電力システム解析論

第9回
対称座標法
故障計算
平成20年12月05日

ちょっと復習

対称座標法

- 変圧器
  - 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
    - 三次高調波の抑制
      - どうやって三次高調波がでるのか？
      - 三次高調波がΔ結線で消えるのは？
      - 磁化曲線の絵
      - 出力電流の絵
  - YΔ結線変圧器

$$\dot{V}_{p0} = \left(\dot{Z}_s \tfrac{1}{n^2} + \dot{Z}_p + 3\dot{Z}_n\right)\dot{I}_{p0}$$
$$\dot{V}_{p1} = \tfrac{1}{n}\left(1-\alpha^2\right)\dot{V}_{s1} + \left(\dot{Z}_s \tfrac{1}{n^2} + \dot{Z}_p\right)\dot{I}_{p1}$$
$$\dot{V}_{p2} = \tfrac{1}{n}\left(1-\alpha\right)\dot{V}_{s2} + \left(\dot{Z}_s \tfrac{1}{n^2} + \dot{Z}_p\right)\dot{I}_{p2}$$

対称座標での
変圧器等価回路

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - 磁化曲線の近似式

$$i = k_1\phi + k_3\phi^3 + k_5\phi^5 \cdots$$

半波対称なので
偶数次なし

- とりあえず3次の成分まで考えよう
  - 磁束 $\phi = \Phi \sin \omega t$
  - 電流 $i = k_1 \Phi \sin \omega t + k_3 (\Phi \sin \omega t)^3$

$$= k_1 \Phi \sin \omega t + k_3 \Phi^3 \sin^3 \omega t$$

ここで

$$\sin^3 x = \sin x (\sin^2 x) = \sin x \left(\frac{1-\cos 2x}{2} \right) = \frac{\sin x - \sin x \cos 2x}{2}$$

$$\sin(A+B) + \sin(A-B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B + \sin A \cos B - \cos A \sin B$$
$$= 2 \sin A \cos B$$

対称座標法

$$\sin A \cos B = \frac{\sin(A+B) + \sin(A-B)}{2}$$

$$\sin^3 x = \frac{\sin x - \dfrac{\sin(x+2x) + \sin(x-2x)}{2}}{2} = \frac{\sin x - \dfrac{\sin 3x - \sin x}{2}}{2}$$

$$= \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}$$

$$i = k_1 \Phi \sin \omega t + k_3 \Phi^3 \frac{3\sin \omega t - \sin 3\omega t}{4}$$

$$= \left[\Phi k_1 + \frac{3}{4} k_3 \Phi^3 \right] \sin \omega t - \frac{1}{4} k_3 \Phi^3 \sin 3\omega t$$

基本波　3次高調波

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - 磁化特性により，磁束が発生させる電流

$$
\begin{cases}
\frac{1}{n} i_{b-p} = i_{ab-s} = \sqrt{2} I_1 \sin \omega t - \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t \\
\frac{1}{n} i_{c-p} = i_{bc-s} = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin 3\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\
\qquad = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin\left(3\omega t - 2\pi\right) \\
\qquad = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t \\
\frac{1}{n} i_{a-p} = i_{ca-s} = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin 3\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \\
\qquad = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin\left(3\omega t + 2\pi\right) \\
\qquad = \sqrt{2} I_1 \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t
\end{cases}
$$

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - 回転ベクトル表示

$$
\begin{cases}
\dot{I}_{ab-s} = \sqrt{2} I_1 \exp j\omega t - \sqrt{2} I_3 \exp j3\omega t \\
\dot{I}_{bc-s} = \sqrt{2} I_1 \exp j\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \exp j3\omega t \\
\dot{I}_{ca-s} = \sqrt{2} I_1 \exp j\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \sqrt{2} I_3 \exp j3\omega t
\end{cases}
$$

  - 対称座標表示

$$
\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{ab-s} \\ \dot{I}_{bc-s} \\ \dot{I}_{ca-s} \end{bmatrix}
$$

但し $\alpha = \exp\left(j \frac{2}{3}\pi\right)$

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - Δ結線に流れる電流
    - 回転ベクトル表示

但し $\alpha = \exp\left(j\tfrac{2}{3}\pi\right)$

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_{ab-s}\\ \dot{I}_{bc-s}\\ \dot{I}_{ca-s}\end{bmatrix} = \sqrt{2}I_1 \exp j\omega t\begin{bmatrix}1\\ \alpha^2\\ \alpha\end{bmatrix} - \sqrt{2}I_3 \exp j3\omega t\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$$

    - 対称座標表示

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}I_1 \exp j\omega t}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha & \alpha^2\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ \alpha^2\\ \alpha\end{bmatrix} - \frac{\sqrt{2}I_3 \exp j3\omega t}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha & \alpha^2\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$$

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - Δ結線内電流

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sqrt{2}I_3 \exp j3\omega t\\ \sqrt{2}I_1 \exp j\omega t\\ 0\end{bmatrix}$$

但し $\alpha = \exp\left(j\tfrac{2}{3}\pi\right)$

  - Δ結線から出力される線電流
    - 対称座標表示

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_{\Delta 0}\\ \dot{I}_{\Delta 1}\\ \dot{I}_{\Delta 2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1-\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1-\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1-\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1-\alpha^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{2}I_3 \exp j3\omega t\\ \sqrt{2}I_1 \exp j\omega t\\ 0\end{bmatrix}$$

対称座標法

- 三相変圧器でΔ結線が用いられる理由
  - Δ結線に流れる電流
    - 対称座標表示

但し $\alpha = \exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{\Delta 0} \\ \dot{I}_{\Delta 1} \\ \dot{I}_{\Delta 2} \end{bmatrix} = (1-\alpha)\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2}I_1 \exp j\omega t \\ 0 \end{bmatrix}$$

各相に同相で流れる三次高調波成分は,
Δ結線内を循環。端子電流には現れない

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{ab} \\ \dot{I}_{bc} \\ \dot{I}_{ca} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{I}_{ca} \\ \dot{I}_{ab} \\ \dot{I}_{bc} \end{bmatrix} = (1-\alpha)\sqrt{2}I_1 \exp j\omega t \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 故障の種類
  - 短絡故障
    - 落雷，樹木接触等
      - 一線地絡
      - 二線地絡
      - 三線地絡
      - 二線短絡
      - 三線短絡
  - 断線故障
    - 電線・ジャンパ線の切断，遮断器故障による接点開放
      - 一線断線
      - 二線断線

どうやって故障が発生するのか？

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 一相(a相)の端子を接地
    - 故障条件

$$\begin{cases} \dot{V}_a = 0 \\ \dot{I}_b = \dot{I}_c = 0 \quad \text{無負荷} \end{cases}$$

  - 故障条件の対称座標表示

但し $\alpha = \exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = 0$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 発電機端子電圧電流の対称座標表示

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 - \dot{Z}_2\dot{I}_2 = 0$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{Z}_2\dot{I}_2 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = 0 \\ \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{解く}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\begin{cases}\left(\dot{Z}_1-\alpha^2\dot{Z}_0\right)\dot{I}_1+\left(\dot{Z}_2-\alpha\dot{Z}_0\right)\dot{I}_2=\dot{E}_1\\ \left(\dot{Z}_1-\alpha\dot{Z}_0\right)\dot{I}_1+\left(\dot{Z}_2-\alpha^2\dot{Z}_0\right)\dot{I}_2=\dot{E}_1\end{cases}$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

対称分の
等価回路

$$\dot{I}_0=-\alpha^2\dot{I}_1-\alpha\dot{I}_2=\frac{\left(-\alpha^2-\alpha\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

対称座標による故障計算

- 発電機近傍の故障
  - 一線地絡故障(1LG) 無負荷時
    - 対称座標表示での電圧・電流解を求める

$$\dot{V}_0=-\dot{Z}_0\dot{I}_0=\frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_1=\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{I}_1=\dot{E}_1-\dot{Z}_1\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_2=-\dot{Z}_2\dot{I}_2=\frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

- 相座標表示
  - 故障電流 $\dot{I}_a=\dot{I}_0+\dot{I}_1+\dot{I}_2=\frac{3\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$
  - 健全相電圧

$$\dot{V}_b=\dot{V}_0+\alpha^2\dot{V}_1+\alpha\dot{V}_2=\frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}+\alpha^2\frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}+\alpha\frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\left(\alpha^2-1\right)\dot{Z}_0+\left(\alpha^2-\alpha\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}\dot{E}_1$$

$$\dot{V}_c=\dot{V}_0+\alpha\dot{V}_1+\alpha^2\dot{V}_2=\frac{-\dot{Z}_0\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}+\alpha\frac{\left(\dot{Z}_0+\dot{Z}_2\right)\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}+\alpha^2\frac{-\dot{Z}_2\dot{E}_1}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\left(\alpha-1\right)\dot{Z}_0+\left(\alpha-\alpha^2\right)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}\dot{E}_1$$