

電力システム解析論

第6回 送電線路のキャパシタンス2 平成20年11月14日

2008/11/14

電力システム解析論

1

送電線路の静電容量 等間隔配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D
- 導体a,b上の電荷 q_a, q_b によるab間の電圧降下

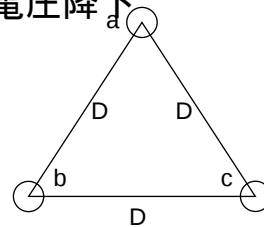
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 導体c上の電荷 q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi k} \log_e \frac{D}{D} = 0 \quad V$$

- 導体a,b,c上の電荷 q_a, q_b, q_c によるab間の電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$



2008/11/14

電力システム解析論

2

送電線路の静電容量 等間隔配置された三相線路

- 導体a,b,c上の電荷 q_a, q_b, q_c によるac間の電圧降下

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 電圧降下の和

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D} \right) \quad V$$

- 三相平衡 $q_a = -q_b - q_c$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \log_e \frac{D}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi k} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

2008/11/14

電力システム解析論

3

送電線路の静電容量 等間隔配置された三相線路

- 三相交流電圧のフェーザ表示
- 中性点nに対する電圧

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an}(0.866 + j0.5)$$

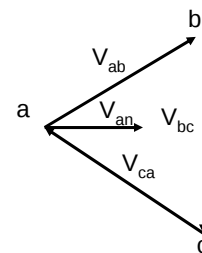
$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an}(0.866 - j0.5)$$

$$V_{ab} + V_{ca} = 3V_{an}$$

$$V_{an} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{3} = \frac{q_a}{2\pi k} \log_e \frac{D}{r} \quad V$$

- 中性点に対する静電容量

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D}{r}} \quad F/m$$



2008/11/14

電力システム解析論

4

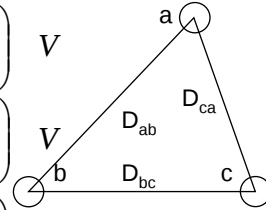
送電線路の静電容量 非対称配置された三相線路

- 導体半径 r , 導体間距離 D_{ab}, D_{bc}, D_{ca}
- 導体 a, b, c 上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \right) V$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{r}{D_{bc}} + q_b \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} \right) V$$

$$V_{ca} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_b \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{r} \right) V$$



2008/11/14

電力システム解析論

5

送電線路の静電容量 非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧
– 撚架順序に関わらず電荷は等しいと仮定

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi k} \left(\begin{aligned} & q_a \log_e \frac{D_{ab}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{ab}} + q_c \log_e \frac{D_{bc}}{D_{ca}} \\ & + q_b \log_e \frac{r}{D_{bc}} + q_a \log_e \frac{D_{bc}}{r} + q_c \log_e \frac{D_{ca}}{D_{ab}} \\ & + q_b \log_e \frac{r}{D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + q_a \log_e \frac{D_{ca}}{r} \end{aligned} \right) V$$

2008/11/14

電力システム解析論

6

送電線路の静電容量 非対称配置された三相線路

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned}
 V_{ab} &= \frac{1}{6\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}{r^3} + q_b \log_e \frac{r^3}{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} + q_c \log_e \frac{D_{bc} D_{ca} D_{ab}}{D_{ca} D_{ab} D_{bc}} \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}} + q_c \log_e 1 \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V \\
 D_{eq} &= \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}
 \end{aligned}$$

2008/11/14

電力システム解析論

7

送電線路の静電容量 非対称配置された三相線路

- 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad V$$

– 中性点に対する相電圧

$$\begin{aligned}
 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) + \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right) \\
 &= \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{eq}} + q_c \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)
 \end{aligned}$$

2008/11/14

電力システム解析論

8

送電線路の静電容量 非対称配置された三相線路

- 三相平衡の場合 $q_a + q_b + q_c = 0$

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} + [q_b + q_c] \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r} - q_a \log_e \frac{r}{D_{eq}} \right)$$

$$= \frac{3}{2\pi k} q_a \log_e \frac{D_{eq}}{r}$$

－ 静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{r}}$

2008/11/14

電力システム解析論

9

送電線路の静電容量 大地の影響

- 大地を完全導体平面とした場合，電界分布は大地がない場合と異なる

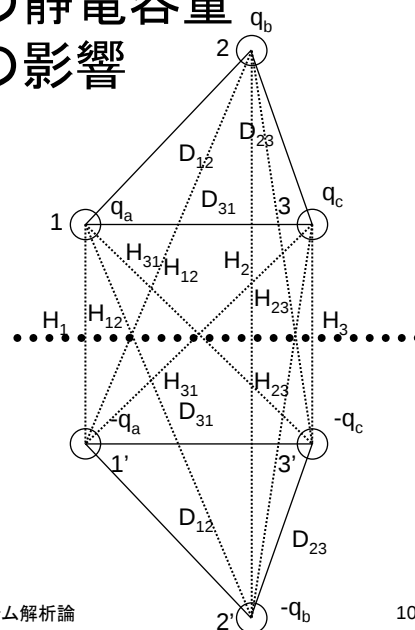
－ 大地帰路の架空送電線

- 鏡像を考える

－ 大地から等距離，大地の逆側

» 同じ大きさ，極性の異なる電荷を持つ

－ 大地は等電位面となる



2008/11/14

電力システム解析論

10

送電線路の静電容量 大地の影響

- 導体1,2,3上の電荷 q_a, q_b, q_c による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{r} + q_b \log_e \frac{r}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) V$$

- 鏡像1',2',3'上の電荷 $-q_a, -q_b, -q_c$ による電圧降下

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(-q_a \log_e \frac{H_{12}}{H_1} - q_b \log_e \frac{H_2}{H_{12}} - q_c \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right) V$$

- 電圧降下の合計

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

2008/11/14

電力システム解析論

11

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の電圧

– 1→a, 2→b, 3→c

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \right) V$$

– 1→c, 2→a, 3→b

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \right) V$$

– 1→b, 2→c, 3→a

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \right) V$$

2008/11/14

電力システム解析論

12

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi k} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} - \log_e \frac{H_{12}}{H_1} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} - \log_e \frac{H_2}{H_{12}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} - \log_e \frac{H_{23}}{H_{31}} \right] \\ & + q_a \left[\log_e \frac{D_{23}}{r} - \log_e \frac{H_{23}}{H_2} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{23}} - \log_e \frac{H_3}{H_{23}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{31}}{D_{12}} - \log_e \frac{H_{31}}{H_{12}} \right] \\ & + q_a \left[\log_e \frac{D_{31}}{r} - \log_e \frac{H_{31}}{H_3} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{31}} - \log_e \frac{H_1}{H_{31}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{D_{12}}{D_{23}} - \log_e \frac{H_{12}}{H_{23}} \right] \end{aligned} \right) V$$

2008/11/14

電力システム解析論

13

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi k} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{r^3} - \log_e \frac{H_{12}H_{23}H_{31}}{H_1H_2H_3} \right] \\ & + q_b \left[\log_e \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{31}} - \log_e \frac{H_2H_3H_1}{H_{12}H_{23}H_{31}} \right] \\ & + q_c \left[\log_e \frac{D_{23}D_{31}D_{12}}{D_{31}D_{12}D_{23}} - \log_e \frac{H_{23}H_{31}H_{12}}{H_{31}H_{12}H_{23}} \right] \end{aligned} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi k} \left(\begin{aligned} & q_a \left[\log_e \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \\ & + q_b \left[\log_e \frac{r}{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \end{aligned} \right) V \end{aligned}$$

2008/11/14

電力システム解析論

14

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧 $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \text{ V}$$

－ 同様にac間の電圧

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \text{ V}$$

2008/11/14

電力システム解析論

15

送電線路の静電容量 大地の影響

- 撚架した場合の平均電圧

－ 中性点に対する相電圧 $V_{ab} + V_{bc} = 3V_{an}$

$$\begin{aligned} 3V_{an} &= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_b \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\ &\quad + \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + q_c \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \\ &= \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] + [q_b + q_c] \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right) \end{aligned}$$

2008/11/14

電力システム解析論

16

送電線路の静電容量 大地の影響

• 撚架した場合の平均電圧

– 中性点に対する相電圧

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi k} \left(2q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] - q_a \left[\log_e \frac{r}{D_{eq}} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_2H_3H_1}}{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}} \right] \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi k} \left(3q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right] \right)$$

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi k} q_a \left[\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}} \right]$$

– 静電容量

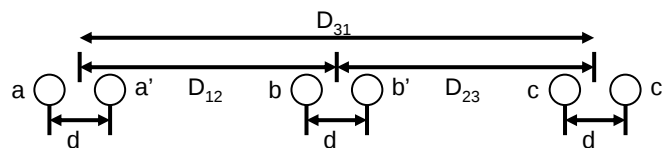
$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{r} - \log_e \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}}$$

2008/11/14

電力システム解析論

17

送電線路の静電容量 多導体送電線



• 二導体の三相回路

A相の電荷を q_a とし,
導体a,a'に各々 $q_a/2$ の電荷を持つ

– $D_{12} \gg d$

$$\bullet D_{12} \pm d \doteq D_{12}$$

2008/11/14

電力システム解析論

18

送電線路の静電容量 多導体送電線

• 相間電圧ab

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{q_a}{2} \left[\log_e \frac{D_{12}}{r} + \log_e \frac{D_{12}}{d} \right] + \frac{q_b}{2} \left[\log_e \frac{r}{D_{12}} + \log_e \frac{d}{D_{12}} \right] + \frac{q_c}{2} \left[\log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} + \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right] \right) V$$

$$= \frac{1}{2\pi k} \left(q_a \log_e \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \log_e \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \log_e \frac{D_{23}}{D_{31}} \right)$$

－ 撚架した場合の対地静電容量 $C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}}$

2008/11/14

電力システム解析論

19

送電線路の静電容量 多導体送電線

• インダクタンス導出時のGMRと同様に

－ 二導体 GMR

$$D_{sc}^b = \sqrt[4]{(rd)^2} = \sqrt{rd}$$

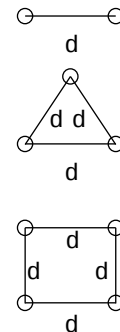
－ 三導体GMR

$$D_{sc}^b = \sqrt[9]{(rdd)^3} = \sqrt[3]{rd^2}$$

－ 四導体GMR

$$D_{sc}^b = \sqrt[16]{(r\sqrt{2}ddd)^4} \cong 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$

$$C_n = \frac{2\pi k}{\log_e \frac{D_{eq}}{D_{sc}^b}}$$



2008/11/14

電力システム解析論

20