電力システム解析論

第12回　潮流計算

平成21年1月9日

潮流計算に用いるデータ

- 潮流計算
  - 母線のP,Q,V,θを求める
- 線路データ
  - アドミタンス行列
    又は
    インピーダンス行列
    - 変圧比・インピーダンス・タップ比
    - 力率改善用コンデンサ
- 動作条件
  - 一母線を除き有効電力を設定
    - 負荷電力を負で表す
    - 有効電力を指定しない母線
      - スラック母線・スイング母線
      - 発電機母線が一般的
      - 皺取り・位相基準
  - 母線への注入無効電力又は電圧の大きさを設定
    - 一般的な設定
      - 負荷母線は無効電力
      - 発電機母線は電圧

潮流計算の方法

- 潮流計算は閉形式で求まらない
  - 繰り返し計算
    - ガウスザイデル法
    - ニュートンラフソン法
      - 直交座標
      - 極座標
        - » 普通のやり方
        - » 分離法
        - » 高速分離法

ガウスザイデル法1

- 4母線系統で考える
  - 母線1をスイング母線
    - 計算を母線2から開始する
      - 母線2がP,Q指定母線の場合(Qは遅れが正)

$$\dot{V}_2 \overline{\dot{I}_2} = P_2 + jQ_2$$

        - » 母線電流

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\overline{\dot{V}_2}}$$

ガウスザイデル法2

» アドミタンス行列の関係

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{V}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{V}_3 + \dot{Y}_{24}\dot{V}_4$$

» 代入

$$\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

» 母線2の電圧

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{\overline{V_2}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3 - Y_{24}V_4\right]$$

» 繰り返し計算において，前回の電圧 $\overline{V_2}$ を用いて新たな電圧 V_2 を求める

» 修正したV_2を用いてもう一度計算する手順が一般的

ガウスザイデル法3

– 修正した全母線電圧を用いて，次の計算ステップに進む

• 求めた電圧をそのまま次の計算ステップに用いる

– ガウス法

• 求めた電圧でもう一度電圧を計算し押し，次の計算ステップに進む

– ガウスザイデル法

– 初期の設定値が解から離れていると，欲しい解に収束しないことがある

– 必要な繰り返しすうが多い

• 電圧の修正に加速係数を掛ける

ガウスザイデル法4

- N母線系統
  - P,Q指定母線
    - 母線kの電圧
      - ただしn≠k

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left[\frac{P_k - jQ_k}{\overline{V_k}} - \sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

  - P,V指定母線
    - 母線kの電力

$$P_k - jQ_k = \overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n$$

$$Q_k = -\mathrm{Im}\left[\overline{V_k}\sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right]$$

» 求めたQを用いてVkを求める

» 指定したVkの振幅に合うように複素量のVkを縮小

ニュートンラフソン法1

- 潮流計算用関数のテーラー展開を利用
  - 2変数の2関数を考える
    - 変数x_1,x_2,関数f_1,f_2,定数K_1,K_2

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = K_2 \end{cases}$$

- 初期値$x_1^{(0)}$,$x_2^{(0)}$,修正分$\Delta x_1^{(0)}$,$\Delta x_2^{(0)}$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_1 \\ f_2(x_1, x_2) = f_2\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}\right) = K_2 \end{cases}$$

ニュートンラフソン法2

- 修正分Δ$x_1^{(0)}$, Δ$x_2^{(0)}$を求める事を考える
- テーラー展開

$$
\begin{cases}
K_1 = f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots \\
K_2 = f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) + \Delta x_1^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} \cdots
\end{cases}
$$

ニュートンラフソン法3

- テーラー展開の二階以上の項を無視

$$
\begin{bmatrix} K_1 - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \\ K_2 - f_2\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}
$$

  - – 変微分の正方行列をヤコビアンと呼ぶ
    - » K_1,K_2の誤差で表す

$$
\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = J^{(0)-1} \begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix}
$$

ニュートンラフソン法4

- 求めた修正値Δ$x_1^{(0)}$, Δ$x_2^{(0)}$を用いて，新しい値を求める

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \end{cases}$$

- このプロセスを繰り返す
  - 終了判定条件

$$Max\left\{\left|x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}\right|, \cdots, \left|x_k^{(n+1)} - x_k^{(n)}\right|, \left|x_N^{(n+1)} - x_N^{(n)}\right|\right\} < \varepsilon$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標1

- 母線kの電圧

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k$$

- 母線kの電力

$$P_k + jQ_k = \sum_{m=1}^{N} \overline{\dot{Y}_{km}} \overline{\dot{V}_m} \dot{V}_k$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km} (e_m - jf_m)(e_k + jf_k)$$

  - スラック母線を1
  - 発電機母線Pgs,Vgs
  - 負荷母線Pls,Qls

ニュートンラフソン法の適用 直交座標2

- n回目の繰り返し計算で得られた母線電圧の値 $e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}$
- 母線の有効・無効電力ないし母線電圧の計算値と設定値の差
  - 発電機母線
    - g=2,3,・・・,h
  - 負荷母線
    - l=h+1,・・・,N

$$\begin{cases} \Delta P_g^{\ n} = P_{gs} - P_g\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \\ \Delta\left|V_g^{\ n}\right|^2 = V_{gs}^{\ 2} - \left\{\left(e_g^{\ n}\right)^2 + \left(f_g^{\ n}\right)^2\right\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta P_l^{\ n} = P_{ls} - P_l\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \\ \Delta Q_l^{\ n} = Q_{ls} - Q_l\left(e_1, f_1, e_2^{\ n}, f_2^{\ n}, \cdots, e_N^{\ n}, f_N^{\ n}\right) \end{cases}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標3

- 修正方程式

ヤコビアン

$$\begin{bmatrix} \Delta P_g^{\ n} \\ \cdots \\ \Delta\left|V_g^{\ n}\right|^2 \\ \cdots \\ \Delta P_l^{\ n} \\ \cdots \\ \Delta Q_l^{\ n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_g}{\partial e_2} & \frac{\partial P_g}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial P_g}{\partial e_N} & \frac{\partial P_g}{\partial f_N} \\ \frac{\partial V_g^{\ 2}}{\partial e_2} & \frac{\partial V_g^{\ 2}}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial V_g^{\ 2}}{\partial e_N} & \frac{\partial V_g^{\ 2}}{\partial f_N} \\ \frac{\partial P_l}{\partial e_2} & \frac{\partial P_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial P_l}{\partial e_N} & \frac{\partial P_l}{\partial f_N} \\ \frac{\partial Q_l}{\partial e_2} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_2} & & \frac{\partial Q_l}{\partial e_N} & \frac{\partial Q_l}{\partial f_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_2^{\ n} \\ \Delta f_3^{\ n} \\ \cdots \\ \Delta e_N^{\ n} \\ \Delta f_N^{\ n} \end{bmatrix}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標4

- 次の近似値

$$\begin{cases} e_k^{\ n+1} = e_k^{\ n} + \Delta e_k^{\ n} \\ f_k^{\ n+1} = f_k^{\ n} + \Delta f_k^{\ n} \end{cases}$$

- アドミタンス行列の各要素

$$\dot{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} \left(k, m = 1,2,\cdots,N\right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標5

- 母線kから流出する電流の和

$$\dot{I}_k = a_k + jb_k = \sum_{m=1}^{N} \dot{Y}_{km}\dot{V}_m = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} + jB_{km}\right)\left(e_m + jf_m\right)$$
$$= \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}e_m - B_{km}f_m\right) + j\sum_{m=1}^{N} \left(G_{km}f_m + B_{km}e_m\right)$$

- 母線kの電圧の大きさ

$$V_k^{\ 2} = e_k^{\ 2} + f_k^{\ 2}$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標6

- 母線kから流出する有効電力

$$P_k = e_k a_k + b_k f_k = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m e_k - B_{km} e_k f_m + G_{km} f_m f_k + B_{km} e_m f_k \right)$$

- 母線kから流出する無効電力

$$Q_k = f_k a_k - e_k b_k = \sum_{m=1}^{N} \left(-G_{km} e_k f_m - B_{km} e_k e_m + G_{km} e_m f_k - B_{km} f_m f_k \right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標7

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m} \right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_m{}^n e_k{}^n - B_{km} e_k{}^n f_m{}^n + G_{km} f_m{}^n f_k{}^n + B_{km} e_m{}^n f_k{}^n \right) = \sum_{m=1}^{N} \left(G_{km} e_k{}^n + B_{km} f_k{}^n \right)$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m} \right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m} \sum_{m=1}^{N} \left(-G_{km} e_k{}^n f_m{}^n - B_{km} e_k{}^n e_m{}^n + G_{km} e_m{}^n f_k{}^n - B_{km} f_m{}^n f_k{}^n \right) = \sum_{m=1}^{N} \left(-B_{km} e_k{}^n + G_{km} f_k{}^n \right)$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標8

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{m=1}^{N}\left(G_{km}e_m{}^n e_k{}^n - B_{km}e_k{}^n f_m{}^n + G_{km}f_m{}^n f_k{}^n + B_{km}e_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(-B_{km}e_k{}^n + G_{km}f_k{}^n\right) = \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_m}\right)_n$$

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\sum_{m=1}^{N}\left(-G_{km}e_k{}^n f_m{}^n - B_{km}e_k{}^n e_m{}^n + G_{km}e_m{}^n f_k{}^n - B_{km}f_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(-G_{km}e_k{}^n - B_{km}f_k{}^n\right) = -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_m}\right)_n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標9

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 非対角要素k≠m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_m}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_m}\left(e_k{}^{2^n} + f_k{}^{2^n}\right) = 0$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標10

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{m=1}^{N}\left(G_{km}e_m{}^n e_k{}^n - B_{km}e_k{}^n f_m{}^n + G_{km} f_m{}^n f_k{}^n + B_{km}e_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(G_{km}e_m{}^n - B_{km} f_m{}^n\right) + G_{kk}e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n + G_{kk}e_k{}^n + B_{kk} f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標11

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\sum_{m=1}^{N}\left(-G_{km}e_k{}^n f_m{}^n - B_{km}e_k{}^n e_m{}^n + G_{km}e_m{}^n f_k{}^n - B_{km} f_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(-G_{km} f_m{}^n - B_{km}e_m{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -\sum_{m=1}^{N}\left(G_{km} f_m{}^n + B_{km}e_m{}^n\right) + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= -b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標12

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{m=1}^{N}\left(G_{km}e_m{}^n e_k{}^n - B_{km}e_k{}^n f_m{}^n + G_{km} f_m{}^n f_k{}^n + B_{km}e_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(G_{km} f_m{}^n + B_{km}e_m{}^n\right) - B_{kk}e_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n$$

$$= b_k{}^n + G_{kk} f_k{}^n - B_{kk}e_k{}^n$$

$$= \left(\frac{\partial Q_k}{\partial e_k}\right)_n - 2b_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標13

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial Q_k}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\sum_{m=1}^{N}\left(-G_{km}e_k{}^n f_m{}^n - B_{km}e_k{}^n e_m{}^n + G_{km}e_m{}^n f_k{}^n - B_{km} f_m{}^n f_k{}^n\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\left(G_{km}e_m{}^n - B_{km} f_m{}^n\right) - G_{kk}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n$$

$$= a_k{}^n - G_{kk}e_k{}^n - B_{km} f_k{}^n$$

$$= -\left(\frac{\partial P_k}{\partial e_k}\right)_n + 2a_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標14

- 修正方程式の係数(反復回数n回目)
  - 対角要素k=m

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial e_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial e_k}\left(e_k{}^{2n} + f_k{}^{2n}\right) = 2e_k{}^n$$

$$\left(\frac{\partial V_k{}^2}{\partial f_k}\right)_n = \frac{\partial}{\partial f_k}\left(e_k{}^{2n} + f_k{}^{2n}\right) = 2f_k{}^n$$

ニュートンラフソン法の適用 直交座標15

- n回目の反復計算により得られた母線電圧

$$\dot{V}_k{}^N = e_k{}^N + jf_k{}^N \qquad k = 2,3,\cdots,n$$

- N+1回目の反復計算により得られる母線電圧

$$\begin{aligned}\dot{V}_k{}^{N+1} &= e_k{}^{N+1} + jf_k{}^{N+1} \\ &= e_k{}^N + \Delta e_k{}^N + j\left(f_k{}^N + \Delta f_k{}^N\right)\end{aligned}$$

- 母線電圧を用いて次の値を求める

$$\Delta P_g{}^{N+1}, \left|\Delta V_g{}^{N+1}\right|, \Delta P_l{}^{N+1}, \Delta Q_l{}^{N+1}$$

課題

- IEEE　10機39母線系統の潮流計算をせよ