

電力システム解析論

第一回 送電線路
三相回路と対称回路
平成20年10月03日

2008/10/3

電力システム解析論

1

電力システムにおける現象

- 電磁氣的現象
 - EMC, EMI, EMF
 - TEM波(平面波)
 - 分布定数線路
 - サージ現象(遅延現象)
 - 静電磁現象
 - 集中定数回路
 - 時間的変化が正弦的な電磁現象
 - » 交流回路
 - » 複素電力, インピーダンス

2008/10/3

電力システム解析論

2

内容

- 電力システムは三相交流で構成されている
 - 電力システムの解析法
 - 発電機→運動方程式(微分方程式)
 - 電気回路の扱い
 - RLCの回路方程式を解く
 - » 瞬時値解析(過渡解析)
 - インピーダンスで考える
 - » 交流解析
 - » どのようにして一本の線路(単相回路)で表現するのか？

2008/10/3

電力システム解析論

3

電磁気現象

- Maxwellの方程式(微分表示)

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H &= J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla \cdot \varepsilon_0 E &= \rho \\ \nabla \cdot \mu_0 H &= 0\end{aligned}$$



FDTD (Finite-difference time-domain)法
などで解く
(空間・時間領域での
差分方程式に展開して
逐次計算をすることで、
電場・磁場を求める)

2008/10/3

電力システム解析論

4

TEM波(電磁波)

- Transverse Electro-Magnetic wave
 - 電界・磁界が伝搬方向に直角な横断面内の成分のみで構成される, 完全横波の電磁波
 - 伝搬方向には電界・磁界成分共に存在しない
 - 伝搬方向を直角座標系のz軸方向とすると電磁界は

$$E = i_x E_x + i_y E_y \equiv E_T$$

$$H = i_x H_x + i_y H_y \equiv H_T$$

- E_T, H_T は伝搬方向に直角な横断面内(xy面内)の電界および磁界

2008/10/3

電力システム解析論

5

TEM波のMaxwell方程式

- 電荷・電流を含まない線形・等方・均質かつ非分散性の無損失媒質中

$$\nabla \times E_T = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\nabla \times H_T = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$



$$\nabla_T \times E_T = 0$$

$$\nabla_T \times H_T = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (i_z \times E_T) = -\mu \frac{\partial H_T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (i_z \times H_T) = \varepsilon \frac{\partial E_T}{\partial t}$$

$$\nabla_T = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y}$$

2008/10/3

電力システム解析論

6

波動方程式

- 電界成分:x方向のみ E_x $E_T = i_x E_x(z, t)$
- 磁界成分:y方向のみ H_y $H_T = i_y H_y(z, t)$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$



波動方程式

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = 0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \text{伝搬速度}$$

2008/10/3

電力システム解析論

7

電信方程式

- $x:0 \rightarrow b, y:0 \rightarrow a$

$$\text{電圧 } V \leftarrow \frac{\partial}{\partial z} \int_0^b E_x dx = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^b \mu H_y dx \rightarrow \text{磁束 } \Phi = LI$$

$$\text{電流 } I \leftarrow \frac{\partial}{\partial z} \int_0^a H_y dy = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^a \varepsilon E_x dy \rightarrow \text{電荷 } Q = CV$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -L \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial V}{\partial t}$$



$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0 \quad LC = \varepsilon\mu$$

速度 v で z 方向に伝搬する電圧・電流の波動を現す
 L, C は伝搬方向・単位長当たりの値(無損失伝送線路)

2008/10/3

電力システム解析論

8

TEM伝搬の定常状態

- 角周波数 ω の正弦波に対するTEM波

$$\begin{aligned}
 E_x(z, t) &= \text{Re}[\dot{E}_x(z)e^{j\omega t}] & \frac{\partial}{\partial t} &= j\omega \\
 H_y(z, t) &= \text{Re}[\dot{H}_y(z)e^{j\omega t}] \\
 \frac{d\dot{E}_x}{dz} &= -j\omega\mu\dot{H}_y & \Rightarrow & \frac{d^2\dot{E}_x}{dz^2} + k^2\dot{E}_x = 0 & k &= \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \\
 \frac{d\dot{H}_y}{dz} &= -j\omega\varepsilon\dot{E}_x & & \frac{d^2\dot{H}_y}{dz^2} + k^2\dot{H}_y = 0 & \frac{\dot{E}_x}{\dot{H}_y} &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta
 \end{aligned}$$

媒質の固有インピーダンス

2008/10/3

電力システム解析論

9

TEM伝搬の定常状態

- 角周波数 ω の正弦波に対する無損失分布定数線路の複素表示

$$\begin{aligned}
 \frac{d\dot{V}}{dz} &= -j\omega L\dot{I} & \Rightarrow & \frac{d^2\dot{V}}{dz^2} + k^2\dot{V} = 0 & k &= \omega\sqrt{LC} \\
 \frac{d\dot{I}}{dz} &= -j\omega C\dot{V} & & \frac{d^2\dot{I}}{dz^2} + k^2\dot{I} = 0 & \frac{\dot{V}}{\dot{I}} &= \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0
 \end{aligned}$$

$$\dot{V}(z) = \int_0^b \dot{E}_x dx = b\dot{E}_x$$

$$\dot{I}(z) = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^a \dot{H}_y dy = a\dot{H}_y$$

線路の特性インピーダンス

2008/10/3

電力システム解析論

10

損失がある場合

- 伝送方向に単位長あたり漏洩電流 GV
- 伝送方向に単位長あたり電圧降下 RI

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial z} &= -RI - L \frac{\partial I}{\partial t} & \frac{d\dot{V}}{dz} &= -(R + j\omega L)\dot{I} \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= -GV - C \frac{\partial V}{\partial t} & \frac{d\dot{I}}{dz} &= -(G + j\omega C)\dot{V}\end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

11

電力システム

- 何で三相交流？
- 送電線のLC(線路定数)
 - 架空送電線
 - ケーブル線路
- 三相交流回路と対称座標変換
 - 三相交流回路
 - 対称座標系
 - 正相分による表示
- 単位法

2008/10/3

電力システム解析論

12

なんで三相交流？

| 伝送容量の比較 (Vは線間電圧実効値) | | | 比率 |
|--|--|--|--------------|
| <ul style="list-style-type: none"> 単相二線式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 $VI \cos \theta$ 条数2 → 一条当りの伝送容量 $\frac{1}{2}VI \cos \theta$ | | | 1 |
| <ul style="list-style-type: none"> 単相三線式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 $2VI \cos \theta$ 条数3 → 一条当りの伝送容量 $\frac{2}{3}VI \cos \theta$ | | | 4/3 |
| <ul style="list-style-type: none"> 三相三線式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 $\sqrt{3}VI \cos \theta$ 条数3 → 一条当りの伝送容量 $\frac{1}{\sqrt{3}}VI \cos \theta$ | | | $2/\sqrt{3}$ |
| <ul style="list-style-type: none"> 三相四線式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 $\sqrt{3}VI \cos \theta$ 条数4 → 一条当りの伝送容量 $\frac{\sqrt{3}}{4}VI \cos \theta$ | | | $\sqrt{3}/2$ |
| <ul style="list-style-type: none"> 対称n相n線式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 $\frac{n}{2}VI \cos \theta$ 条数n → 一条当りの伝送容量 $\frac{1}{2}VI \cos \theta$ | | | 1 |
| <ul style="list-style-type: none"> 直流方式 <ul style="list-style-type: none"> 伝送容量 VI 条数n → 一条当りの伝送容量 $\frac{1}{2}VI$ | | | 1 |
| 但しACは実効値なので実質的に2 | | | 13 |

2008/10/3

電力システム解析論

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 誘導電圧
$$e = \frac{d\tau}{dt}$$
- e: 誘導電圧(V), τ : 鎖交磁束 (Wb t)
 - Wbt: 磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
 - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
 - 透磁率一定の場合, 鎖交磁束は電流に比例
 - 誘導電圧は電流変化率に比例
$$e = L \frac{di}{dt}$$
 - L: 比例定数・回路のインダクタンス(H), di/dt: 電流変化率(A/s)
$$L = \frac{d\tau}{di}$$
- 線形システムの場合
 - 鎖交磁束は電流に比例
$$L = \frac{\tau}{i}$$
 - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

2008/10/3

電力システム解析論

14

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
 - 自己インダクタンスの定義
電流に対する鎖交磁束 $\tau = Li$
 - 鎖交磁束のフェーザ表示 $\Psi = LI$
 - Ψ : 鎖交磁束のフェーザ, I : 電流のフェーザ
 - 鎖交磁束による電圧降下 $V = j\omega LI$
 $= j\omega\Psi$

2008/10/3

電力システム解析論

15

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
 - 相互インダクタンスの定義
他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束
 - 鎖交磁束のフェーザ表示
$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

 I_2 : 回路2に流れる電流のフェーザ, Ψ_{12} : 回路2に流れる電流により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ
 - 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega \Psi_{12}$$

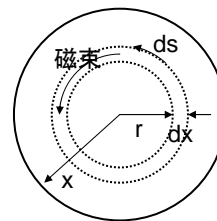
2008/10/3

電力システム解析論

16

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく、電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
 - 送電線を円柱導体として考える
 - 帰路は十分離れていると仮定
 - 磁束は同心円状に分布すると仮定
 - 起磁力は電流経路のATに比例



$$mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m), s:経路(m), I:電流(A)

2008/10/3

電力システム解析論

17

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 中心から距離xの磁界強度H_x(AT/m), それより内側の電流I_x

$$\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi H_x = I_x$$

- 全電流Iに対するI_x(A)

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

- 全電流に対するH_x(AT/m)

$$H_x = \frac{1}{2\pi} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

- H_xに対する磁束密度B_x(Wb/m²)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$$

ただし μ は導体の透磁率

2008/10/3

電力システム解析論

18

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 厚さ $dx(m)$ の円筒導体の磁束 $d\phi$ (Wb/m)は、磁束密度 B_x (Wb/m²)と磁力線の法線方向 $dx(m)$ 積である面積として表される

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

- 円筒導体の磁束 $d\phi$ (Wb/m)による単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ (WbT/m)は、円筒内部の電流に鎖交する

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

- 全内部鎖交磁束 ψ_{int} (WbT/m)は、半径方向に積分して得られる

$$\psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

- 空気の比透磁率1として、真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ より

$$\psi_{int} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

2008/10/3

電力システム解析論

19

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離 $D1, D2$ 離れた点間の鎖交磁束

- 磁束は同心円状に分布
- 中心より $x(m)$ 離れた場所の磁界強度 H_x (AT/m)

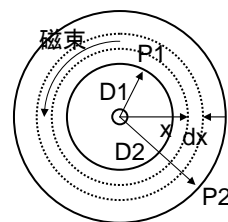
$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$

- 磁束密度 B_x (Wb/m²)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

- 厚さ $dx(m)$ の円筒中の磁束 $d\phi$ (Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi x} dx$$



2008/10/3

電力システム解析論

20

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は, 導体中の電流を一度だけ鎖交するため, 単位長当たりの鎖交磁束 $d\psi$ は磁束 $d\phi$ に等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束は, D1,D2間の鎖交磁束より求まる

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} [\log_e x]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi} (\log_e D_2 - \log_e D_1) = \frac{\mu I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

– 空気の比透磁率1として, 真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ より

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi} \log_e \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow L_{12} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D_2}{D_1}$$

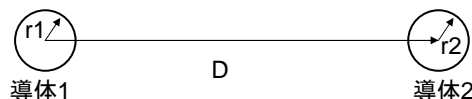
2008/10/3

電力システム解析論

21

単相2線式送電線路のインダクタンス

- 距離D離れた半径 $r_1, r_2(\text{m})$ の導体対
 - 導体1の電流による鎖交磁束を考える
 - 導体1の中心から $D+r_2$ 以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
 - 導体1の中心から $D-r_2$ 以内の磁束は全電流に鎖交する
 - 導体1の中心より $D-r_2$ から $D+r_2$ の磁束が鎖交する回路電流は0~1の範囲で変化する
 - $D \gg r_1, D \gg r_2$ を仮定して簡略化



2008/10/3

電力システム解析論

22

単相2線式送電線路のインダクタンス

- 導体1外部磁束によるインダクタンス

- 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m) $L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1}$

- 導体1の内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

- 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,int} + L_{1,ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{r_1} + \frac{1}{2} \times 10^{-7} = \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7}$$

2008/10/3

電力システム解析論

23

単相2線式送電線路のインダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現

- 擬似導体半径 r_1' を導入

- 半径 r_1 に0.7788をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \quad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \times \left(-\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

2008/10/3

電力システム解析論

24

単相2線式送電線路のインダクタンス

• 導体2のインダクタンス

- 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆相
 - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
 - 合成磁束は2倍となる
- 導体2のインダクタンス L_2 (H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'_2} \quad r'_2 = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

- 回路全体(往復導体)のインダクタンス L (H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2 \times 10^{-7} \times \left(\log_e \frac{D}{r'_1} + \log_e \frac{D}{r'_2} \right) = 4 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}}$$

- 同じ導体サイズの場合

$$r'_1 = r'_2 = r' \quad L = \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D}{r'}$$

2008/10/3

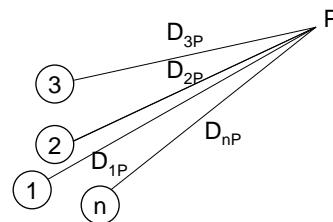
電力システム解析論

25

多条導体のインダクタンス

- 導体1,2,3...nの電流 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$
- 或る点Pから各導体の距離 $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$
 - 電流 I_1 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P1} (WbT/m)(内部鎖交磁束を含むが, 点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\begin{aligned} \psi_{1P1} &= I_1 \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1} \right) \times 10^{-7} \\ &= I_1 2 \times 10^{-7} \times \log_e \frac{D_{1P}}{r'_1} \end{aligned}$$



2008/10/3

電力システム解析論

26

多条導体のインダクタンス

- 電流 I_2 による導体1に対する鎖交磁束 ψ_{1P2} (WbT/m)(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)
 - 導体1を超え、点Pを超えない部分に鎖交する磁束

$$\psi_{1P2} = I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} \times 2 \times 10^{-7}$$

- 全導体に流れる電流により、導体1に鎖交する全磁束 ψ_{1P} (WbT/m)(点Pを超える部分の鎖交磁束を含まない)

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \psi_{1P1} + \psi_{1P2} + \psi_{1P2} \cdots + \psi_{1Pn} \\ &= \left(I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

27

多条導体のインダクタンス

- 対数の展開

$$\psi_{1P} = \left(I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots + I_n \log_e D_{nP} \right. \\ \left. + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 電流の条件

$$I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0 \quad \Rightarrow \quad I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1})$$

$$\begin{aligned} \psi_{1P} &= \left(I_1 \log_e D_{1P} + I_2 \log_e D_{2P} + I_3 \log_e D_{3P} \cdots \right. \\ &\quad \left. - (I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_{n-1}) \log_e D_{nP} \right. \\ &\quad \left. + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= \left(I_1 \log_e \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \log_e \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \log_e \frac{D_{3P}}{D_{nP}} \cdots + I_{n-1} \log_e \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \right. \\ &\quad \left. + I_1 \log_e \frac{1}{r_1'} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

28

多条導体のインダクタンス

- $P \rightarrow \infty$ として導体1に鎖交する磁束 ψ_1 (WbT/m)

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \log_e \frac{D_{iP}}{D_{nP}} = \log_e 1 = 0$$

$$\psi_1 = \left(I_1 \log_e \frac{1}{r'_1} + I_2 \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_3 \log_e \frac{1}{D_{13}} \cdots + I_n \log_e \frac{1}{D_{1n}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

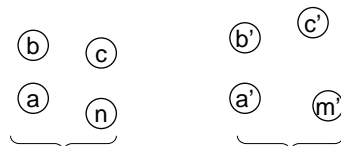
2008/10/3

電力システム解析論

29

多条導体送電線

- 細い電線インダクタンス大きい
- 太い電線インダクタンス小さい
 - 太い電線を使用するのは効果的でない
 - 等価的に電線を太くする方法
 - 単相2線式送電線路を考える



- 導体Xを一樣なn個の導体で構成。各導体には電流 I/n (A) が流れる
- 導体Yを一樣なm個の導体で構成。各導体には電流 $-I/m$ (A) が流れる
- 導体間距離を D_{ij} と表す

2008/10/3

電力システム解析論

30

多条導体送電線

- 導体xの素導体aに対する鎖交磁束 ψ_a (WbT/m)

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{I}{n} \left(\log_e \frac{1}{r'_a} + \log_e \frac{1}{D_{ab}} + \log_e \frac{1}{D_{ac}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{an}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &\quad - \frac{I}{m} \left(\log_e \frac{1}{D_{aa'}} + \log_e \frac{1}{D_{ab'}} + \log_e \frac{1}{D_{ac'}} \cdots + \log_e \frac{1}{D_{am}} \right) \times 2 \times 10^{-7} \\ &= I \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7}\end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

31

多条導体送電線

- 導体xの素導体aのインダクタンス L_a (H/m)
– 流れる電流が I/n (A) より

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \times 2 \times 10^{-7} \quad r'_a = D_{aa}$$

- 導体xの素導体aのインダクタンス L_a (H/m)

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = n \log_e \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}}} \times 2 \times 10^{-7} \quad r'_b = D_{bb}$$

- 導体xの素導体のインダクタンス平均値 L_{av} (H/m)

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n}$$

2008/10/3

電力システム解析論

32

多条導体送電線

- 導体xのインダクタンス L_x (H/m)
 - 全ての素導体が等しいインダクタンス L_{av} (H/m)を持つ
 - n本の素導体の並列接続
 - 総インダクタンスは平均インダクタンス L_{av} の1/n

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c \cdots + L_n}{n^2}$$

$$= \frac{\sqrt[n]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}} \times 2 \times 10^{-7}$$

2008/10/3

電力システム解析論

33

多条導体送電線

- 分子
 - 導体xのn個の素導体から導体yのm個の素導体への距離の積のmn乗根
 - 導体xと導体y間の幾何学的平均距離 D_m (GMD: geometrical mean distance), 二導体間の相互GMD

$$D_m = \sqrt[nm]{(D_{aa'}D_{ab'} \cdots D_{am})(D_{ba'}D_{bb'} \cdots D_{bm}) \cdots (D_{na'}D_{nb'} \cdots D_{nm})}$$

- 分母
 - 導体xのn個の素導体から各素導体への距離の積のn2乗根
 - 素導体自身間の距離 D_{ii} は実効半径 r'_a
 - 導体xの幾何学的平均半径 r' (GMR: geometrical mean radius), 導体の自己GMD: D_s

$$D_s = \sqrt[n^2]{(D_{aa}D_{ab} \cdots D_{an})(D_{ba}D_{bb} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na}D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

$$L_x = \frac{D_m}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

2008/10/3

電力システム解析論

34

三相送電線のインダクタンス 等間隔配置

- 導体aの鎖交磁束 ψ_a (WbT/m)

$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D} + I_c \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

- 三相平衡

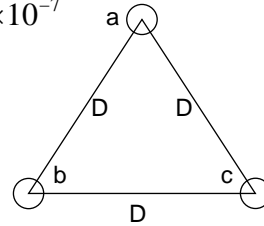
$$- \text{電流条件 } I_a + I_b + I_c = 0$$

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

- 導体aのインダクタンス L_a (H/m)

$$\psi_a = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D} \right) \times 2 \times 10^{-7} = I_a \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$L_a = \log_e \frac{D}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$



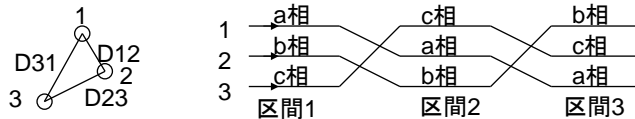
2008/10/3

電力システム解析論

35

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- 鉄塔に送電線を配置する場合、不等間隔配置となる



- a相の鎖交磁束

$$\bullet \text{ 区間1 } \psi_{a1} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{31}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\bullet \text{ 区間2 } \psi_{a2} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{23}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\bullet \text{ 区間3 } \psi_{a3} = \left(I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{23}} \right) \times 2 \times 10^{-7}$$

2008/10/3

電力システム解析論

36

三相送電線のインダクタンス 不等間隔配置・撚架

- a相の鎖交磁束平均値

$$\psi_a = \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3}$$

$$= \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} + I_b \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

- 三相平衡 $I_a = -(I_b + I_c)$

$$\psi_a = \left(3I_a \log_e \frac{1}{D_s} - I_a \log_e \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} \right) \times \frac{2 \times 10^{-7}}{3}$$

$$= I_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\text{GMD} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$

2008/10/3

電力システム解析論

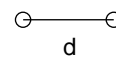
37

送電線の多導体化

- 送電線の等価半径(GMR)を大きくしてコロナ放電を防ぐ

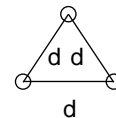
- 二導体 GMR

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s d)^2} = \sqrt{D_s d}$$



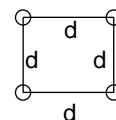
- 三導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s d d)^3} = \sqrt[3]{D_s d^2}$$



- 四導体GMR

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \sqrt{2} d d d)^4} \cong 1.094 \sqrt{D_s d^3}$$



2008/10/3

電力システム解析論

38

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)

- 鎖交磁束のフェーザ表示

Ψ :鎖交磁束のフェーザ, I :電流のフェーザ

- 鎖交磁束による電圧降下

2008/10/3

電力システム解析論

39

送電線路

- 架空送電線

- 三相交流送電線の絵

- 送電線のLを求める

- a相線路の自己インダクタンス

- 帰路a'相(鏡像)とした往路のインダクタンス

$$L_{aa-e} = 0.46 \log_{10} \frac{h_a + H_a}{r} + 0.05 [\text{mH/km}]$$

- 大地の復路(鏡像)のインダクタンス

$$L_{a'a'-e} = 0.46 \log_{10} \frac{h_a + H_a}{H_a} + 0.05 [\text{mH/km}]$$

$$L_{aa} = L_{aa-e} + L_{a'a'-e} \cong 0.46 \log_{10} \frac{h_a + H_a}{r} + 0.1 [\text{mH/km}]$$

2008/10/3

電力システム解析論

40

他相の自己インダクタンスも同様

$$L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$$

三相交流回路

• 架空送電線

- ab相間の相互インダクタンス
 - ab相間の作用インダクタンス

$$L_{ab-ba} = 0.46 \log_{10} \frac{h_{aba}}{r} + 0.05 [\text{mH/km}]$$

- ab相間の相互インダクタンス

$$L_{ab} = L_{aa} - L_{ab-ba} = 0.46 \log_{10} \frac{h_a + H_a}{h_{ab}} + 0.05 [\text{mH/km}]$$

$$L_{ba} = L_{bb} - L_{ab-ba} = 0.46 \log_{10} \frac{h_b + H_b}{h_{ab}} + 0.05 [\text{mH/km}]$$

$$L_{ab} \cong L_{ba}$$

$$L_{ab} \cong L_{bc} \cong L_{ca}$$

2008/10/3

電力システム解析論

他相の相互インダクタンスも同様

三相交流回路

- 角周波数 ω (基本波) の成分のみを考える
- 三相一回線送電線の回路
 - 回路方程式(複素インピーダンス)

$$\begin{cases} V_{1a} - V_{2a} = (R_a + j\omega L_{aa})I_a + j\omega L_{ab}I_b + j\omega L_{ac}I_c \\ V_{1b} - V_{2b} = (R_b + j\omega L_{bb})I_b + j\omega L_{ab}I_a + j\omega L_{bc}I_c \\ V_{1c} - V_{2c} = (R_c + j\omega L_{cc})I_c + j\omega L_{ca}I_a + j\omega L_{bc}I_b \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

42

三相交流回路

- 三相一回線送電線の回路
 - インピーダンス

$$V_1 = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1b} \\ V_{1c} \end{bmatrix} \quad V_2 = \begin{bmatrix} V_{2a} \\ V_{2b} \\ V_{2c} \end{bmatrix} \quad I_a = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & j\omega L_{ab} & j\omega L_{ac} \\ j\omega L_{ab} & R_b + j\omega L_{bb} & j\omega L_{bc} \\ j\omega L_{ca} & j\omega L_{bc} & R_c + j\omega L_{cc} \end{bmatrix}$$

2008/10/3

$V_1 - V_2 = ZI$
電力システム解析論

43

三相交流回路

- 三相交流回路の特徴
 - 三相のインピーダンス
 - 相間の相互インダクタンスを考慮する必要がある場合は複雑
 - 三相不平衡となる場合はさらに複雑
 - 三相平衡の特徴を利用
 - 対象座標変換

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

44

対称座標法

- 定義

- 三相交流電圧・電流に対して次式で定義される

- 零相 $\dot{V}_0 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c]$ $\dot{I}_0 = \frac{1}{3}[\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c]$

- 正相 $\dot{V}_1 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_b + \alpha^2\dot{V}_c]$ $\dot{I}_1 = \frac{1}{3}[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c]$

- 逆相 $\dot{V}_2 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_b + \alpha\dot{V}_c]$ $\dot{I}_2 = \frac{1}{3}[\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c]$

但し $\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ 回転を表す。 $\alpha^3 = e^{j2\pi} = 1$ 1回転

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 1 + e^{j\frac{2}{3}\pi} + e^{j\frac{4}{3}\pi} = 0$$

2008/10/3

電力システム解析論

45

対称座標法

- 対称座標変換行列

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix}$$

- 対象座標成分から相座標成分への逆変換

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

46

対称座標法

• 三相平衡の場合の各値

– 各相の電圧・電流

- 同一振幅

- B相の位相はa相の $\pi/3$ 遅れ

- C相の位相はb相の $\pi/3$ 遅れ

$$\begin{cases} \dot{V}_a = V e^{j\theta} \\ \dot{V}_b = \dot{V}_a e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha^2 \dot{V}_a \\ \dot{V}_c = \dot{V}_b e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \alpha \dot{V}_a \end{cases}$$

– 各対称成分は

- 零相 $\dot{V}_0 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c] = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_a + \alpha \dot{V}_a] = \frac{1}{3} \dot{V}_a [1 + \alpha^2 + \alpha] = 0$

- 正相 $\dot{V}_1 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha \dot{V}_b + \alpha^2 \dot{V}_c] = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha^3 \dot{V}_a + \alpha^3 \dot{V}_a] = \frac{1}{3} \dot{V}_a [1 + \alpha^3 + \alpha^3] = \dot{V}_a$

- 逆相 $\dot{V}_2 = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_b + \alpha \dot{V}_c] = \frac{1}{3}[\dot{V}_a + \alpha^4 \dot{V}_a + \alpha^2 \dot{V}_a] = \frac{1}{3} \dot{V}_a [1 + \alpha + \alpha^2] = 0$

2008/10/3

電力システム解析論

47

対称座標法

• インピーダンスの取り扱い

• 相座標形式

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

• 対称座標形式

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

48

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い

- 相座標表現

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

- 対象座標表現

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

49

対称座標法

- インピーダンスの取り扱い

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

50

対称座標法

- インピーダンス行列の相座標形式と対象座標形式の関係

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

51

対称座標法

- 対称座標の利点
 - インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

- 自己インダクタンス $L_{aa} \cong L_{bb} \cong L_{cc}$
- 相互インダクタンス $L_{ab} \cong L_{ba} \cong L_{bc} \cong L_{cb} \cong L_{ca} \cong L_{ac}$
- 相座標系でのインピーダンス行列

$$\dot{Z}_s \equiv \dot{Z}_{aa} \cong \dot{Z}_{bb} \cong \dot{Z}_{cc}$$

$$\dot{Z}_m \equiv \dot{Z}_{ab} \cong \dot{Z}_{ba} \cong \dot{Z}_{bc} \cong \dot{Z}_{cb} \cong \dot{Z}_{ca} \cong \dot{Z}_{ac}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix}$$

← 密

2008/10/3

電力システム解析論

52

対称座標法

- 対称座標の利点

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha)\dot{Z}_m & \dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2)\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \alpha^2\dot{Z}_s + (1 + \alpha)\dot{Z}_m & \alpha\dot{Z}_s + (1 + \alpha^2)\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & \alpha\dot{Z}_s + (1 + \alpha^2)\dot{Z}_m & \alpha^2\dot{Z}_s + (1 + \alpha)\dot{Z}_m \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

53

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{aligned}
 \dot{Z}_{00} &= \frac{1}{3} [\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m] + (\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m) + (\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m) = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\
 \dot{Z}_{01} &= \frac{1}{3} [\{\dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha)\dot{Z}_m\} + \{\alpha^2\dot{Z}_s + (1 + \alpha)\dot{Z}_m\} + \{\alpha\dot{Z}_s + (1 + \alpha^2)\dot{Z}_m\}] \\
 &= \frac{1}{3} [(1 + \alpha^2 + \alpha)\dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha + 1 + \alpha + 1 + \alpha^2)\dot{Z}_m] = 0 \\
 \dot{Z}_{02} &= \frac{1}{3} [\{\dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2)\dot{Z}_m\} + \{\alpha\dot{Z}_s + (1 + \alpha^2)\dot{Z}_m\} + \{\alpha^2\dot{Z}_s + (1 + \alpha)\dot{Z}_m\}] \\
 &= \frac{1}{3} [(1 + \alpha + \alpha^2)\dot{Z}_s + \{\alpha + \alpha^2 + 1 + \alpha^2 + 1 + \alpha\}\dot{Z}_m] = 0 \\
 \dot{Z}_{10} &= \frac{1}{3} [\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\} + \alpha\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\} + \alpha^2\{\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m\}] \\
 &= \frac{1}{3} (1 + \alpha + \alpha^2)(\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m) = 0 \\
 \dot{Z}_{11} &= \frac{1}{3} [\{\dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha)\dot{Z}_m\} + \alpha\{\alpha^2\dot{Z}_s + (1 + \alpha)\dot{Z}_m\} + \alpha^2\{\alpha\dot{Z}_s + (1 + \alpha^2)\dot{Z}_m\}] \\
 &= \frac{1}{3} [(1 + \alpha^3 + \alpha^3)\dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha + \alpha + \alpha^2 + \alpha^2 + \alpha^4)\dot{Z}_m] = \frac{1}{3} [3\dot{Z}_s - 3\dot{Z}_m] = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m
 \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

54

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{12} &= \frac{1}{3} \left[\left\{ \dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2) \dot{Z}_m \right\} + \alpha \left\{ \alpha \dot{Z}_s + (1 + \alpha^2) \dot{Z}_m \right\} + \alpha^2 \left\{ \alpha^2 \dot{Z}_s + (1 + \alpha) \dot{Z}_m \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[(1 + \alpha^2 + \alpha^4) \dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2 + 1 + \alpha^2 + 1 + \alpha) \dot{Z}_m \right] = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{20} &= \frac{1}{3} \left[\left\{ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \right\} + \alpha^2 \left\{ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \right\} + \alpha \left\{ \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3} (1 + \alpha^2 + \alpha) (\dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m) = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{21} &= \frac{1}{3} \left[\left\{ \dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha) \dot{Z}_m \right\} + \alpha^2 \left\{ \alpha^2 \dot{Z}_s + (1 + \alpha) \dot{Z}_m \right\} + \alpha \left\{ \alpha \dot{Z}_s + (1 + \alpha^2) \dot{Z}_m \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[(1 + \alpha^4 + \alpha^2) \dot{Z}_s + (\alpha^2 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha + \alpha^3) \dot{Z}_m \right] = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{22} &= \frac{1}{3} \left[\left\{ \dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2) \dot{Z}_m \right\} + \alpha^2 \left\{ \alpha \dot{Z}_s + (1 + \alpha^2) \dot{Z}_m \right\} + \alpha \left\{ \alpha^2 \dot{Z}_s + (1 + \alpha) \dot{Z}_m \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[(1 + \alpha^3 + \alpha^3) \dot{Z}_s + (\alpha + \alpha^2 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha + \alpha^2) \dot{Z}_m \right] = \frac{1}{3} [3\dot{Z}_s - 3\dot{Z}_m] = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m\end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

55

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

- 送電線インピーダンスの対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \quad \leftarrow \text{疎}$$

- インピーダンスの対称座標成分は対角項のみ
- 零相, 正相, 逆相が互いに干渉しない
- アドミタンスでも同様

2008/10/3

電力システム解析論

56

対称座標法

- インピーダンス行列の扱い

- 送電線路の場合

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m \\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{cases} \quad \dot{Z}_0 > \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$$

- 対称分の各相を独立に表現可能

- 零相回路 $\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0$

- 正相回路 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1$

- 逆相回路 $\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2$

» 送電線の回路が簡単に描ける

2008/10/3

電力システム解析論

57

対称座標法

- 電力回路で用いる機器の対称座標表示

- 負荷

- 三相平衡な場合

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

- 対称座標表示

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{00} & \dot{Z}_{01} & \dot{Z}_{02} \\ \dot{Z}_{10} & \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{20} & \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s + 2\dot{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_s - \dot{Z}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

不平衡な場合は→密になる

2008/10/3

電力システム解析論

58

対称座標法

電力回路で用いる機器の対称座標表示

－ 発電機

- 回路図
- 三相平衡な内部電圧源を持つ
- 三相平衡な内部インピーダンスを持つ
- 接地インピーダンス \dot{Z}_n で中性点接地されている

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_s & \dot{Z}_m & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_s & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z}_m & \dot{Z}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

2008/10/3

電力システム解析論

59

対称座標法

－ 発電機

• 内部起電力

$$\begin{cases} \dot{E}_a = \dot{E} \\ \dot{E}_b = \alpha^2 \dot{E} \\ \dot{E}_c = \alpha \dot{E} \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \dot{E}_0 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E} \\ \alpha^2 \dot{E} \\ \alpha \dot{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

• 中性点電圧

$$\dot{V}_n = \dot{Z}_n (-\dot{I}_a - \dot{I}_b - \dot{I}_c) = \dot{Z}_n (-3\dot{I}_0)$$

• 出力電圧・電流

$$[\dot{V}_a \dot{V}_b \dot{V}_c] \Rightarrow [\dot{V}_0 \dot{V}_1 \dot{V}_2] \quad [\dot{I}_a \dot{I}_b \dot{I}_c] \Rightarrow [\dot{I}_0 \dot{I}_1 \dot{I}_2]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} \dot{Z}_n \dot{I}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

零・正・逆相別の回路図
が描ける

2008/10/3

電力システム解析論

60

単位法の背景

- 電力系統には、目的用途に応じた種々の電圧階級がある
 - 家庭用コンセント100V
 - 配電線6600V
 - 送電線50万V～
- 実値(V,A,W,Var,VA,Ω)
 - 異なる電圧階級で換算必要
 - 定格の異なる機器定数のΩ値は、大幅に異なる
- 異なる電圧階級間での換算を無くしたい
- 定格が異なっても、機器定数の割合はあまり変わらない

2008/10/3

電力システム解析論

61

単位法による表示

- ベース電力、ベース電圧を決めると、ベース電流、ベースインピーダンスが求まる

$$\text{ベース電流}(A) = \frac{\text{ベース電力}(VA, \text{单相})}{\text{ベース相電圧}(V)} = \frac{\text{ベース電力}(VA, \text{三相})}{\sqrt{3} \times \text{ベース線間電圧}(V)}$$

$$\begin{aligned} \text{ベースインピーダンス}(\Omega) &= \frac{[\text{ベース相電圧}(V)]^2}{\text{ベース電力}(VA, \text{单相})} \\ &= \frac{[\text{ベース線間電圧}(V)]^2}{\text{ベース電力}(VA, \text{三相})} \end{aligned}$$

- 単位値は、実値をベース値で割って得る

2008/10/3

電力システム解析論

62

単位法による表示

- ベース値の変更に伴う換算

$$\text{実値} = Z_{pu-new} \times \text{新ベースインピーダンス}$$

$$= Z_{pu-old} \times \text{旧ベースインピーダンス}$$

$$Z_{pu-new} = Z_{pu-old} \times \frac{\text{旧ベースインピーダンス}}{\text{新ベースインピーダンス}}$$

$$= Z_{pu-old} \times \left[\frac{\text{旧ベース電圧}}{\text{新ベース電圧}} \right]^2 \times \frac{\text{新ベース容量}}{\text{旧ベース容量}}$$

2008/10/3

電力システム解析論

63

単位法の例

- 二巻線変圧器

– 1次側から見た変圧器インピーダンス \dot{Z}_1

– 2次側から見た変圧器インピーダンス \dot{Z}_2

– 変圧比 n

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{I}_2} = \frac{n\dot{E}_1}{\dot{I}_1/n} = n^2 \frac{\dot{E}_1}{\dot{I}_1} = n^2 \dot{Z}_1$$

$$Z_2(\%) = \frac{I_2 Z_2(\Omega)}{E_2} \times 100(\%) = \frac{I_1/n \cdot n^2 Z_1(\Omega)}{n E_1} \times 100(\%)$$

$$= \frac{I_1 Z_1(\Omega)}{E_1} \times 100(\%) = Z_1(\%)$$

2008/10/3

電力システム解析論

64

単位値から実値への変換

- 単位値は, 実値をベース値で割って得る
- 実値は, 単位値にベース値を掛けて求まる

$$\text{電流}(A) = \text{電流}(p.u.) \times \text{ベース電流}(A)$$

$$\text{電圧}(V) = \text{電圧}(p.u.) \times \text{ベース電圧}(V)$$

$$\text{インピーダンス}(\Omega)$$

$$= \text{インピーダンス}(p.u.) \times \text{ベースインピーダンス}(\Omega)$$

2008/10/3

電力システム解析論

65

送電線路の電気的特性 送電線のインダクタンス

- 電線の鎖交磁束
 - 電流 i [A]を流した半径 r [m]の電線

- 電線外部の磁束($x > r$)

- 電線の中心Oから距離 r [m]の磁界 H [AT/m], 磁束密度 B [wb/m²], 空気の透磁率 μ_A

$$H = \frac{i}{2\pi x} \quad B = \mu_A H = \frac{\mu_A i}{2\pi x}$$

- 中心Oから半径 S の範囲において電線外部の全磁束 ϕ_0

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \int_r^S B dx = \int_r^S \frac{\mu_A i}{2\pi x} dx = \frac{\mu_A i}{2\pi} \int_r^S \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_A i}{2\pi} [\log x]_r^S \\ &= \frac{\mu_A i}{2\pi} [\log S - \log r] = \frac{\mu_A i}{2\pi} \log \frac{S}{r} \end{aligned}$$

2008/10/3

電力システム解析論

66

送電線路の電気的特性 送電線のインダクタンス

- 電線内部の磁束($x < r$)

- 電流 i [A]が、電線断面に一様分布すると考えると、半径 x [m]内の円内を流れる電流 i_x [A]

$$i_x = \frac{2\pi x^2}{2\pi r^2} i = \frac{x^2}{r^2} i$$

- 電線の中心Oから距離 r [m]の磁界 H [AT/m], 磁束密度 B [wb/m²], 導体の透磁率 μ

$$H = \frac{i_x}{2\pi x} = \frac{1}{2\pi} \frac{x^2}{r^2} i = \frac{x i}{2\pi r^2} \quad B = \mu_i H = \frac{\mu_i x i}{2\pi r^2}$$

- 電線内部の全磁束 ϕ_i

$$\phi_i = \int_0^r B dx = \int_0^r \frac{\mu_i x i}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu_i i}{2\pi r^2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^r = \frac{\mu_i i}{2\pi r^2} \frac{r^2}{2} = \frac{\mu_i i}{4\pi}$$

2008/10/3

電力システム解析論

67

送電線路の電気的特性 送電線のインダクタンス

- 電線内部・外部の磁束の合計

$$\phi = \phi_i + \phi_o = \int_0^r B dx = \frac{\mu_A i}{2\pi} \log \frac{S}{r} + \frac{\mu_i i}{4\pi} = \frac{i}{2\pi} \left(\mu_A \log \frac{S}{r} + \frac{\mu_i}{2} \right)$$

$$H = \frac{i_x}{2\pi x} = \frac{1}{2\pi} \frac{x^2}{r^2} i = \frac{x i}{2\pi r^2} \quad B = \mu_i H = \frac{\mu_i x i}{2\pi r^2}$$

2008/10/3

電力システム解析論

68

電線の静電容量

- 半径 r [m]の電線を距離 d [m]離して平行に配置
 - 導体中の電荷分布は中心に对称に分布と仮定
 - 単位長あたりの電荷 Q [C]
 - 電線1から距離 x [m]における電界
 - 電線1による電界 E_1 [V/m] $E_1 = \frac{Q}{2\pi\epsilon x}$
 - 電線2による電界 E_2 [V/m] $E_2 = \frac{-Q}{2\pi\epsilon(d-x)}$
 - 合成電界 E [V/m](E_1 と E_2 はとり方が逆)

$$E_1 - E_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon x} - \frac{-Q}{2\pi\epsilon(d-x)} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right)$$

電線の静電容量

－ 電線間の電位差V[V]

$$\begin{aligned}
 V &= \int_r^{d-r} E dx = \int_r^{d-r} \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \frac{Q}{2\pi\epsilon} [\log x - \log(d-x)]_r^{d-r} \\
 &= \frac{Q}{2\pi\epsilon} [\log(d-r) - \log r - \log(d-d+r) + \log(d-r)] \\
 &= \frac{Q}{2\pi\epsilon} 2[\log(d-r) - \log r] = \frac{Q}{\pi\epsilon} \log \frac{d-r}{r}
 \end{aligned}$$

－ 静電容量C[F/m](単位長)

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\log \frac{d-r}{r}} \quad d \gg r \text{より} \quad C \approx \frac{\pi\epsilon}{\log \frac{d}{r}}$$

2008/10/3

電力システム解析論

71

対地静電容量

- 半径rの電線が、地面から高さhに平行に張られている

－ 鏡像を考える

- 鏡像までの距離2h
- 対地静電容量

$$C \approx \frac{\pi\epsilon}{\log \frac{2h}{r}}$$

2008/10/3

電力システム解析論

72