電力システム解析論

第2回　送電線路のインダクタンス1
平成20年10月10日

電力システム

- 何で三相交流？
- 送電線のLC(線路定数)
  - 架空送電線
  - ケーブル線路
- 三相交流回路と対称座標変換
  - 三相交流回路
  - 対称座標系
    - 正相分による表示
- 単位法

なんで三相交流？

- 伝送容量の比較(Vは線間電圧実効値)　　　　　　　　　　比率
  - 単相二線式
    - 伝送容量　$VI\cos\theta$
    - 条数2 → 一条当りの伝送容量　$\frac{1}{2}VI\cos\theta$　　1
  - 単相三線式
    - 伝送容量　$2VI\cos\theta$
    - 条数3 → 一条当りの伝送容量　$\frac{2}{3}VI\cos\theta$　　4/3
  - 三相三線式
    - 伝送容量　$\sqrt{3}VI\cos\theta$
    - 条数3 → 一条当りの伝送容量　$\frac{1}{\sqrt{3}}VI\cos\theta$　　$2/\sqrt{3}$
  - 三相四線式
    - 伝送容量　$\sqrt{3}VI\cos\theta$
    - 条数4 → 一条当りの伝送容量　$\frac{\sqrt{3}}{4}VI\cos\theta$　　$\sqrt{3}/2$
  - 対称n相n線式
    - 伝送容量　$\frac{n}{2}VI\cos\theta$
    - 条数n → 一条当りの伝送容量　$\frac{1}{2}VI\cos\theta$　　1
  - 直流方式
    - 伝送容量　VI
    - 条数n → 一条当りの伝送容量　$\frac{1}{2}VI$　　1

但しACは実効値なので実質的に2

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 誘導電圧　$e = \dfrac{d\tau}{dt}$
- e:誘導電圧(V), τ :鎖交磁束 (Wb t)
  - Wbt:磁束(Wb)と鎖交する回路のターン数tの積
    - 二導体回路では各導体の外部磁束は他の回路に一回鎖交する
  - 透磁率一定の場合，鎖交磁束は電流に比例
    - 誘導電圧は電流変化率に比例　$e = L\dfrac{di}{dt}$
  - L:比例定数・回路のインダクタンス(H),di/dt:電流変化率(A/s)　$L = \dfrac{d\tau}{di}$
- 線形システムの場合
  - 鎖交磁束は電流に比例　$L = \dfrac{\tau}{i}$
    - 磁気回路は一定の透磁率を持つ

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 自己インダクタンスの定義
    電流に対する鎖交磁束 $\tau = Li$
    - 鎖交磁束のフェーザ表示 $\Psi = LI$

    Ψ:鎖交磁束のフェーザ, I:電流のフェーザ
    - 鎖交磁束による電圧降下

$$\begin{aligned} V &= j\omega LI \\ &= j\omega\Psi \end{aligned}$$

送電線(多相交流回路)のインダクタンス

- 交流回路(正弦波電流)
  - 相互インダクタンスの定義
    他の回路に流れる電流に起因する鎖交磁束
    - 鎖交磁束のフェーザ表示

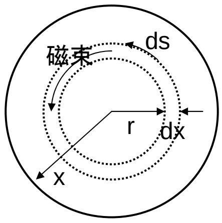
$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

    I2:回路2に流れる電流のフェーザ, Ψ12:回路2に流れる電流により生じる回路1の鎖交磁束のフェーザ
    - 回路2の鎖交磁束による回路1に生じる電圧降下

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega\Psi_{12}$$

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 送電線は太い中実導体
- 電線外部の鎖交磁束だけでなく，電線内部の鎖交磁束を考える必要あり
  - 送電線を円柱導体として考える
  - 帰路は十分離れていると仮定
  - 磁束は同心円状に分布すると仮定
  - 起磁力は電流経路のATに比例



$$mmf = \oint H \cdot ds = I$$

H:磁界強度(AT/m)，s:経路(m)，I:電流(A)

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

- 中心から距離xの磁界強度Hx(AT/m)，それより内側の電流Ix

$$\oint H_x ds = I_x \quad \Rightarrow \quad 2\pi x H_x = I_x$$

- 全電流Iに対するIx(A)

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

- 全電流に対するHx(AT/m)

$$H_x = \frac{1}{2\pi x} I_x = \frac{x}{2\pi r^2} I$$

- Hxに対する磁束密度Bx(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I$$

ただしμは導体の透磁率

送電線のインダクタンス 内部鎖交磁束

– 厚さdx(m)の円筒導体の磁束dφ(Wb/m)は，磁束密度Bx(Wb/m^2)と磁力線の法線方向dx(m)積である面積として表される

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx$$

– 円筒導体の磁束dφ(Wb/m)による単位長当たりの鎖交磁束dψ(WbT/m)は，円筒内部の電流に鎖交する

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx$$

– 全内部鎖交磁束ψint(WbT/m)は，半径方向に積分して得られる

$$\psi_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{\mu I}{2\pi r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

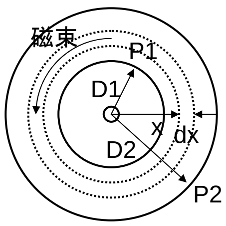
– 空気の比透磁率1として，真空の透磁率μ0=4π×10-7H/mより

$$\psi_{\text{int}} = \frac{I}{8\pi} 4\pi \times 10^{-7} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7}$$

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体の外部鎖交磁束
- 導体の中心より距離D1,D2離れた点間の鎖交磁束
  - 磁束は同心円状に分布
  - 中心よりx(m)離れた場所の磁界強度Hx(AT/m)

$$2\pi x H_x = I \quad \Rightarrow \quad H_x = \frac{I}{2\pi x}$$



    - 磁束密度Bx(Wb/m^2)

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

  - 厚さdx(m)の円筒中の磁束dφ(Wb/m)

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx$$

導体外の二点間を鎖交する磁束

- 導体外部の磁束は，導体中の電流を一度だけ鎖交するため，単位長当たりの鎖交磁束dψは磁束dϕに等しい

$$d\psi = d\phi$$

- 点P1,P2間を鎖交する全磁束は，D1,D2間の鎖交磁束より求まる

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi}\left[\log_e x\right]_{D_1}^{D_2} = \frac{\mu I}{2\pi}\left(\log_e D_2 - \log_e D_1\right) = \frac{\mu I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

  – 空気の比透磁率1として，真空の透磁率μ0=4π ×10-7H/mより

$$\psi_{12} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi}\log_e \frac{D_2}{D_1} = 2\times 10^{-7} I \log_e \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow L_{12} = 2\times 10^{-7}\log_e \frac{D_2}{D_1}$$

導体対の線路インダクタンス

- 距離D離れた半径r1,r2(m)の導体対
  – 導体1の電流による鎖交磁束を考える
    - 導体1の中心からD+r2以上離れた磁束は回路電流に鎖交しない
    - 導体1の中心からD-r2以内の磁束は全電流に鎖交する
    - 導体1の中心よりD-r2からD+r2の磁束が鎖交する回路電流は0～1の範囲で変化する
    - D>>r1, D>>r2を仮定して簡略化

導体対の線路インダクタンス

- 導体1外部磁束によるインダクタンス
  - 導体1表面から導体2までの鎖交磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,ext} = 2\times 10^{-7}\log_e \frac{D}{r_1}$$

  - 導体1の内部磁束によるインダクタンス(H/m)

$$L_{1,\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\times 10^{-7}$$

  - 導体1の全インダクタンス(H/m)

$$L_1 = L_{1,\mathrm{int}} + L_{1,ext} = 2\times 10^{-7}\log_e \frac{D}{r_1} + \frac{1}{2}\times 10^{-7} = \left(\frac{1}{2} + 2\log_e \frac{D}{r_1}\right)\times 10^{-7}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体1の全インダクタンス(H/m)簡略化表現
  - 擬似導体半径r1'を導入
    - 半径r1に0.7788をかけることで内部鎖交磁束を考慮することが可能

$$L_1 = 2\times 10^{-7}\times\left(\frac{1}{4} + \log_e \frac{D}{r_1}\right)$$

$$\frac{1}{4} = -\log_e \varepsilon \qquad \varepsilon = e^{-\frac{1}{4}} \cong 0.7788$$

$$L_1 = 2\times 10^{-7}\times\left(-\log_e \varepsilon + \log_e \frac{D}{r_1}\right) = 2\times 10^{-7}\times\log_e \frac{D}{\varepsilon r_1} = 2\times 10^{-7}\times\log_e \frac{D}{r_1'}$$

$$r_1' = \varepsilon r_1 = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$$

導体対の線路インダクタンス

- 導体2のインダクタンス
  - 導体2に流れる電流は導体1の電流の逆相
    - 導体2に流れる電流により生成される鎖交磁束は導体1に流れる電流により生成される鎖交磁束と同じ向き
    - 合成磁束は2倍となる
  - 導体2のインダクタンスL2(H/m)は導体1と同様

$$L_2 = 2\times10^{-7}\times\log_e\frac{D}{r_2'} \qquad r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}}$$

  - 回路全体(往復導体)のインダクタンスL(H/m)

$$L = L_1 + L_2 = 2\times10^{-7}\times\left(\log_e\frac{D}{r_1'}+\log_e\frac{D}{r_2'}\right) = 4\times10^{-7}\times\log_e\frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}}$$

  - 同じ導体サイズの場合

$$r_1' = r_2' = r' \qquad L = \times10^{-7}\times\log_e\frac{D}{r'}$$