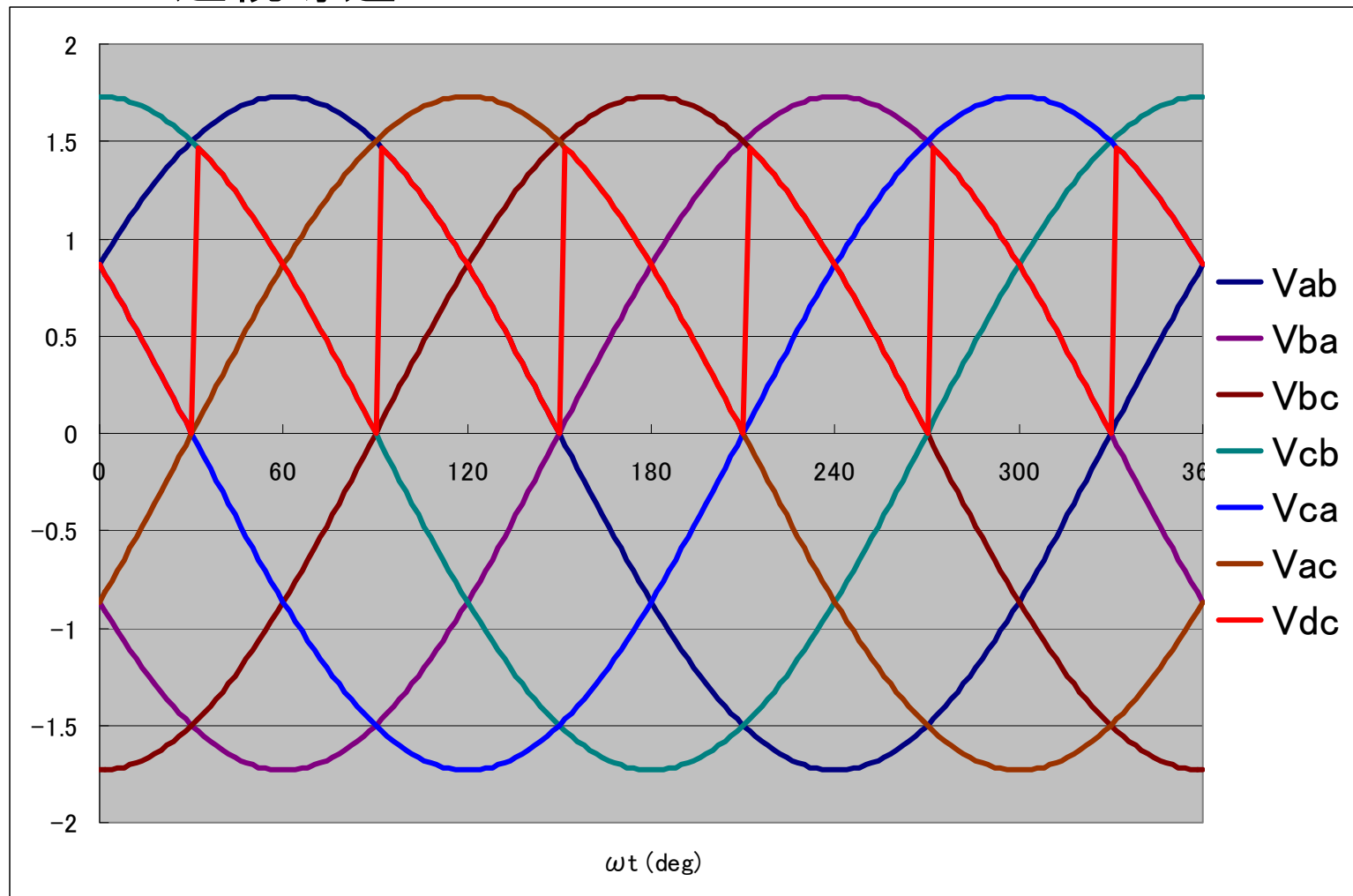


# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

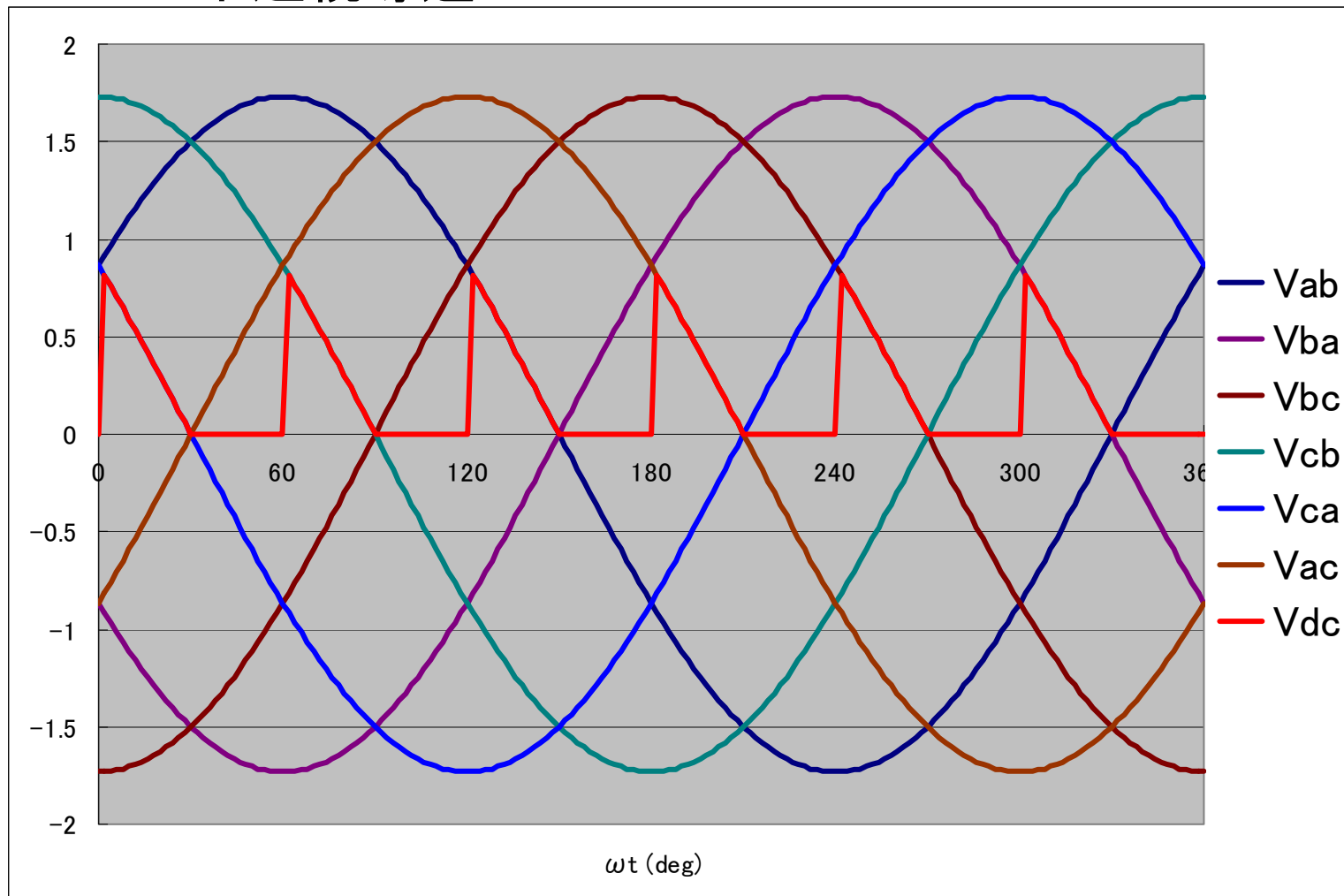
- 点弧角  $\alpha = 60^\circ$

- 連続導通



# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 点弧角  $\alpha = 90^\circ$
  - 不連続導通

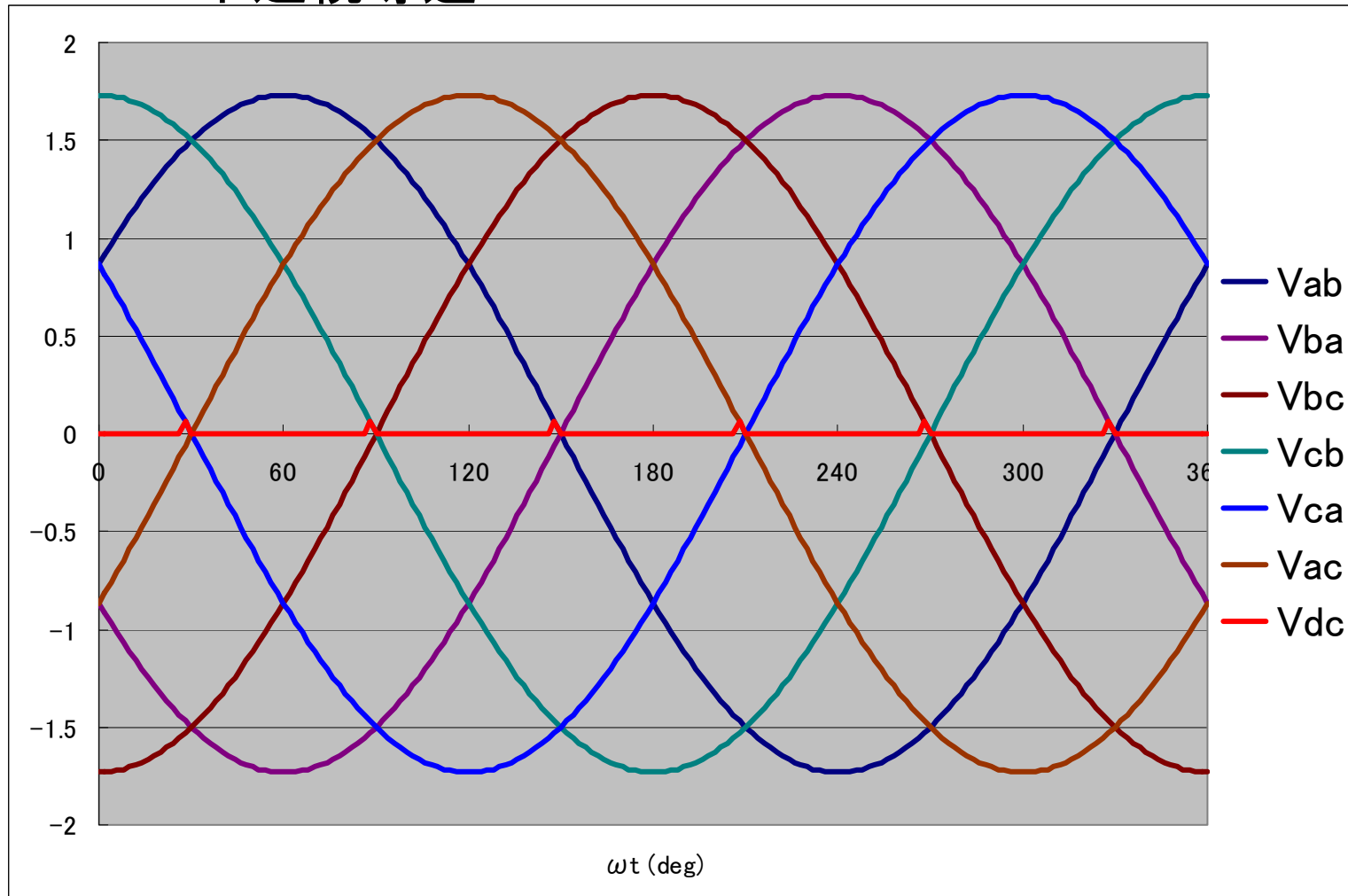


# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧角  $\alpha = 117^\circ$

- 不連続導通



# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 点弧範囲

- $0 \leq \alpha < 120$

- $0 \leq \alpha < 180$ 度の間  $V_{ab} > V_{cb}$ である

- $120 < \alpha$ で $V_{ab} < 0$ となる

- » 逆バイアスとなるので点弧できない

- 連続導通範囲

- $0 \leq \alpha \leq 60$

- 不連続導通範囲

- $60 \leq \alpha < 120$

- 単相全波回路の場合

- 点弧範囲

- $0 \leq \alpha < 180$

- 連続導通範囲

- »  $0 = \alpha$

# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

- 直流平均出力電圧

- 連続導通の範囲 ( $60 \leq \alpha < 120$ )

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}+\alpha} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} v_{ac} d\omega t \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}+\alpha} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}+\alpha} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb} d\omega t \right] \\ &= \frac{6}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \cos \alpha \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷

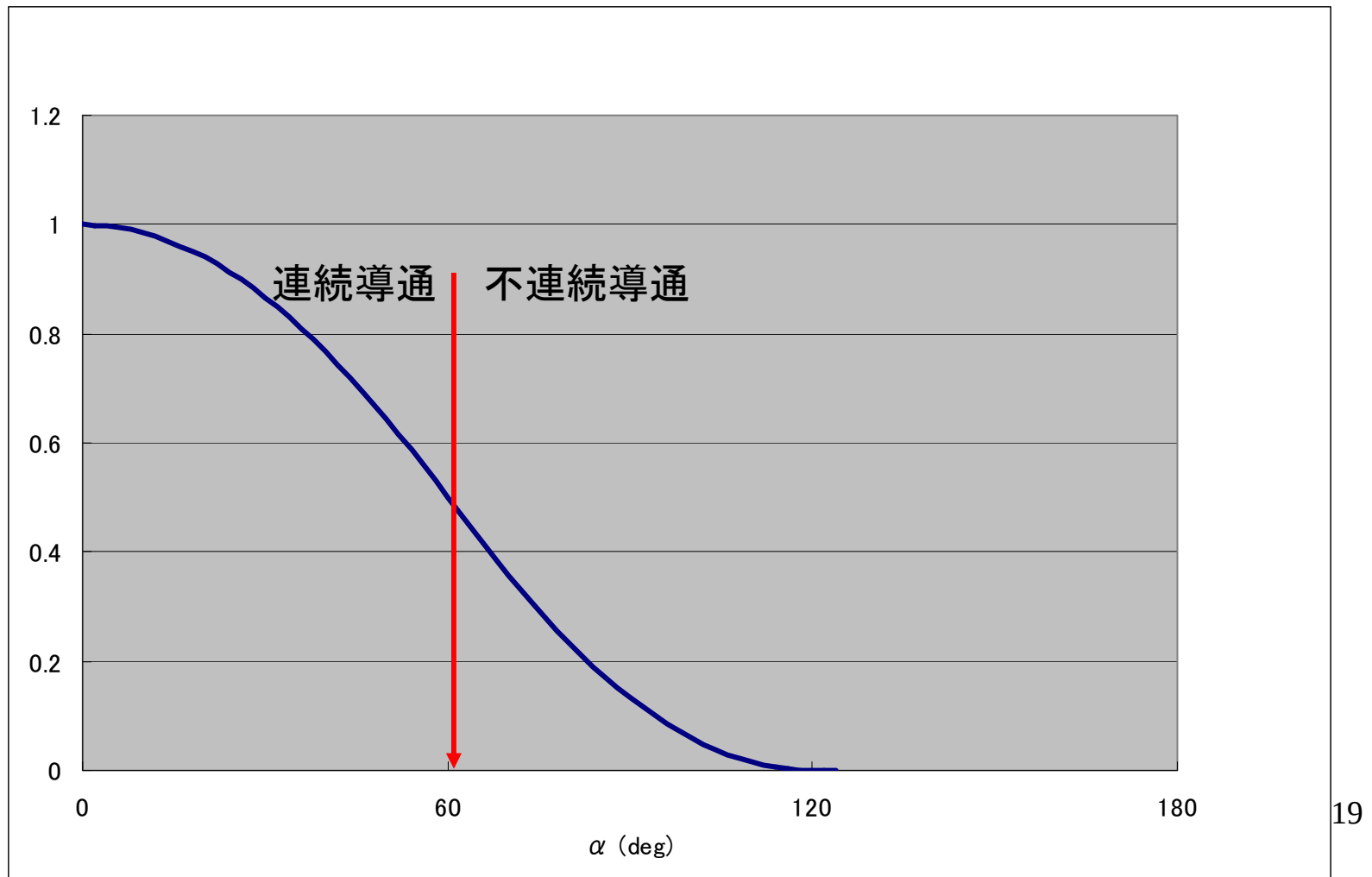
- 直流平均出力電圧

- 不連続導通の範囲(  $0 \leq \alpha \leq 60$  )

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}} v_{ac} d\omega t \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{13\pi}{6}} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{2}} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb} d\omega t \right] \\ &= \frac{6}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \right] \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 抵抗負荷
  - 直流平均出力電圧の点弧角特性



# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 回路図
  - 負荷には線間電圧が印加される  
(直流出力端子には線間電圧が出力される)

相電圧

$$\begin{cases} v_a = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_b = \sqrt{2}V \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ v_c = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{cases}$$

線間電圧

$$\begin{cases} v_{ab} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \\ v_{bc} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ v_{ca} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{5}{6}\pi) \\ v_{ba} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{5}{6}\pi) \\ v_{cb} = \sqrt{6}V \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ v_{ac} = \sqrt{6}V \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電圧・電流の振る舞い

- サイリスタの導通期間中, 出力される三相交流の線間電圧はL,Rが分担

- 負荷電圧

- » 導通期間中  $e_d = e_L + e_R = v_{xx}$

- » 非導通期間中  $e_d = e_L + e_R = 0$

いづれかの  
線間電圧

- Lの印加電圧  $e_L = L \frac{d}{dt} i_d$

- Rの印加電圧  $e_R = Ri_d$

- サイリスタの印加電圧

- » 導通期間中  $e_{th} = 0$

- 通電電流が0以下になるまで導通を継続

- » 非導通期間中  $e_{th} = \text{線間電圧を分圧したもの}$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形(周期定常状態)を求める

- 点弧角を $\alpha$ とする(線間電圧の零クロス点を基準)

- 点弧可能な範囲は？

- » 抵抗負荷のとき  $0 \leq \alpha < 120 \text{ deg}$

- サイリスタがオン状態の微分方程式

$$v_{xx} = e_L + e_R = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

- オン時点の初期値

- » Th1がオンする時点を解析

- (1/6周期毎の対称波形)

- 点弧時点を時間の原点にとる  $\omega t = \alpha + \frac{\pi}{6}$

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$i_0$       連続導通なら  $i_0 \neq 0$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形(周期定常状態)を求める

- ラプラス変換(ab相線間電圧がオン)

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = L s I_d - L i_0 + R I_d$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{L s + R} + \frac{L i_0}{L s + R}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})]\omega + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})]s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \omega t \right. \\ + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \omega t \\ \left. - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \right\} + i_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \\ \left. - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left[-\frac{R}{\omega L} \left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] \right\} \\ + i_0 \exp\left[-\frac{R}{\omega L} \left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right]$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値(Th2の点弧時)

$$\begin{aligned} i_d\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ &\quad + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \\ &\quad - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left[-\frac{R}{\omega L} \left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] \Big\} \\ &\quad + i_0 \exp\left[-\frac{R}{\omega L} \left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\ &\quad + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\ &\quad - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \Big\} \\ &\quad + i_0 \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \\ &= i_0 \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値(Th2の点弧時)

$$\begin{aligned} i_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\ &\quad + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\ &\quad \left. - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\ &\quad - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\ &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ R \left[ \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{3} - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} \right] \right. \\ &\quad + \omega L \left[ \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{3} + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} \right] \\ &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \quad 26 \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 出力電流波形を求める

- Th1点弧時電流初期値と終端値(Th2の点弧時)

$$\begin{aligned} i_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha \right. \\ &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$i_0 = \frac{\sqrt{2}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

連続導通の限界  $i_0 = 0$

$$\frac{-R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷
  - 出力電流波形を求める
    - 連続導通の限界

$$\frac{-R\sin\alpha + \omega L\cos\alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)} + R\left[\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3} + \cos\alpha\sin\frac{\pi}{3}\right] - \omega L\left[\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3} - \sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}\right] = 0$$

$$\frac{-R\sin\alpha + \omega L\cos\alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)} + R\left[\frac{1}{2}\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right] - \omega L\left[\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right] = 0$$

$$\begin{aligned} & \sin\alpha \left\{ -R + \left(\frac{1}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right] \right\} \\ & + \cos\alpha \left\{ \omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{1}{2}\omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\tan\alpha = \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{1}{2}\omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}{R - \left(\frac{1}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L}\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 直流出力電圧平均値(連続導通)

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}+\alpha} v_{cb} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} v_{ac} d\omega t \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{5\pi}{6}+\alpha}^{\frac{7\pi}{6}+\alpha} v_{bc} d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}+\alpha}^{\frac{3\pi}{2}+\alpha} v_{ba} d\omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}+\alpha}^{\frac{11\pi}{6}+\alpha} v_{ca} d\omega t + \int_{\frac{11\pi}{6}+\alpha}^{2\pi} v_{cb} d\omega t \right] \\ &= \frac{6}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sqrt{3}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left[ -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \cos \alpha \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷(直流電源付)
  - 逆変換動作(電力の向き直流→交流)を考える
    - 連続導通の条件で, 点弧角を  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  とすると, 直流出力端子電圧が負になる
$$E_d < 0$$
      - サイリスタの電流導通方向(符号)は一定なので, 電力の符号が反転 → 逆変換
      - 直流に電源を入れて, 直流電源から交流側に電力を供給することを考える。

回路の絵

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導負荷(直流電源付)の逆変換動作
  - 微分方程式(正の半波導通状態)

$$v_{xx} = e_L + e_R + v_{dc} = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

- オン時点の初期値

$$v_0 = \sqrt{6}V \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \quad i_0 \neq 0$$

- ラプラス変換

$$\sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3}\right) = L \frac{d}{dt} i_d + R i_d + v_{dc}$$

$$\sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} = L s I_d - L i_0 + R I_d + \frac{v_{dc}}{s}$$

$$I_d = \sqrt{6}V \frac{\omega \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + s \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{Ls + R} + \frac{L i_0}{Ls + R} - \frac{v_{dc}}{s} \frac{1}{Ls + R}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
- 出力電流波形を求める

$$I_d = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{[R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})]\omega + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})]s}{s^2 + \omega^2} - \frac{R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})}{s + \frac{R}{L}} \right\} + \frac{i_0}{s + \frac{R}{L}} - \frac{v_{dc}}{R} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right)$$

- 逆変換

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin \omega t + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos \omega t - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp(-\frac{R}{L} t) \right\} + i_0 \exp(-\frac{R}{L} t) - \frac{v_{dc}}{R} [1 - \exp(-\frac{R}{L} t)]$$

- 時間の原点を元に戻して

$$i_d(\omega t) = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ [R \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \omega L \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})] \sin(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}) + [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \cos(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6}) - [R \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \omega L \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6})] \right\} + i_0 \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6})] - \frac{v_{dc}}{R} \{1 - \exp[-\frac{R}{\omega L} (\omega t - \alpha - \frac{\pi}{6})]\}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- ・ 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
  - ・ 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned} i_d\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ &\quad + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \\ &\quad \left. - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] \right\} \\ &\quad + i_0 \exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] - \frac{v_{dc}}{R} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{R}{\omega L}\left(\alpha + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] \right\} \\ &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \left[ R \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \sin \frac{\pi}{3} \right. \\ &\quad + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cos \frac{\pi}{3} \\ &\quad \left. - \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right\} \\ &\quad + i_0 \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) - \frac{v_{dc}}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \\ &= i_0 \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷(直流電源付)の逆変換動作
  - 連続導通の時の電流初期値

$$\begin{aligned}
 i_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \\
 &= \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ -R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha \right. \\
 &\quad \left. + \left[ R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \\
 &\quad - \frac{V_{dc}}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } i_0 = \frac{\sqrt{6}V}{R^2 + \omega^2 L^2} \left\{ \frac{-R \sin \alpha + \omega L \cos \alpha}{1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right)} + R \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \omega L \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right\} - \frac{V_{dc}}{R}$$

$$V_{dc} \text{を負にすれば, } \tan \alpha \leq \frac{\omega L + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R - \frac{1}{2} \omega L\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right]}{R - \left(\frac{1}{2} R + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega L\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{\omega L} \frac{\pi}{3}\right) \right]} \quad \text{の制約を考えなくてよくなる}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - これらの解析は交流電源の内部インピーダンスを無視
    - 考慮したらどうなるか？
- 電源インピーダンスを含まない回路図
  - 点弧時に交流電流は瞬時に反転
    - » 概念図
- 電源インピーダンスを含んだ回路図
  - 点弧時に交流電流は瞬時に反転できない
    - » 概念図

# 位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 簡略化のための仮定
      - 転流期間中直流電流を一定
      - 電源インピーダンスとしてリアクタンス成分のみ考える
      - 転流期間を $u$
    - 点弧により, 交流側三相のうち二相が短絡される
      - 回路ず
      - Th1点弧時にac相が短絡される
      - 回路の微分方程式

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} i_c - v_b + L_{ac} \frac{d}{dt} i_b \end{cases}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 回路の微分方程式

$$i_b = i_{dc} \quad \text{直流電流一定の仮定} \quad \frac{d}{dt} i_b = 0 \quad i_a + i_c = i_{dc}$$

$$\begin{cases} e_d = v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \\ e_d = v_c - L_{ac} \frac{d}{dt} (i_{dc} - i_a) - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \end{cases}$$

$$v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b = v_c + L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b$$

$$2L_{ac} \frac{d}{dt} i_a = v_a - v_c$$

$$\frac{d}{dt} i_a = \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \quad v_{ac} = \sqrt{6}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6}V}{2L_{ac}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$i_a = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角
  - 交流電源の内部インピーダンスを考慮
    - 回路の微分方程式
      - » Th1に点弧信号を与えたときの初期条件

$$i_a\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \qquad i_c\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = i_{dc}$$

$$0 = i_{a0} - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$i_{a0} = \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos \alpha$$

- » 転流中におけるTh1電流の応答

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos \alpha - \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[ \cos \alpha - \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \right] \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 転流重なり角

- 交流電源の内部インピーダンスを考慮

- 回路の微分方程式

- » 転流重なり角を $u$ とすると, 転流終了時の条件

$$\begin{aligned}i_a\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + u\right) &= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[ \cos \alpha - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + u - \frac{\pi}{6}\right) \right] \\&= \frac{\sqrt{6}V}{2\omega L_{ac}} \left[ \cos \alpha - \cos(\alpha + u) \right] \\&= i_{dc}\end{aligned}$$

$$\cos(\alpha + u) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc}$$

- » 転流中において直流側に現れる電圧

$$\begin{aligned}e_d &= v_a - L_{ac} \frac{d}{dt} i_a - v_b \\&= v_{ab} - L_{ac} \frac{1}{2L_{ac}} v_{ac} \\&= v_{ab} - \frac{1}{2} v_{ac}\end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 $u$ を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_d d\omega t = \frac{6}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} e_d d\omega t \\ &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} \left( v_{ab} - \frac{1}{2} v_{ac} \right) d\omega t + \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha+u}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t \right\} \\ &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} v_{ab} d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} v_{ac} d\omega t \right\} \\ &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sqrt{6}V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} \sqrt{6}V \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d\omega t - \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) d\omega t \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left\{ \left[ -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} - \frac{1}{2} \left[ -\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha+u} \right\} \end{aligned}$$

# 位相制御三相全波整流回路

- 誘導性負荷

- 交流電源の内部インピーダンスによる転流重なり角 $u$ を考慮

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left\{ -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[ -\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + u - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right] \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left\{ -\cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} \left[ -\cos(\alpha + u) + \cos \alpha \right] \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \left\{ \cos \alpha - \frac{1}{2} \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{6}V} i_{dc} \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{6}V}{\pi} \cos \alpha - \frac{3\omega L_{ac}}{\pi} i_{dc} \end{aligned}$$

電源インピーダンスにより出力直流電圧は  $\frac{3\omega L_{ac}}{\pi} i_{dc}$  低下する

転流インピーダンス(リアクタンス)降下という

# 位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- インダクタンス → 無限大

- 定電流源

$$I_{dc} = \text{const}$$

- 点弧角  $\alpha$

- 交流側から見た力率

- 交流電流の基本波・高調波成分

- 交流電源のインピーダンス無視した場合

- 転流重なり無し

- 回路図

- 電圧・電流波形

# 位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流

- $0 \leq \omega t < \pi/6 + \alpha$   $I_a = 0$

- $\pi/6 + \alpha \leq \omega t < \pi/2 + \alpha$   $I_a = I_{dc}$

- $\pi/2 + \alpha \leq \omega t < \pi/6 + \alpha + \pi$   $I_a = 0$

- $\pi/6 + \alpha + \pi \leq \omega t < \pi/2 + \alpha + \pi$   $I_a = -I_{dc}$

- $\pi/2 + \alpha + \pi \leq \omega t < 3\pi/2 + \alpha$   $I_a = 0$

- フーリエ級数展開

- 実フーリエ級数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nx + b_n \sin nx\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \end{aligned} \right.$$

# 位相制御三相ブリッジ回路

- 誘導負荷

- 出力電流波形をフーリエ級数展開

- A相電流に含まれる基本波成分

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5}{6}\pi+\alpha} I_{dc} \cos \omega t d\omega t + \int_{\frac{7}{6}\pi+\alpha}^{\frac{11}{6}\pi+\alpha} -I_{dc} \cos \omega t d\omega t \right\} = \frac{I_{dc}}{\pi} \left\{ \left[ \sin \omega t \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5}{6}\pi+\alpha} + \left[ -\sin \omega t \right]_{\frac{7}{6}\pi+\alpha}^{\frac{11}{6}\pi+\alpha} \right\}$$
$$= \frac{I_{dc}}{\pi} \left\{ \sin\left(\frac{5}{6}\pi + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{11}{6}\pi + \alpha\right) + \sin\left(\frac{7}{6}\pi + \alpha\right) \right\}$$
$$= \frac{2I_{dc}}{\pi} \left\{ \sin\left(\frac{5}{6}\pi + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \right\} = -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_{dc} \sin \alpha$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5}{6}\pi+\alpha} I_{dc} \sin \omega t d\omega t + \int_{\frac{7}{6}\pi+\alpha}^{\frac{11}{6}\pi+\alpha} -I_{dc} \sin \omega t d\omega t \right\} = \frac{I_{dc}}{\pi} \left\{ \left[ -\cos \omega t \right]_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5}{6}\pi+\alpha} + \left[ \cos \omega t \right]_{\frac{7}{6}\pi+\alpha}^{\frac{11}{6}\pi+\alpha} \right\}$$
$$= \frac{I_{dc}}{\pi} \left\{ -\cos\left(\frac{5}{6}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{11}{6}\pi + \alpha\right) - \cos\left(\frac{7}{6}\pi + \alpha\right) \right\}$$
$$= \frac{2I_{dc}}{\pi} \left\{ -\cos\left(\frac{5}{6}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \right\} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_{dc} \cos \alpha$$

- ベクトル(実効値)で表した基本波成分

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_{dc} (\cos \alpha - j \sin \alpha) \quad \Rightarrow \quad \text{点弧角 } \alpha \text{ がそのまま力率角となる}$$